Math. P.

621

Voigt

(Carl H.)

Fp. 5313.

Neueste Versuche
zur Erleichterung
der
praktischen Geometrie

von

Karl Christian Voigt,

Konrektor des Fürstl. Gimnasiums zu Quedlinburg.

Mit XXII. Kupfertafeln.

Leipzig,

in der Weidmannschen Buchhandlung.

1792.

Deutsche Gedichte

von

Karl Christian Langbein.

Zweiter Theil.

Leipzig,
bey Johann Friedrich Hartknoch.
1792.

Der

Hochlöbl. Königl. Preußischen

Akademie der Wissenschaften

zu Berlin

übergiebt ehrfurchtsvoll

diese mathematischen Versuche

zur Prüfung

und empfiehlet sich

Derselben

Gnade und Gewogenheit

in tiefster Devozion

Bibliothek
Akademie der Wissenschaften
Berlin

der Verfasser.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Es besteht dieses Buch aus vier Abschnitten.

In dem ersten Abschnitte, der zwei Kapitel enthält, findet man verschiedene neue Arten, einen Zirkel in seine Grade leicht und sicher zu theilen, deren Richtigkeit durch trigonometrische Berechnung bewiesen wird.

In dem andern Abschnitte, der gleichfalls zwei Kapitel in sich faßt, mache ich eine neue Art, die Mensel zu richten, bekannt, nach welcher alle die Schwierigkeiten wegfallen, die man bei dem gewöhnlichen Verfahren, die Mensel zu

richten, allezeit antreffen wird, wenn man die Mensel aus einer Stazion in die andere übertragen muß; solche Handgriffe, durch deren Hülfe, auch bei der Aufnahme eines geradlinigten Feldes, nach dem Umfange desselben, die Figur auf der Mensel allezeit richtig schließen muß, und sich auch Aufgaben mit der Mensel herausbringen lassen, die man sonst nicht damit hat zu Stande bringen können, u. s. w.

Der **dritte** Abschnitt enthält eine wichtige Entdeckung in Ansehung des Gebrauchs der Nuß und der Einrichtung des Stativs, nebst einer nöthigen Verbesserung dieser Werkzeuge.

In dem **vierten** Abschnitte mache ich einen Winkelmesser, oder ein Astrolabium bekannt, das ich mir habe verfertigen lassen, mit dem ich weit genauer und richtiger messen kann, als mit den besten Werkzeugen von dieser Art, die bisher bekannt gewesen sind; ein Instrument, mit dem ich die **einzelnen Sekunden** eines zu messenden Winkels weit leichter und geschwinder finden kann, als mit andern guten Winkelmessern, die mit Vernier und Mikrometerschraube versehen sind, die einzelnen **Minuten**.

Die

Die Veranlassung zu denjenigen Erfindungen, welche in dem ersten Abschnitte vorkommen, und die Theilung des Zirkels betreffen, gab mir insonderheit eine Rezension, die auf meine **neuen praktischen Entdeckungen in der Geometrie** erfolgt ist; eine Schrift, welche im Jahre 1781 in der **Biesterfeldischen** Buchhandlung zu **Quedlinburg** herausgekommen ist. In dieser kleinen Abhandlung hatte ich nämlich beiläufig, als von der Theilung eines Quadranten die Rede war, einige Handgriffe angeführt, durch welche ich glaubte, daß sich dieses am leichtesten und geschwindesten bewerkstelligen ließe. In einer Rezension aber, welche in den Leipziger gelehrten Zeitungen zum Vorschein kam, wurde mir dagegen die Erinnerung gemacht, daß dieses Verfahren zu wenig Genauigkeit verschafte; durch trigonometrische Berechnung könnte man sich davon überzeugen.

Dies bewog mich der Sache weiter nachzudenken, und diejenigen Auflösungen dieser wichtigen Aufgabe herauszubringen, welche in dem ersten Abschnitte des gegenwärtigen Buchs vorgetragen und bewiesen werden.

Jene erste Probe meiner mathematischen Versuche ist nur wenigen bekannt geworden, weil sie, aus Versehen des Herrn Verlegers, nicht einmal in dem Meßkatalogus angezeigt, und, wie es scheint, nur zwei Rezensenten in die Hände gerathen ist. Wenigstens sind mir nur zwei Rezensionen davon zu Gesichte gekommen. Die erste nämlich in den Gothaischen gelehrten Zeitungen vom Jahre 1781, die andere in den Leipziger gelehrten Zeitungen, und zwar im 5ten Stücke vom 7ten Januar 1782. Beide machen ihren Verfassern Ehre, und verpflichten mich, ihnen hier öffentlich meinen aufrichtigen Dank abzustatten.

Die erste enthält nur eine kurze Beschreibung dessen, was in diesem Buche zu finden ist, mit dem Zusatze, daß sowohl das Instrument, welches ich darin bekannt gemacht, als auch die Messungsarten, die darin erklärt werden, ordentlich und deutlich beschrieben worden. Die leztere aber ist umständlicher abgefaßt, und enthält, nebst dem summarischen Inhalte des Buchs, nicht nur ein sehr ermunterndes Lob für mich, sondern auch einigen Tadel, der zwar ohne alle Bitterkeit abgefaßt, und wahre Belehrung

lehrung für mich ist, worüber ich aber dennoch verschiedenes, theils zu meiner Vertheidigung, theils zur Berichtigung meiner Behauptungen, anzuführen für nöthig finde. Und wo hätte ich eine bequemere Gelegenheit dazu, als am gegenwärtigen Orte, wo ich dieser Rezension zu gedenken nicht Umgang haben konnte? Ich glaube dadurch verschiedenen meiner Leser, und besonders denen, welche sich diese kleine Abhandlung angeschaft haben, einen Gefallen zu thun.

Man erlaube mir, hier die Leipziger Rezension wörtlich einzurücken, aus welcher man zugleich mit dem Inhalte jener ersten Abhandlung näher bekannt werden wird. Nach angeführtem Titel des Buchs lauten die Worte also:

„Dieser Schrift erster Abschnitt beschreibt „einen neuen, von dem Verfasser erfundenen „Winkelmesser. Zween Arme, deren Längen sich „wie 5: 7 (sollte wohl, wenn anders das In„strument richtig messen soll, wie 1: √2 sein) „verhalten, drehen sich, wie Schenkel eines Zir„kels, um ein Gelenk, und lassen sich, wie Theile „einer Schmiege, zusammenschlagen. Eine Li„nie auf dem kürzern Arme bemerkt, wie weit

„man ihn auseinander schlagen müsse, damit er „mit dem längern Arme einen Winkel von 45 „Graden mache. In dieser Stellung wird der „kürzere Arm auf die Verlängerung des einen „Schenkels von dem zu messenden Winkel ge„legt, da denn eine, nach der Richtung des an„dern Schenkels, ausgespannete Schnur, an „einer Theilung auf dem längern Arme, die Gra„de des Winkels und deren Theile angiebt. Da „es hierbei auf die Theilung eines Quadranten „ankömmt, so giebt er auch dazu Regeln, die „aber freilich diejenigen nicht befriedigen können, „die **Birds** Anweisung hierzu in Herrn Käst„ners astronomischen Abhandlungen gelesen ha„ben. So giebt z. E. das, S. 18. N. 4—7. „gelehrte Verfahren die Sehne von 20 Graden „um 0,0062149 des Halbmessers, d. i. bei einem „Halbmesser von $\frac{5}{4}$ Ellen, um $\frac{1}{6}$ Zoll zu klein, wodurch „denn der 20ste und 70ste Grad unrichtige Stel„lung bekommen. Der zweite Abschnitt macht „einige von dem Verfasser erfundene Messungs„arten bekannt, die zwar seinem Scharfsinne „Ehre machen, aber zum Theil nicht so neu sind, „als er glaubt, wie denn die S. 41 beschriebene „Art, Distanzen unzugänglicher Orte zu messen, „von hiesigen Lehrern der Feldmeßkunst seit lan-

ger

„ger Zeit jährlich vorgetragen wird. Uebrigens „verdient der Verfasser, der bei wichtigen Amts„beschäftigungen der Geometrie nur wenige Ne„benstunden widmen kann, schon darum Lob, „daß er sich als einen denkenden Feldmesser zeigt, „den die Bekanntschaft mit neuern Schriften, „(z. B. mit Mayers vortrefflicher praktischer „Geometrie) bald mehrere Vollkommenheit ge„ben würde. Er verspricht einen Grundriß der „Stadt **Quedlinburg** herauszugeben, dessen „Verfertigung zu seinen Erfindungen Anlaß ge„geben hat.“

Der Herr Rezensent macht hier also dreierlei Erinnerungen. Einige beziehen sich **bloß auf den Winkelmesser**, den ich in meinen praktischen Entdeckungen beschrieben habe, andere auf die dabei angegebene **Art, einen Quadranten zu theilen**, und andere auf die bekannt gemachten **neuen Messungsarten**. Diejenigen Erinnerungen, welche die **Eintheilung des Zirkels** in seine Grade betreffen, werde ich in dem ersten Abschnitte der Abhandlung zu prüfen die bequemste Gelegenheit haben. Nur die Erinnerungen, welche den **Winkelmesser** und die neuen **Messungsarten** betreffen, werde ich hier kürzlich beantworten.

In Ansehung des Winkelmessers, welchen ich in meinen praktischen Entdeckungen beschrieben habe, erinnert der Herr Rezensent, daß das erforderliche Verhältniß der beiden Arme dieses Instruments nicht ganz richtig von mir angegeben sei, und bestimmt solches durch 1 : $\sqrt{2}$, das heißt: wenn der kurze Arm gleich 1 angenommen wird, so muß der lange Arm so groß sein, als die Quadratwurzel von 2. Ganz recht! Diese Behauptung gründet sich auf den bekannten Pithagorischen Lehrsatz: Das Quadrat der Hipotenuse ist so groß, als das Quadrat beider Katheten zusammen genommen. Denn wenn ich in einem gleichschenklichten rechtwinklichten Triangel jeden Katheten = 1 annehme: so ist sein Quadrat auch = 1; das Quadrat beider Katheten zusammengenommen = 2, und die Wurzel daraus macht die Hipotenuse aus. Alles ganz richtig! Nur Schade, daß der Tischer nach diesem gegebenen Verhältnisse nicht arbeiten kann.

Ich wollte auch nicht das Verhältniß des Katheten zur Hipotenuse für Gelehrte, nach trigonometrischer Genauigkeit bestimmen, sondern nur ein bequemes Maaß angeben, nach

wel-

welchem man das Instrument von einem Tischer verfertigen lassen könnte.

Hier muß ich meinen Lesern, zur Erläuterung der Sache, anführen, daß das beschriebene Instrument, wenn es zur Messung aus einander geschlagen wird, just einen gleichschenklichten, rechtwinklichten Triangel bilden muß. Die Hipotenuse ist der lange Arm. Den einen Katheten stellet der kurze Arm vor, wenn er so gestellet wird, daß er mit dem großen einen Winkel von 45 Graden bildet, und den andern Katheten muß man sich hinzu gedenken.

Es ist also die Frage: Nach welchem Verhältnisse kann man das Maaß dieser beiden Arme des Instruments bestimmen? Ich habe gesagt: Der kleine Arm kann $\frac{5}{4}$, und der große $\frac{7}{4}$ Ellen lang gemacht werden. Ein Kathet eines gleichschenklichten Triangels aber verhält sich zu seiner Hipotenuse nicht eigentlich $= 5 : 7$, sondern richtiger $= 5 : 7\frac{71}{1000}$.

Denn wenn ich den einen Katheten, a b, des Triangels c b a (Siehe Figur 31.) als den Sinus von 45° annehme, so ist die Hipotenuse

c a = dem Radius oder dem Tangenten, d e, oder auch dem Sinus totus, f c, welches in diesem Falle einerlei ist. Folglich kann ich sagen:

Wie sich verhält der Sinus des Winkels von 45° zu dem Tangens dieses Winkels, also auch der Kathet a b, eines gleichschenklichten rechtwinklichten Triangels zu seiner Hipotenuse, c a = d e.

Daher stehet folgendes Exempel richtig:

Log. sin. von 45° = 9.8494850
Log. Tang. = 10.0000000
Log. von a b = 5000 = dem Katheten = 3.6989700
Summe 13.6989700

Log. von a c = der gesuchten Hipotenuse = 3.8494850

Die Zahl, welche diesem Logarithmus in den Tabellen am nächsten kommt, ist = 7071, d. i. $7_{1}^{7}{}_{0}^{1}{}_{0}^{0}{}_{0}$. Also verhält sich, in einem gleichschenklichten rechtwinklichten Triangel, ein Kathet zu seiner Hipotenuse = 5 : $7_{1}^{7}{}_{0}^{1}{}_{0}^{0}{}_{0}$.

Geübte Mathematiker werden hierbei keine Schwierigkeit finden. Allein den ungeübtern Lesern erlaube man mir noch begreiflich zu machen, warum die Zahl 7071, die dem Logarithmus 3.8494850 am nächsten kommt, als $7\frac{71}{1000}$ angenommen werden müsse. Man betrachte die Zahl 5, welche wir dem Katheten zugeeignet haben, als 5°, 0′, 0″, 0‴: so muß die Zahl 7071, welche die Hipotenuse ausdrückt, 7°, 0′, 7″, 1‴, anzeigen. Ein Schuh ist aber der 10te Theil einer Ruthe, ein Zoll der 100te Theil, und eine Linie der 1000te Theil einer Ruthe. Wenn man also die Zahl 5, die wir den Katheten zugeeignet haben, als eine unbestimmte Zahl annimmt, so ist auch die für die Hipotenuse gefundene Zahl, 7071, als eine unbestimmte Zahl zu betrachten; und dann bedeutet die erste Ziffer 7 Ganze, es mögen Fuß, Ellen oder Ruthen, oder sonst eine Art des Maaßes vorstellen sollen. Die andere Ziffer bedeutet Zehentheile, die dritte Hunderttheile, die vierte Tausendtheile eines Ganzen. Die zweite Ziffer ist hier eine Null. Folglich sind keine Zehentheile vorhanden. Die dritte Ziffer zeigt, daß $\frac{7}{100}$ in der ganzen Zahl stecken, und die lezte, daß noch $\frac{1}{1000}$ dazu gehöre. Dies ist der Grund, warum ich die Zahl

7071 hier durch $7_{\text{I}}\frac{7}{0}\frac{1}{0}\frac{}{0}$ ausdrücken kann, oder den Dezimalbruch abgekürzt, durch 7.071.

Aber so richtig diese Berechnung ist, so trifft democh das dadurch herausgebrachte Verhältniß eines Katheten zu seiner Hipotenuse in einem gleichschenklichten Triangel noch nicht völlig zu, weil in solchem Triangel Kathet und Hipotenuse zwei inkommensurable Größen ausmachen, d. i. solche, deren Verhältniß zu einander sich schlechterdings durch keine Zahlen genau bestimmen läßt, wie auch der Herr Rezensent selbst zu verstehen giebt, ob man gleich in ihrer Vergleichung der Wahrheit so nahe kommen kann, daß in keinem Falle merkliche Unrichtigkeiten daher entstehen können.

Gesezt aber auch, man wollte hier die Berechnung des zu suchenden Verhältnisses recht weit treiben, so würde in dem Bruche, der zur Zahl 7 gehöret, die Reihe von Ziffern immer länger werden, je näher man der Wahrheit zu kommen suchte, und je größer auf die Art der Bruch, desto weniger ist ein Tischer darnach zu arbeiten im Stande. Ich hatte daher bloß

die ganzen Zahlen beibehalten und den Bruch ganz weggelassen.

Man wird denken: „Das genaue Verhält„niß beider Arme dieses Instruments ist zum „richtigen Messen nöthig. Läßt sich nun kein „solches Verhältniß in Zahlen angeben, wornach „der Tischer arbeiten kann: so ist das ganze In„strument eine unmögliche Sache.“

Nein! das ist es nicht. Ich habe wirklich der daher zu besorgenden Unrichtigkeit dadurch abgeholfen, daß ich einen rechtwinklichten, gleichschenklichten Triangel, dessen Schenkel ungefähr $\frac{5}{4}$ Ellen ausmachen, auf ein großes, glattgehobeltes, dazu verfertigtes Bret, genau aufgezeichnet, und dem Tischer nachgehends das Maaß eines solchen Katheten und seiner Hipotenuse hingegeben, um darnach die beiden Arme des Winkelmessers einzurichten, ohne ihm die Größe dieser Theile nach Zollen oder Ellenmaaße zu bestimmen. Und auf diese Art wird man meinem, in der ersten Abhandlung beschriebenen Winkelmesser nicht mehr den Vorwurf irgend einer Unrichtigkeit, in der Bestimmung des Verhältnisses seiner Theile machen können.

Ich hätte nur nicht in der Abhandlung vergessen sollen, meinen Lesern, die etwa ein solches Instrument nachzumachen entschlossen sein möchten, dieses vortheilhaftere Verfahren bekannt zu machen; und um die Größe des Instruments anzugeben, hätte ich mich besser also ausdrücken können: Für das Bequemste halte ich es, den Katheten ungefähr zu $\frac{5}{4}$ Ellen anzugeben, damit die Hipotenuse ungefähr $\frac{7}{4}$ Elle lang ausfalle. So, sage ich, hätte ich mich besser ausgedrückt, und niemand würde dabei einiges Bedenken gefunden haben.

Weil indessen das Aufzeichnen eines so großen Triangels auch ziemlich umständlich ist: so will ich hier noch ein anderes Verhältniß, nach Ellenmaaß angeben, das sicher anwendbar ist. Man gebe nämlich dem langen Arme $1\frac{3}{4}$ Elle und dem kleinen $29\frac{6}{10}$ gemeine Zolle. Dies Verhältniß beweise ich durch folgende Berechnung:

Die

Die Hipotenuse nehme ich zu 7 Viertheln, nach Ellenmaaße an. $\frac{1}{4}$ macht 6 gemeine Zolle.

7

Also ist die Hipothenuse = 42 Zolle

42

84

168

1764″ = □ der Hipotenuse.

2)

882″ = □ eines Katheten.

Hieraus die Wurzel gezogen, giebt den Katheten selbst.

□ = 882″ | 29. 6 = Cath. = $\sqrt{882}$

4

4) 482

36

122

81

58) 4100

348

620

36

(584).

Dieses Verhältniß $29\frac{6}{10}$: 42, ist weit genauer, als 5: 7, und so beschaffen, daß ein Tischer füglich darnach arbeiten kann. Nun kommt es auf eines jeden eigenes Belieben an, ob man durch genaue Aufzeichnung des Triangels, dem Tischer das Maaß zu dem Instrumente geben will, oder nach dem jezt berechneten Verhältnisse. Das lezte Verfahren ist das leichteste, das erste aber das richtigste, wenn man sonst die Zeichnung akkurat genug gemacht hat, weil, wie schon erinnert worden, durch keine Berechnung ein vollkommen richtiges Verhältniß herauszubringen stehet, und solches Verhältniß immer desto unsicherer ist, aus je weniger Ziffern der Bruch bestehet.

Ueber die **neuen Messungsarten**, welche ich in meinen praktischen Entdeckungen bekannt gemacht habe, drückt sich der Herr Rezensent also aus:

„Der zweite Abschnitt macht einige von dem „Verfasser erfundene Messungsarten bekannt, „die zwar seinem Scharfsinne Ehre machen, aber „zum Theil nicht so neu sind, als er glaubt.“ u. s. w.

Es ist wahr, die Messungsarten sind zum Theil nicht so neu, als ich vermuthet hatte, und dieses hatte auch schon der Gothaische Rezensent zu verstehen gegeben; denn er drücket sich ungefähr so darüber aus:

„In dem andern Abschnitte werden verschiedene neue Messungsarten, wie sie der Verfasser nennet, bekannt gemacht.“

Es sei mir daher vergönnet, am gegenwärtigen Orte meinen Lesern bestimmter zu erklären, was darin **völlig neu**, oder **nicht ganz neu** ist.

Die Rubrik des zweiten Abschnitts in meinen praktischen Entdeckungen hatte ich also gesezt, Seite 41:

Anweisung, die Weite zweier Oerter, zu denen beiden man nicht kommen kann, bloß durch Hülfe der Stäbe und der Kette richtig zu messen, ohne sich dabei um die Winkel zu bekümmern, oder die zu messende Distanz auf den erwählten Messungsplatz zurücktragen zu dürfen.

In diesem Abschnitte kommen sehr viele Messungsarten vor, die alle unter diese Rubrik gehören, und also gewissermaßen als verschiedene Auflösungen von einerlei Aufgabe betrachtet werden können, welche die Rubrik ausdrückt. Ich habe sie genannt: Erste Abänderung, zweite Abänderung, dritte Abänderung. u. s. w.

Wenn wir nun bloß nach der Ueberschrift des zweiten Abschnitts urtheilen wollen, so kann man zwar mit Recht sagen, daß solche Art zu messen, überhaupt genommen, oder als eine Aufgabe betrachtet, nicht neu sei. Denn unter andern in der vortrefflichen praktischen Geometrie des Herrn Professor Mayers, die der Herr Rezensent mir anpreiset, stehen, wie ich nachgehends gefunden habe, zwei Aufgaben, die vollkommen unter diese Rubrik passen, unter welche ich alle in meinen praktischen Entdeckungen vorkommenden Messungsarten gebracht habe.

Man findet sie in dem zweiten Theile des Mayerschen Werks, §. 108. Aufl. II. und IV. Die erste unter diesen beiden ist im Grunde eben die-

dieselbige, die ich in meinen Entdeckungen durch Figur 11, erklärt, und erste Abänderung genannt habe. Die andere Art, welche in dem Mayerschen Werke vorkommt, gehöret zwar mit unter meine Rubrik, kommt aber sonst mit keiner meiner gezeigten Abänderungen im geringsten überein.

Nach der Rubrik des zweiten Abschnitts meiner praktischen Entdeckungen zu urtheilen, ist also die Sache nichts neues. Allein wenn man auf die Verschiedenheit des Verfahrens selbst siehet, welches ich angegeben habe, oder auf die mannichfaltigen Abänderungen und Vortheile, die man, nach Beschaffenheit der Umstände, bei solchen Messungsarten anbringen kann: so wird man denen von mir gezeigten Messungsarten die Neuheit nicht absprechen können.

Hätte ich das schöne Mayersche Werk eher kennen gelernet, so würde ich die Rubrik des zweiten Abschnitts anders eingerichtet, und ungefähr so abgefaßt haben.

Verschiedene neue Arten, bloß durch Hülfe der Stäbe und der Kette, un-

zugängliche Distanzen zu messen, ohne sich dabei um das Maaß der Winkel zu bekümmern, u. s. w.

So, sage ich, würde ich alsdann die Rubrik des zweiten Abschnitts gesezt, die beiden Auflösungen, die in dem Mayerschen Werke zu dieser Rubrik gehören, oder sich sonst noch davon bei andern Schriftstellern etwa auftreiben ließen, kurz erwähnet, und nachgehends meine verschiedenen Abänderungen dieses Verfahrens, nach Beschaffenheit des Platzes, nach einander vorgetragen haben; und wer würde auf die Art das geringste dawider einwenden können? Nur den Titel abgeändert, und die Sache beibehalten: so ist der ganze Anstoß gehoben.

Also haben zwar die Herren Rezensenten nicht unrecht über die von mir angegebenen Messungsarten geurtheilet. Aber wer bloß die Rezensionen gelesen, und mein Buch nicht selbst damit verglichen hatte, konnte doch nicht aus den Rezensionen sehen, inwiefern meine beschriebenen Messungsarten **neu**, oder **nicht ganz neu**, genannt zu werden verdienten.

Es ist indessen keinesweges meine Absicht, den Herren Rezensenten dadurch einen Vorwurf zu machen, daß sie sich nicht bestimmter und ausführlicher darüber erkläret haben. Denn Rezensionen können keine Abhandlungen sein. Ich muß vielmehr bekennen, daß sie ihrer Rezensentenpflicht vollkommen ein Genüge geleistet haben, und besonders bin ich dem Herrn Rezensenten in Leipzig dafür verbunden, daß er mich auf das vortreffliche Mayersche Werk aufmerksam gemacht, und mich veranlaßt hat, meine kleine Bibliothek in diesem Fache nach Wunsche durch dasselbe zu vermehren.

Um derer willen, die meine erste Abhandlung nicht haben, erlaube man mir, noch folgende Worte, aus der Vorrede dazu, hierher zu setzen:

„So sehr ich übrigens von der Nutzbarkeit „dieser von mir ausgedachten Vortheile im Messen „überzeugt bin, so zweifle ich doch nicht, daß „mancher andere, dem die Grundsätze der Geo„metrie nicht unbekannt sind, bei gleicher Ver„anlassung, leicht auf gleiche Gedanken mit mir „habe kommen können, und vielleicht auch

schon

„schon gekommen sei. Da ich sie indessen „noch nirgends beschrieben gefunden, so habe „ich sie, bei der Bekanntmachung meines Win„kelmessers, zugleich mit vortragen wollen.“ (S. XXI.)

So dachte ich bei der Ausgabe jener ersten Abhandlung. Sind nun auch einige meiner mannichfaltigen Anweisungen, nach mancherlei vorkommenden Umständen, mit Vortheil sich bloß der Kette und der Stäbe zu bedienen, wirklich schon bekannt: so sind doch auch viele darunter neu, und der Aufmerksamkeit der Kenner würdig geachtet worden, und dies ist Beruhigung genug für mich. Ich will hier die Worte des Leipziger Herrn Rezensenten zu meinem Lobe nicht wiederholen, sondern eile zur Abhandlung selbst, und wünsche, daß dieselbe eben so billige und vernünftige Kunstrichter finden möge, als meine ersten mathematischen Versuche, von denen ich bisher geredet habe.

Nur dieses erlaube man mir noch anzuführen, daß ich gegenwärtiges Werk, im Manuskripte, dem Herrn Oberkonsistorialrath Silberschlag in Berlin, dem ich persönlich, und

auch

auch durch Schriften und Briefwechsel, bekannt zu sein die Ehre hatte, im vergangenen Winter zu überschicken wagte, und mir die Freiheit nahm, ihn zu ersuchen, es zu prüfen; wenn er Erinnerungen dabei nöthig fände, mir solche zu eröffnen, und wenn er es seines Beifalls würdig hielte, sein Urtheil über die abgehandelten Materien der gelehrten Welt durch eine Vorrede mitzutheilen.

Nachdem er es einige Monate dort gehabt hatte, schickte er es mir wieder zurück, versicherte mich seiner ganzen Zufriedenheit mit meinen Arbeiten, und bezeigte sich mit Vergnügen bereit, es mit einer Vorrede zu begleiten.

Der bald darauf erfolgte Tod dieses würdigen Greises verhinderte aber die Erfüllung seines gegebenen Worts, und beraubt mich also des Vergnügens, die in diesem Buche vorkommenden mannichfaltigen Materien durch die Feder dieses großen Mathematikers in ein helleres Licht gesezt zu sehen. Und da die tiefen Einsichten dieses Gelehrten in allen Theilen der mathematischen Wissenschaften allgemein bekannt sind, so zweifle ich nicht, daß mehrere diesen Verlust mit mir bedauren werden.

Einige

Einige stehen gebliebene Druckfehler, die von der Art sind, daß sie den Sinn verdunkeln, findet man hinten angehängt. Ich bitte, sie durchzusehen und gefälligst zu verbessern, bevor man die Abhandlung selbst zu lesen anfängt.

Quedlinburg,
am 17ten Dezember 1791.

Der Verfasser.

Erster

Erster Abschnitt.

Von der Theilung eines Zirkels in seine Grade.

Erstes Kapitel.

Prüfung meiner vormaligen Anweisung einen Zirkel in seine Grade zu theilen.

§. 1.

Man ist schon längst darauf bedacht gewesen, einen Zirkel in seine Grade sicher und bequem theilen zu können, so lange als man Astrolabien, oder ähnliche Winkelmesser gebraucht hat. Aber man hat die Grade, so viel mir bekannt ist, entweder größtentheils nach dem Augenmaaße aufgetragen, und sie, durch oft wiederholte Versuche, nach und nach zu berichtigen gesucht, oder man hat sie auf eine mechanische Art, durch Hülfe der so genannten Theilscheibe aufgetragen; ein Instrument, das jeder Mechanikus, jeder Uhrmacher kennt. Und viele, die dieses allerdings nützliche und wohlausgedachte Werkzeug kennen, sind so sehr dafür eingenommen, daß sie alle übrigen Handgriffe und Vortheile, die man zur Theilung eines Zirkels ausgesonnen hat, oder noch aussinnen möchte, als etwas

Ueberflüßiges und Entbehrliches mit verächtlichen Augen ansehen.

§. 2.

Allein man bedenke, erstlich, daß eine Theilscheibe nicht bei jeder Eintheilung des Zirkels angebracht werden könne, z. E. nicht bei der Eintheilung des Zirkels, nach welcher man die Grade auf dem langen Arm meines, in der Vorrede gedachten hölzernen Winkelmessers finden soll; nicht bei großen Quadranten und Sextanten, die man in der Astronomie gebraucht; nicht bei Zeichnungen auf dem Papiere. Ferner bedenke man, daß die Theilscheibe schon ein kostbares Instrument ist, welches sich nicht ein jeder, um etwa einmal in seinem Leben einen Zirkel zu theilen, anschaffen wird, und endlich, daß auch nicht immer durch die Theilscheibe so richtige Theilungen bewerkstelliget werden, wie gemeiniglich die Künstler sich einzubilden pflegen. Schon mehrere, in diesem Fache erfahrne und einsichtsvolle Gelehrte haben dieses bemerkt. Man lese unter andern das Urtheil des Herrn Pr. Mayers darüber, in dem ersten Theile seiner praktischen Geometrie, §. 89. N. XIV.

§. 3.

Kann man also solche Vortheile und Handgriffe angeben, wodurch die Zeichnung der Grade auf einem gegebenen Zirkelbogen, ohne Theilscheibe, leicht und sicher herauszubringen ist: so ist dies allerdings eine wichtige und wünschenswürdige Sache für jeden Mathematiker.

§. 4.

§. 4.

Den Theilstrich des 30sten, des 60sten und auch des 45sten Grades hat man schon lange, durch geometrische Zeichnung, genau zu bestimmen gewußt. Denn wenn man einen Quadranten a e b, (Siehe Fig. 1.) durch Hülfe der Bogenschnitte über e in zwei gleiche Theile theilet: so findet man unstreitig den 45sten Grad. Und wenn man den Radius in den Zirkel nimmt, der sich allemal 6mal genau in die Peripherie einpassen läßt, und trägt ihn, von a aus, auf die Peripherie: so findet man den 60sten Grad. Trägt man den Radius, von b aus, auf den Quadranten: so ergiebt sich auch der 30ste Grad. Dies ist eine bekannte Sache, die sich aus Grundsätzen der Geometrie leicht erklären läßt. So weit hat man schon lange gewußt, einen Quadranten leicht und regelmäßig zu theilen. Aber für die übrigen Grade hat man noch keine dergleichen Vortheile finden können. Bei den übrigen Theilungspunkten hat man sich bloß auf das Augenmaaß verlassen, und durch öftere Versuche die Theilung nach und nach zu berichtigen gesucht.

§. 5.

Ich habe daher darauf gedacht, für alle übrigen Theilstriche eines Quadranten ähnliche Vortheile in der Zeichnung ausfindig zu machen. Nach vielen mühsamen Versuchen ist es mir endlich gelungen, dergleichen herauszubringen, und diese will ich jezt bekannt machen.

§. 6.

Diejenigen bekannten Methoden, nach welchen man den 45sten, den 30sten und den 60sten Grad bestimmet, sind von der Art, daß sie die verlangten Punkte in der Peripherie mit der vollkommensten Genauigkeit bestimmen, die man nur in der Geometrie und Trigonometrie erwarten kann. Allein diese mathematische Schärfe und Genauigkeit ist hier nicht unumgänglich nothwendig. Es ist genug, wenn die Richtigkeit solcher Auflösungen nur so weit gehet, daß die Abweichungen von der Wahrheit dabei auf keine Weise unsern Sinnen merklich werden, auch keine Unrichtigkeit in den Messungen verursachen können, wenn man sich Winkelmesser bedient, welche auf diese Weise getheilet sind: Ein bemerkenswürdiger Umstand, über welchen ich mich in der Folge weiter zu erklären Gelegenheit nehmen werde!

§. 7.

Auch nach allen bisher üblich gewesenen Methoden, einen Zirkel in seine Grade zu theilen, sind solche Fehler, die nicht in die Sinne fallen, unvermeidlich. Denn wenn man durch bloße Versuche und oft wiederholte Korrekturen die Theilung eines Zirkels endlich mühsam berichtiget: so ist es offenbar, daß solche kleine Unrichtigkeiten dabei unvermeidlich sind, die unserm forschenden Blicke entgehen. Aber sie schaden in der Ausübung nicht, so bald sie auf keine Weise merklich werden können. Nie muß man von Zeichnungen solche Genauigkeit erwarten, als man durch Berech-

nungen herausbringen kann. Selbst das angezeigte Verfahren, den 45sten, den 30sten und den 60sten Grad zu finden, läßt sich nicht mit der Genauigkeit in Ausübung bringen, daß keine unmerkliche Fehler dabei vorfallen sollten, die von dem Einsetzen des Zirkels, vom Anlegen des Lineals, und dergleichen Dingen herrühren, obgleich die Richtigkeit des Verfahrens selbst sich aufs strengste beweisen läßt. Nur unsern Sinnen müssen solche Fehler auf keine Weise merklich werden, wenn sie unschädlich bleiben sollen.

§. 8.

Die erste Veranlassung, die ich hatte, auf einige Vortheile zu sinnen, wie man sich die Theilung eines Zirkels erleichtern könne, war die Verfertigung des hölzernen Winkelmessers, dessen in der Vorrede gedacht worden. Bei der Bekanntmachung desselben handelte ich auch von seiner Verfertigung, und zeigte unter andern auch, wie man die nöthige Eintheilung auf dem langen Arme des Winkelmessers zu machen hätte, nach welcher man das Maaß eines zu messenden Winkels finden könnte. Hierzu wurde erfordert, einen Quadranten in seine Grade richtig zu theilen. Dies bewog mich, auf Mittel zu sinnen, diese mühsame und mißliche Arbeit zu erleichtern. Ich machte in dieser Absicht einige Versuche mit dem Handzirkel, die mir zu dieser Absicht dienlich zu seyn schienen, und führte sie bei der Bekanntmachung des Instruments mit an. Aus der in der Vorrede angeführten Leipziger Rezension meiner praktischen Entdeckungen sahe ich aber, daß

meine ausgedachten Vortheile, im Großen, nicht die nöthige Genauigkeit verschafften. Dies veranlaßte mich, der Sache weiter nachzudenken, und so kam ich endlich, nach vielen vergeblich angestellten Versuchen und Berechnungen, auf diejenigen bessern Verfahrungsarten bei der Theilung eines Zirkels, die ich jezt bekannt machen werde, die ich selbst nach trigonometrischer Berechnung geprüft, und für richtig befunden habe.

§. 9.

Ich glaube also, daß es die natürlichste Methode sey, erstlich meine in den praktischen Entdeckungen gegebenen Regeln kurz anzuführen, sie nachgehends genau zu prüfen, und endlich meine neuen Versuche, nebst den nöthigen Beweisen vorzutragen. Die hier durch Berechnung anzustellende genaue Prüfung wird uns zugleich zur Erleichterung der Beweise für die Richtigkeit meiner neuesten Versuche dienen.

§. 10.

Meine ersten Regeln, einen Quadranten von 10 zu 10 Graden zu theilen, waren folgende: (Siehe Fig. 1.)

1) Man zeichne den Quadranten a b c e, ziehe die Sehne a c, und durch ihren Mittelpunkt d, die Linie e b.

2) Man trage den Halbmesser b c, aus c nach f: so findet man den 30sten Grad.

3) Man nehme d f in den Zirkel, und bestimme damit die Linie d g.

4) Man

4) Man nehme g a in den Zirkel, und bestimme damit von a aus in der Peripherie den Punkt h: so giebt die gerade Linie a h, die Sehne von 20 Graden, und die Punkte h und f bezeichnen die Weite von 10 zu 10 Graden.

§. 11.

Will man nun untersuchen, wie viel dies nach trigonometrischer Berechnung von der Wahrheit abweiche: so muß man: 1) die wahre Größe der Sehne von 20 Graden, oder ihr Verhältniß zum Halbmesser wissen; 2) kommt es darauf an, ob die halbe Hipothenuse a d — d g = der Sehne von 20° sey.

Um dies lezte zu erfahren, muß man die Linie d f, wornach d g bestimmet wird, erst genau finden, oder ihr Verhältniß zum Halbmesser erforschen.

§. 12.

Also haben wir erstlich die Größe der Sehne von 20° zu untersuchen. (Siehe Fig. 2.) Die beiden gleichen Schenkel, b l und b c, des Triangels b l c, als Halbmesser des Zirkels, welche die Sehne von 20 Graden, l c einschließen, wollen wir zu 30 Ruthen annehmen. Die beiden Winkel bei l und c müssen zusammen = 160° und jeder derselben = 80° seyn, weil in einem gleichschenklichten Triangel die beiden Winkel an der Grundlinie allezeit einander gleich sind, und die Summe aller Winkel in jedem Triangel 180° ausmacht. Folglich kann man die Seite l c = der Sehne von 20°, durch folgende Berechnung finden, die sich auf die neuen

Schulzischen Tabellen der Logarithmen gründet, welche zu Berlin 1778 herausgekommen sind.

Log. sin. 1 = 9.9933515
Log. b c = 3.4771213
Log. sin. b = 9.5340517
Summe = 13.0111730
Log. 1 c = 3.0178215. d. i. 10°, 4′, 2″
= der Sehne von 20 Graden.

§. 13.

Nun kommen wir zur Untersuchung der Linie d f. (Siehe Fig. 1.) Diese zu finden, ziehe man die beiden geraden Linien f e und b f: so entstehen daraus die beiden Triangel d e f und b e f. In dem Triangel d e f wird sich das Maas der Linie d f leicht bestimmen lassen, sobald wir noch eine andere Seite in diesem Triangel, nebst dem erforderlichen Winkel dazu, gefunden haben.

Diejenige Seite in dem Triangel d e f, welche man am leichtesten finden kann, scheinet mir die Seite e f zu seyn. Denn sie ist die Sehne eines Winkels von 15°, weil sie als die Grundlinie des gleichschenklichten Triangels e b f betrachtet werden kann, dessen Winkel bei b = 15° ist, indem der eine Schenkel b f den 60sten Grad bezeichnet, und der andere b e den 45sten Grad.

In diesem Triangel e b f sind die beiden Seiten e b und f b bekannt; denn eine jede derselben ist gleich dem Halbmesser, den wir zu 30 Ruthen angenommen haben,

haben, und ihr gemeinschaftlicher Winkel b ist auch bekannt. Dieser enthält 15 Grade. Folglich müssen beide Winkel an der Grundlinie, nämlich b f e, und f e b, zusammengenommen 165°, und jeder derselben 82°, 30′ ausmachen.

§. 14.

Dieses vorausgesezt, können wir nun die Berechnung der Linie e f, oder der Sehne von 15 Graden, auf folgende Art anstellen:

Log. sin. e = 9.9962686
Log. b f = 3.4771213
Log. sin b = 9.4129962
Summe = 12.8901175
Log. f e = 2.8938489. d. i. 7°, 8′, 3″

= der Sehne von 15 Graden.

§. 15.

Diese Linie e f ist aber nicht nur eine Seite des Triangels e b f, sondern auch des Triangels e d f. Da nun von dem leztern eine Seite e f, und zugleich der Winkel e bekannt ist: so dürfen wir nur noch einen Winkel dazu suchen, um die verlangte Seite d f berechnen zu können, und dieser Winkel mag e d f seyn. Denn von ihm ist es erweislich, daß er 45° enthalte.

Um sich hiervon zu überzeugen, ziehe man die Linie f d bis auf den Punkt i aus: so wird man finden, daß der Punkt i der Mittelpunkt von b c sey, und die Linie f d i senkrecht auf b c stehe. Denn wenn

man, nach der bekannten Methode, auf der Linie b c einen gleichseitigen Triangel errichten wollte: so würde der Punkt f, den die einander gleichen Bogen c f und b c bestimmen, just der Scheitelpunkt dieses gleichseitigen Triangels werden, und da auch b d und d c einander gleich sind: so muß auch der Punkt d in die Perpendikellinie fallen, welche aus f auf den Mittelpunkt d, der Linie c b gefället werden kann.

Folglich stehet die Linie f d i senkrecht auf b c. Da nun aber b d c ohne Zweifel ein rechter Winkel ist, so wie auch a d e; da ferner die Linie b d und c d, die beiden Schenkel des rechten Winkels b d c einander gleich sind, und f i senkrecht auf dem Mittelpunkte der Linie b c stehen: so muß die Linie f i sowohl den Winkel b d c, als auch a d e in gleiche Theile theilen.

Hieraus fließet ferner, daß der Winkel f d e $= 45^\circ$ seyn müsse; denn er macht die Hälfte des rechten Winkels a d e aus.

§. 16.

Wir wissen also das Maas des Winkels f d e $= 45^\circ$. Auch haben wir vorher schon bewiesen (§. 13.), daß der Winkel f e d $= 82^\circ, 30'$ sey. Folglich muß der Winkel e f d $= 52^\circ, 30'$ sein. Auch das Maas der Linie f e ist uns bekannt. Wir haben es nämlich, nach §. 14. $= 7^\circ, 8', 3''$ gefunden. Dieses sezt uns nun in den Stand, auch die Linie d f zu finden, und zwar durch folgende Berechnung:

Log.

Log. sin. d = 9.8494850
Log. e f = 2.8938489
Log. sin. e = 9.9962686

Summe = 12.8901175

Log. d f = 3.0406325. d. i. 10° 9′ 8″ = d g.

§. 17.

Diese jezt gefundene Linie d f = 10°, 9′, 8″, war es, welche von der halben Hipothenuse abgezogen werden sollte, (§. 10. N. 3. 4.) um den Rest a g zu finden, welcher der Sehne von 20 Graden gleich seyn, oder ihr wenigstens sehr nahe kommen sollte.

Die halbe Hipothenuse aber finden wir durch folgende Berechnung: (vorausgesezt, daß der Winkel a d b = 90°, jeder der beiden gegenüberstehenden aber = 45° sey.)

Log. sin. a d b = 10.0000000
Log. a b = 3.4771213
Log. sin. d b a = 9.8494850

Summe = 13.3266063

Log. a d = 3.3266063. d. i. 21°, 2′ 1″ = der halben Hipothenuse.

Hiervon soll abgezogen werden
d f = d g = 10°, 9′, 8″

Bleibt übrig g a = c h = 10°, 2′, 3″

Die

Die Sehne von 20° haben wir
= 10°, 4′, 2″ gefunden,
nach §. 12. Die Linie g a = 10°, 2′, 3″. Davon
abgezogen, bleibt übrig 1′, 9″.

Also wiche meine Angabe, die Sehne von 20° zu finden, nach dieser Berechnung, bei einem Halbmesser von 30°, 0′, 0″, um 19″ von der Wahrheit ab.

§. 18.

Allein, wenn wir die Sache näher untersuchen, werden wir finden, daß der Unterschied nicht völlig so viel beträgt. Denn die, durch Berechnung herausgebrachten, Logarithmen kommen mit denen in den Tabellen gefundenen noch nicht vollkommen überein.

Der Logarithmus, welcher die halbe Hipothenuse ausdrückt, war gleich 3.3266063. (§. 17.) Dieser liegt zwischen den beiden Logarithmen in den Tabellen: 3.3265407 und 3.3267454.

Der Logarithmus, welcher die Linie d f = d g bestimmet, war = 3.0406325 (§. 16.), und liegt zwischen 3.0406023 und 3.0409977. Der Logarithmus der wahren Sehne von 20°, womit a g übereinstimmen sollte, = 3.0178215 (§. 12.) liegt auch zwischen zwei Logarithmen in der Tabelle, nämlich zwischen 3.0175074 und 3.0178677.

Folglich müssen auch die zu den gefundenen Logarithmen nach den Tabellen angenommenen Zahlen noch nicht völlig richtig seyn.

§. 19.

§. 19.

Wir wollen also, um recht pünktlich zu verfahren, die zu den gefundenen Logarithmen gehörigen Zahlen noch genauer berechnen. Dies wird uns in den Stand setzen, nicht nur die Zolle, sondern auch die Linien und Skrupel, die, nach den gefundenen Logarithmen, in jeder Linie stecken müssen, heraus zu bringen.

Damit aber solche pünktliche Berechnung hier nicht für eine unnöthige Weitläuftigkeit angesehen werde, so muß ich erinnern, daß auch diese Genauigkeit in der Berechnung uns in der Folge dienen werde, um meine neue Anweisung, den Zirkel zu theilen, die sogleich erfolgen wird, desto genauer zu prüfen.

Ich werde bei dieser Berechnung der Schirmerschen *) Vorschrift, zu jedem gegebenen Logarithmus, den man in den Tabellen nicht reine antrifft, die dazu gehörige Zahl zu finden, folgen, welche, dem Wesentlichen nach, mit dem gewöhnlichen Unterricht, den man fast in jedem Compendio der Trigonometrie davon findet, übereinstimmt.

§. 20.

Mit der Sehne von 20 Graden wollen wir den Anfang machen.

Der

*) Siehe Joh. Mich. Schirmers selbstlehrende Algebra, §. 473. Frankfurth am Main, in der Andräischen Buchhandlung 1779.

Der Logarithmus von derselben ist (§. 12.)

= 3.0178215

Der Logarithmus, der diesem in den Tabellen am nächsten kommt, und zur Zahl 1041 gehört, ist = 3.0174507

Diesen von jenem abgezogen, bleibt 3708

Erste Differenz.

Zur Zahl 1042 gehört der Logarithmus = 3.0178677

Zur Zahl 1041 gehört der Logarithmus = 3.0174507

4170

Andere Differenz.

Wollen wir nun in unserer Berechnung noch über Linien und Skrupel hinausgehen, so müssen wir die erste Differenz 3708 mit 1000 multipliziren, welches durch Anhängung dreier Nullen geschiehet, dieses Produkt nachgehends mit der andern Differenz 4170 dividiren, und den herausgebrachten Quozienten zur kleinen Zahl, die hier 1041 ist, hinzuschreiben.

4170) 3708000 | 888.
33360

37200
33360

38400
33360

(5040)

Diesen Quozienten zur kleinen Zahl 1041 hinzugeschrieben, giebt 10, 4, 1, 8, 8, 8, als die richtige Zahl, die zu dem Logarithmus 3.0178215 gehöret.

o I II III IV V

Und

Und diese Zahl macht die wahre Größe der Sehne von 20 Graden aus.

§. 21.

Nun müssen wir auch die Linie d f näher bestimmen. Ihr Logarithmus war, nach §. 16.

= 3.0406325.

Der diesem am nächsten kommt,
und zur Zahl 1098 gehöret, ist = 3.0406023.

Erste Differenz = 302.

Zur Zahl 1099 gehört der Logarithmus 3.0409977.

Zur Zahl 1098 gehöret 3.0406023.

Andere Differenz = 3954.

Die erste Differenz 302 × 1000 = 302000 wird mit der andern dividiret.

3954) 302000 | 76. Diesen Quozienten zur kleinen Zahl 1098 hinzugeschrieben,
27618
25820
23724
(1096)

o i ii iii iv v
giebt 10, 9, 8, 0, 7, 6, als die wahre Größe von d f = d g *).

§. 22.

*) Daß ich zwischen der Ziffer 8 und 7 noch eine Null gesezt habe, ist deswegen nöthig, weil die Stelle der Linien leer bleiben muß. Denn wenn man die erste Differenz bloß mit 10 dividiren wollte, würde man bloß Linien herausbringen. Alsdann aber würde man mit der andern Differenz dieses Produkt nicht dividiren können, weil der Divisor stärker seyn würde, als das Dividendum. Und dies ist ein Beweis, daß keine Linien in der gesuchten Zahl stecken. Da wir also die erste Differenz mit 1000 multipliziret haben, so müssen die beiden

§. 22.

Endlich ist noch die halbe Hipothenuse, oder die Linie a d genauer zu berechnen. Ihren Logarithmus haben wir nach §. 17. gefunden = 3.3266063

Der Logarithmus, der diesem am nächsten kommt, ist = 3.3265407

Erste Differenz = 656

Zur Zahl 2122 gehöret der Logarithmus = 3.3267454

Zur Zahl 2121 = 3.3265407

Die andere Differenz = 2047

2047

656 × 1000 = 656000 | 320. Diesen Quozienten zu der kleinen Zahl 2121 hinzugeschrieben,

6141

4190

4094

(960)

0 I II III IV V

giebt 21, 2, 1, 3, 2, 0, als die wahre Größe von a d oder der halben Hipothenuse.

§. 23.

Nunmehro werden wir im Stande seyn, auch a g richtiger zu bestimmen, und mit der genau berechneten Sehne von 20 Graden zu vergleichen.

Die beiden Ziffern des Quozienten Skrupel und Gran anzeigen. Die leere Stelle der Linien aber muß durch eine Null bezeichnet werden.

Die halbe Hipothenuse ist

o I II III IV V
= 21, 2, 1, 3, 2, 0, nach §. 22.

Hiervon abgezogen

df = dg = 10 9 8 0 7 6, nach §. 21.

Bleibt = 10 2 3 2 4 4 = ag.

Die wahre Sehne von 20° war

o I II III IV V
= 10, 4, 1, 8, 8, 8 (§. 20.)

Hiervon abgezogen

ag = 10 2 3 2 4 4

I II III IV V
Bleibt = 1, 8, 6, 4, 4.

Um 18 Zolle fällt also, bei der (§. 2.) angeführten Anweisung den Zirkel zu theilen, die Sehne von 20 Graden zu kurz aus, wenn man nämlich einen Halbmesser von 30 Ruthen dazu annimmt.

§. 24.

Nach der Meinung des Herrn Rezensenten sollte dieser Unterschied 0.0062149 ausmachen, wenn man nämlich einen Halbmesser zu 1.0000000 annimmt; $\frac{1}{6}$ Zoll aber bei einem Radius von $\frac{5}{4}$ Ellen.

Auch dieses wollen wir prüfen.

§. 25.

Wir wollen demnach erstlich sehen, was der Unterschied, den wir bei einem Halbmesser von

o I II III IV V
30, 0, 0, 0, 0, 0, = 18″ gefunden haben, bei einem

Radius von 1.0000000 beträgt. Dies können wir am kürzesten durch folgende Berechnung finden:

Rad. Differ. Rad. Differ.

3000000 : 18644 = 10000000 : $62146\frac{2}{3}$

10000000

3000000) 186440000000 | $62146\frac{2}{3}$.

Die Differenz bey einem Halbmesser von 10000000 macht also $62146\frac{2}{3}$ aus; folglich $\frac{6}{100}\frac{2}{000}\frac{1}{000}\frac{4}{000}\frac{6}{000}$, wenn wir den Radius = 1 annehmen, welchen Dezimalbruch man denn abgekürzt also auszudrücken pflegt: 0.0062146.

§. 26.

Ich habe den Verscheel um etwas geringer herausgebracht, als der Herr Rezensent, der ihn zu 0.0062149 angiebt. Allein dieser Unterschied ist eine bloße Kleinigkeit. Schon die Verschiedenheit der Tabellen, die man bei der Berechnung zum Grunde legt, kann hierzu etwas beitragen. Ich habe eben diese Berechnung auch nach den Strauchischen Tabellen angestellet, und dadurch die jezt berechnete Differenz = 0.0062150 herausgebracht, die nach den Schulzischen Tabellen = 0.0062146 ist.

Dieser Unterschied rührte bloß daher, daß in den Strauchischen Tabellen der Logarithmus zur Zahl 3000 = 3.4771212 gesezt ist, in den Schulzischen aber = 3.4771213. Mit den Strauchischen stimmen überein die Tabulae Sinuum et Tangentium — cum methodo facillima resoluendi — ab A. Vlacq, welche zu Amsterdam 1671 herausgegeben

ausgegeben sind. In den Wolfischen Tabellen hingegen, die zu Halle 1753 herausgekommen sind, ist der Logarithmus von 3000, und auch von 300, wie in den Schulzischen gesezt, der Logarithmus von 30 hingegen, der bis auf die Charakteristik mit jenem übereinstimmen müßte = 1.4771212. Jedoch dieser kleine Unterschied, der dadurch in den Berechnungen entstehet, ist zu gering, als daß er in unserer vorhabenden Untersuchung einen erheblichen Irrthum verursachen könnte.

§. 27.

Nun wollen wir auch sehen, was der Unterschied beträgt, wenn man den Halbmesser zu $\frac{5}{4}$ Elle annimmt. $\frac{1}{4}$ Elle hat 6 Zolle. Also sind $\frac{5}{4}$ = 30 Zolle Duodezimalmaas. Eine rheinländische Ruthe beträgt 6 lange Ellen. Also machen 30 Ruthen 180 Ellen aus. Eine Elle hat 24 Zolle. Also haben 30 rheinländische Ruthen 4320 Duodezimalzolle.

Bei einem Radius von 30 Ruthen, oder 3000 Zollen, haben wir den Verscheel $= 18^{II}, 6^{III}, 4^{IV}, 4^{V}$ gefunden, nach §. 23., oder welches einerlei ist $= 18\frac{644}{1000}$ Zolle. Folglich kann man das Exempel also setzen:

Duod. Dec. Duod. Dec.

$3000'' : 18\frac{644''}{1000} = 4320'' : 26\frac{25428600''}{30000000}$

1000 18644

3000000 4320

372880

55932

74576

3000000) 80542080 | $26\frac{2542080}{3000000}$

6000000

20542080

18000000

(2542080).

Auf die Art haben wir dasjenige, was wir erst nach Dezimalmaas berechnet hatten, nun in Duodezimalmaas umgesezt. $26\frac{2542080}{3000000}$ Duodezimalzolle betrug die Differenz, bei einem Radius von $30° = 4320$ Duodezimalzollen. Nun finden wir leicht, was diese Differenz bei einem Radius von $\frac{5}{4}$ Ellen oder 30 Duodezimalzollen gebe, auf folgende Art:

Duod. Duod. Duod. Duod.

$4320'' : 26\frac{2542080''}{3000000} = 30'' : \frac{120813120''}{64800000}$

3000000

12960000000 30 | 3000000

805 | 1262400 | 200

24162262400 24162262400 | 120813120

24000000 12960000000 | 64800000

16262400

15000000

(1262400).

Bei

Bei einem Halbmesser von 30 Duodezimalzollen, oder $\frac{5}{4}$ Ellen, weicht also die Sehne von 20 Graden fast um $\frac{1}{6}$ Zoll von der Wahrheit ab.

§. 28.

Folglich hat der Herr Rezensent gar nicht Unrecht, wenn er behauptet, daß, nach meiner erst gegebenen Anweisung den Zirkel zu theilen (§. 2.), die Sehne von 20 Graden etwas zu klein ausfalle, und daraus könnten denn wohl freilich Unrichtigkeiten in der Eintheilung eines solchen Winkelmessers entstehen, als derjenige ist, welchen ich in meinen praktischen Entdeckungen beschrieben habe, die aber bei einem kleinen Radius, als etwa ein gewöhnliches Astrolabium oder Transporteur erfordert, wohl ziemlich unmerklich werden dürften.

§. 29.

Diejenigen aber, die sich vielleicht wundern, daß ich diese Unrichtigkeit bei der Eintheilung eines Zirkels, dessen Radius $\frac{5}{4}$ Ellen beträgt, nicht bemerkt habe, die belieben zu bedenken, daß ich das Instrument nicht nach rheinländischem, sondern nach hiesigem Ellenmaaße verfertigen lassen, und daß die hiesige Elle mehr als $\frac{1}{7}$ kleiner ist, als die rheinländische, und daß folglich auch ein hiesiger Zoll um $\frac{1}{7}$ kleiner ist, als ein rheinländischer Duodezimalzoll.

Man erwäge ferner, daß ich die Versuche dazu nur auf Papier mit einem gewöhnlichen Handzirkel machen können, wo der Fehler nothwendig sehr un-

merklich werden mußte. Wenn ich also nachgehends beim Aufzeichnen ins Große einige Unrichtigkeiten bemerkte, so glaubte ich, die Ursache davon möchte etwa im unrichtigen Einsetzen des Zirkels, oder in dem Aufzeichnen des rechten Winkels, oder in dem Anlegen des Lineals liegen. Und nun kam mir das Augenmaas zu statten, diese kleinen Fehler nach und nach zu verbessern, ohne die wahre Ursach davon zu wissen.

Was ich also in meinen praktischen Entdeckungen von der Theilung eines Quadranten gesagt habe, sollten nur Handgriffe seyn, die verlangte Zeichnung zu erleichtern, keinesweges Lehrsätze, die auf Beweise gegründet seyn müssen. Denn sonst würde ich auch nothwendig die Beweise davon haben beibringen müssen; dies war mir aber gar nicht eingefallen. Ich wollte nur zeigen, was ich durch Versuche mit dem Handzirkel, zur leichtern Verfertigung des Instruments, herausgebracht hätte, damit es sich ein jeder leicht nachmachen könnte.

Zu solchen Versuchen wird aber just nicht erfodert, daß sie, auch nach trigonometrischer Berechnung, die Probe halten. Es ist genug, wenn sie nur zu ihrer Absicht hinlänglich sind, nämlich durch Hülfe derselben eine gewisse Figur mit Leichtigkeit aufzuzeichnen, so daß keine merkliche Unrichtigkeiten dadurch erfolgen.

Dergleichen Anweisungen sind sonst in der Geometrie nicht ungewöhnlich. So hat z. B. die bekannte Anweisung des Herrn Caroli Renaldini, ehemaligen Professors zu Padua, ein jedes reguläres

Vieleck,

Vieleck durch Hülfe eines gleichseitigen Triangels, den man auf dem gegebenen Diameter des Zirkels errichtet, wo das Vieleck hineinpassen soll, aufzuzeichnen, allgemeinen Beifall gefunden, und zwar mit Recht, ob ihr gleich die völlige geometrische Richtigkeit fehlet.

§. 30.

Nachdem ich aber das Resultat des Herrn Rezensenten, das er durch Berechnung herausgebracht, zu sehen bekommen: so wurde ich neugierig, zu erfahren, ob er auch recht gerechnet hätte, und wie er seine Berechnung möchte angestellet haben. Ich überlegte die Sache, und entschloß mich, selbst einen solchen Versuch zu machen.

§. 31.

Allein, ob ich gleich durch diese mühsame Untersuchung überzeugt worden bin, daß es meiner vormaligen Anweisung an trigonometrischer Genauigkeit fehlet; ja daß sie mehr von der Wahrheit abweicht, als ich vermuthet hatte: so ist es mir dennoch sehr angenehm gewesen, daß der Herr Rezensent mir durch seine wohlausgearbeitete Rezension Veranlassung gegeben hat, meine Angabe durch eigene Berechnung zu prüfen, und sie nach dieser Berechnung völlig zu berichtigen; sie so zu berichtigen, daß keiner dagegen weiter im Geringsten etwas mit Grunde wird einwenden können, und auf die Art meinen Uebereilungsfehler zu vergüten.

Diese verbesserte und auf trigonometrische Berechnung beruhende Anweisung, einen Quadranten in

seine Grade zu theilen, soll nun in dem zweiten Kapitel dieses Abschnitts erfolgen, und hier werden wir die umständlichen Berechnungen benutzen können, um die Beweise desto kürzer zu fassen.

Zweites Kapitel.

Neue, und auf trigonometrische Berechnung beruhende Anweisung, einen Quadranten in seine Grade zu theilen.

§. 1.

Die Hauptaufgabe, welche die Rubrik dieses Kapitels anzeigt, begreift wieder zwei andere Aufgaben in sich, nämlich erstlich: einen Quadranten von 5 zu 5 Graden zu theilen; und zum andern: in einem Quadranten, der schon von 5 zu 5 Graden getheilet ist, auch jeden einzelnen Grad geschwind und leicht zu finden. Von der ersten Aufgabe werde ich nur eine Auflösung beibringen, von der andern aber sechs verschiedene, aus welchen sich denn ein jeder diejenige wählen kann, die ihm nach seiner Absicht die vortheilhafteste zu seyn scheinet.

§. 2.

Erste Aufgabe.

In einem Quadranten die Theilungspunkte von 5 zu 5 Graden zu finden. (Siehe Fig. 2.)

1. Nachdem man den rechtwinklichten, gleichschenklichten Triangel a b c aufgezeichnet, den

Bogen

Bogen a e c aus dem Punkte b beschrieben, und den ganzen Quadranten durch die Linie e b in zwei gleiche Theile getheilet hat, welches den 45sten Grad giebt: so ziehe man aus dem Mittelpunkt i, der Linie b c, eine gerade Linie, durch den Punkt d bis in f: so zeigt dieselbe bekannter Maaßen den 30sten Grad an.

2. Eröffne man den Zirkel von d bis f, und beschreibe mit dieser Eröffnung aus d den Bogen f g.

3. Man theile die Linie a d, oder die halbe Hipothenuse, durch den Punkt h, in zwei gleiche Theile *).

4. Man theile die kleine Linie g h nochmals, durch den Punkt o, in zwei gleiche Theile, setze den einen Schenkel des Zirkels in a, den andern in o, und beschreibe mit diesem Radius den Bogen o m: so ist a m der Bogen von 20 Graden. Die Weite von dem 20sten bis zum 30sten Grade giebt den Bogen von 10 Graden. Die Weite von 10 Graden, von dem 30sten Grad nach dem 41sten hin aufgetragen, giebt den Theilstrich des 40sten Grades, und die Weite vom

*) Der Punkt h ist in der Figur 2. mit Fleiß nicht in die Mitte, wo er eigentlich hingehöret, sondern näher nach d hingesezt, weil sonst die Punkte g, o, h, so dicht an einander kommen würden, daß man sie nicht mit Buchstaben bezeichnen könnte, ohne der Figur eine unbequeme Größe zu geben, so daß sie eine besondere Kupferplatte erfoderte.

40sten bis zum 45sten Grade, giebt die Weite von 5 Graden, die man denn weiter herum tragen kann.

Den Theilungspunkt der 60sten Minute kann man auch auf eben die Art finden, wie nach Nr. 1. der Theilungspunkt der 30sten Minute sich bestimmen läßt, wenn man nämlich an dem Mittelpunkt q, der Linie a b (Siehe Fig. 34.) eine gerade Linie q r, durch den Punkt d ziehet. Denn alsdann ist r der wahre Punkt der 60sten Minute, von a an gerechnet.

Man kann aber auch den 30sten und den 60sten Grad nach der bekanntern Methode bestimmen, welche ich §. 3. in dem ersten Kapitel dieses Abschnitts schon beiläufig angeführet habe.

§. 3.

In dieser Auflösung haben wir nur zu beweisen, daß der Bogen o m, nach N. 4., den 20sten Grad von a aus richtig bestimme. Der Beweis liegt in der vorhergehenden Berechnung der halben Hipothenuse a d, und der Linie f d oder d g, die wir in dem vorhergehenden Kapitel angestellet haben.

Die

Die halbe Hipothenuse a d ist nach Kap. I. §. 22.

o I II III IV V
= 21, 2, 1, 3, 2, 0,

f d oder d g, nach Kap. I.

§. 21. = 10 9 8 0 7 6. Dies

von der halben Hipothenuse

abgezogen, bleibt = 10 3 3 2 4 4 = g a.

$\frac{1}{4}$ der halben Hipothenuse

= a h = 10 6 0 6 6 0 dazu

o I II III IV V
gerechnet, giebt a g + ah = 20 9 3 9 0 4. Diese Summe halbirt, ist das

Med. arithm. von

o I II III IV V
a h und a g = 10, 4, 1, 9, 5, 2 = a o.

Hiervon abgezogen die

Sehne von 20° = 10 4 1 8 8 8, nach Kap. I. §. 20.

IV V
Bleibt 6 4.

Also weicht meine jezt gegebene Anweisung, die Sehne von 20° zu finden, bei einem Radius von 30 Ruthen, nur $\frac{1}{2}$ Linie von der Wahrheit ab. Und dies ist doch wohl eine solche Kleinigkeit, die bei einem so großen Halbmesser von 30 Ruthen gar nicht in Betrachtung gezogen werden kann.

§. 4.

Wenn man nach Ruthenzahl im Felde zu messen hat, so bekümmert man sich nicht um Linien, viel weniger um Skrupel, sondern man ist zufrieden, wenn

man

man höchstens die Schuhe richtig herausbringt, an Linien ist dabei gar nicht zu gedenken. Wollte man aber auch sogar nach Zollen und Linien, bei einem ungeheuren Zirkel, der 60 Ruthen im Durchmesser hat, die Sehne von 20° bestimmen, so trifft meine jezt gegebene Anweisung so genau zu, daß nicht eine Linie daran fehlet. Aber wo verfertiget man Quadranten oder Transporteurs, die einen Halbmesser von einigen Ruthen hätten? Gewöhnlich haben sie nur einige Zolle, höchstens einige Schuhe zum Durchmesser. Und da würde das, was bei einem Durchmesser von 60 Ruthen noch nicht eine Linie berug, auf keine Weise zu bemerken seyn, auch mit dem feinsten Haarzirkel nicht.

Folglich muß bei der Verfertigung meines Winkelmessers, den ich in meinen praktischen Entdeckungen bekannt gemacht habe, wozu man einen Quadranten zu theilen hat, dessen Halbmesser $\frac{5}{4}$ Elle beträgt, meine §. 2. gezeigte Art den Zirkel zu theilen, aufs genaueste zutreffen.

Ja man mag vorgezeichnete Zirkelbogen zu theilen haben, so groß, als sie immer in der Zeichnung möglich sind: so muß, nach meiner lezten Anweisung, nicht die geringste Unrichtigkeit dabei zu befürchten seyn. Das habe ich nunmehro durch die strengste Berechnung bewiesen. Und ich hoffe, daß die gezeigte Auflösung einer sonst so schweren Aufgabe, dem gelehrten Publikum und jedem Künstler, in dessen Fach sie einschlägt, desto nützlicher und angenehmer seyn werde, da sie sich durch ihre Simplizität und Leichtigkeit eben so wohl, als durch ihre Richtigkeit besonders empfiehlet.

§. 5.

§. 5.

Der Leipziger Herr Rezensent giebt mir den Rath, über die genaue Theilung eines Zirkels in seine Grade, Birds Anweisung nachzulesen, welche der Herr Professor Kästner in seinen astronomischen Abhandlungen anpreiset. Allein ich muß bekennen, daß ich bis jezt noch keine Abhandlung darüber gelesen habe, außer den Unterricht, den der Herr Professor Mayer in seinem schätzbaren Werke davon giebt; doch nicht eher, als ich auch die §. 2. beigebrachte Auflösung entworfen hatte.

§. 6.

Die Handgriffe und Vortheile, die er dabei zeigt, sind sehr gut, und besonders gefällt mir der Vorschlag, auf zwei verschiedenen Scheiben zwei Zirkel von einerlei Größe zu theilen, so daß man auf der einen Platte die ersten Versuche macht, und sie auf der andern Scheibe ins Reine bringt. Uebrigens sind seine Regeln in der Bestimmung des 30sten, des 60sten und des 45sten Grades eben dieselben, die ich gegeben habe, und es können auch wohl keine natürlicher und leichter ausgedacht werden, als eben diese. Wenn es aber weiter kommt, so läßt er alles auf ein gutes Augenmaas ankommen. Indessen sehe ich ein, daß er ein Mann ist, der mit tiefer Gelehrsamkeit eigene Uebung, auch in diesem Stücke, verbunden, indem er selbst auf die besten Instrumente die Eintheilung der Grade übernommen, und gewiß die besten Schriftsteller dabei zu Rathe gezogen hat.

Ich schließe daraus, daß noch keine geometrischen Aufzeichnungen der Grade eines Zirkels bekannt seyn müssen, die bequem und sicher zu gebrauchen seyn.

§. 7.

Birds Anweisung, den Zirkel zu theilen, mag gut seyn. Ich zweifle um so viel weniger an ihrer Vortrefflichkeit, da große Mathematiker sie billigen und empfehlen. Allein, wenn auch alles darin auf Grundsätze der Geometrie und Trigonometrie gebauet wäre, so zweifle ich doch, daß eine Anweisung vortheilhafter seyn könne, als die ich Kap II. §. 2. gegeben habe. Denn sie ist leicht zu übersehen, ohne alle Schwierigkeiten ins Werk zu richten, und verschafft bei dem Gebrauche die vollkommenste Richtigkeit, die man nur verlangen kann; dieses aber sind, nach meiner Meinung, alle mögliche Vollkommenheiten einer solchen Auflösung.

§. 8.

Es ist also kein leeres Kompliment, das ich dem gelehrten Herrn Verfasser der in der Vorrede eingerückten Rezension mache, wenn ich ihm öffentlich meinen Dank für seine, nicht ohne Mühe verfertigte, Rezension abstatte: denn durch sie bin ich erst zur nähern Untersuchung und völligen Berichtigung der Sache geleitet worden.

§. 9.

Nun kommen wir zur zweiten Aufgabe, welche darin bestehet, auch die einzelnen Grade in einem

Qua-

Quadranten leicht zu finden, nachdem man ihn schon von 5 zu 5 Graden, nach der vorigen Aufgabe, getheilet hat. Auch hierzu hatte ich in meinen praktischen Entdeckungen einen flüchtigern Versuch gewagt. Ich hatte nämlich gezeigt, wie man in einem von 5 zu 5 Graden getheilten Quadranten, auch den zweiten Grad leicht finden könne. Denn sobald man diesen hat, so kann man, durch Halbirung des Bogens von 2°, auch den Bogen von einem Grad ohne Mühe sicher bestimmen. Diese Anweisung bestand kurz darin: (Siehe Fig. 1.)

1) Nachdem man durch den Punkt m den 10ten Grad von c aus bestimmet hat: so ziehe man die Linie m b.

2) Man setze einen Schenkel des Zirkels in m, den andern in n, wo die Linie m b die Linie a c durchschneidet, und beschreibe mit dieser Eröffnung des Zirkels aus m, den Bogen n o: so wird der Punkt o in der Peripherie den 2ten Grad von c her bestimmen.

§. 10.

Diese Angabe hat der Herr Rezensent ganz unberührt gelassen. Ich habe sie aber nachgehends genau geprüft und gefunden, daß sie gleichfalls bei trigonometrischer Berechnung die Probe nicht hält. Die Berechnungen davon will ich hier, der Kürze wegen, nicht hersetzen. Denn sie sind nicht, wie diejenigen, die im ersten Kapitel dieses Abschnitts vorkommen, zu den folgenden Aufgaben brauchbar. Dagegen aber werde

ich

ich verschiedene andere Auflösungen beibringen, nach welchen man auch die einzelnen Grade finden kann.

§. 11.

Es scheinet zwar diese Aufgabe fast überflüßig zu seyn, da §. 2. schon gezeigt worden, wie man einen Quadranten von 5 zu 5 Graden richtig theilen könne. Denn mancher wird denken: habe ich nur erst den Zirkel von 5° zu 5° richtig getheilet, so kann ich leicht, durch Versuche, einen Bogen von 5 Graden wieder in 5 gleiche Theile zerlegen.

Allein man wird finden, daß alle die folgenden Auflösungen so beschaffen sind, daß man entweder nur eine gerade Linie von einem bestimmten Punkt zum andern ziehen darf, um die Sehne von 2, 3 oder 4 Graden herauszubringen, oder daß man auch eine gerade Linie in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile dabei zerlegen muß. In dem ersten Falle ist der Vortheil, den man durch diese Auflösungen gewinnet, augenscheinlich. In dem zweiten Falle aber bedenke man, daß es weit schwerer sei, eine krumme Linie in eine ungleiche Anzahl gleicher Theile zu zerlegen, als eine gerade.

Besonders gewinnet man durch alle diese Auflösungen den Vortheil, daß man nicht mehrere falsche Punkte auf dem zu theilenden Bogen bekommt, ehe man die wahre Abtheilung herausbringt, wie bei bloßen Versuchen nach dem Augenmaaße unvermeidlich ist.

§. 12.

Zweite Aufgabe.

In einem von 5 zu 5 Graden getheilten Quadranten, auch die einzelnen Grade leicht zu finden. (Siehe Fig. 2.)

1) Nachdem man die Punkte o, h, nach §. 2. bestimmet, und den Quadranten a e c, von 5 zu 5° getheilet hat, ziehe man aus dem Punkte p, welcher den 10ten Grad anzeiget, die Linie p b, so findet man, wo diese Linie die Hipothenuse a c durchschneidet, den Punkt g.

2) Theile man o, h, durch den Punkt k in zwei gleiche Theile: so wird g k die Sehne von 8 Graden seyn. Diese von a nach p auf den Quadranten getragen, so findet man auch die Sehne von 2°, und wenn man zwischen a und p schon den 5ten Grad bestimmet hat, auch die Sehne von 3 Graden. Wenn man endlich auch die Sehne von 2 Graden, von dem Theilpunkt des dritten Grads nach a hinträgt: so ergiebt sich dadurch der Bogen von einem Grade.

§. 13.

Um zu zeigen, daß die Sehne von 8 Graden = g k sey, müssen wir erst die Sehne von 8° genau berechnen.

Wenn wir uns einen gleichschenklichten Triangel a b g gedenken, (siehe Fig. 33.), dessen einer Winkel

b = 8° ist: so müssen die andern beiden jeder = 86° seyn. Die beiden gleichen Schenkel a b und g b nehmen wir zu 30 Ruthen an. Daher können wir die Sehne von 8 Graden durch folgende Berechnung finden.

Log. sin. a g b = 9.9989408
Log. a b = 3.4771213
Log. sin g b a = 9.1435553
Summe = 12.6206766
Log. a g = 2.6217358. d. i. 41°, 8′, 6″
= der Sehne von 8 Graden.

Der Log. von 4186 ist = 3.6217992
Der gefundene Log. ist = 3.6217358
Erste Differenz = 634
Zur Zahl 4186 gehöret der Log. = 3.6217992
Zur Zahl 4185 gehöret der Log. = 3.6216955
Andere Differenz = 1037

Die erste Differenz 634 × 100 = 63400 | 61
6222
1180
1037
(143)

Diesen Quozienten zur kleinen Zahl hinzugeschrieben, giebt 4, 1, 8, 5, 6, 1, = der Sehne von 8 Graden.
o I II III IV V

Nun müssen wir auch die Linie q k in Fig. 2. untersuchen.

Diese

Diese ist = ak — aq, wie aus der Zeichnung erhellet. ak ist die mittlere arithmetische Proporzionallinie zwischen ah und ao.

o I II III IV V

ah ist = 10, 6, 0, 6, 6, 0, nach §. 3.

ao ist = 10 4 1 9 5 2, nach §. 3.

---

ah + ao = 21, 0 2 6 1 2

2)

o I II III IV V

$\frac{1}{2}$(ah + ao) = 10, 5, 1, 3, 0, 6 = ak.

Von ak soll nun aq abgezogen werden, um qk zu finden.

Die Linie aq finden wir aus der Seite ab des Triangels aqb, und den beiden darangränzenden Winkeln abq und baq.

Der Winkel aqb ist = 10° und bq = 45°. abq + baq ist = 55°. Folglich muß der dritte Winkel bqa = 15° seyn.

Daher findet man aq nach folgender Berechnung:

Log. sin. bqa = 9.91336 45
Log. ab = 3.47712 13
Log. sin. abq = 9.23967 02

Summe = 12.71679 15
Log. aq = 2.80342 70. d.i. 6°, 3', 6" 0"'.

Auch diese Linie wollen wir näher bestimmen.

Der Logarithmus zu 6360 ist = 3.8034571.
Der gefundene Logarithmus ist = 3.8034270.

Erste Differenz = 301.

Der größere, 3.8034571 gehöret zur Zahl 6360.
Der kleinere, 3.8033888 gehöret zur Zahl 6359.

Andere Differenz = 683.

Die erste Differenz 301 × 100 ist = 30100 | 44. (683)
2732 |
2780
2732
(48).

Diesen Quozienten zur kleinen Zahl hinzugeschrieben, giebt 6, 3, 5, 9, 4, 4, = a q.
(o i ii iii iv v)

a k haben wir gefunden = 1051306
Hiervon abgezogen a q = 635944

Bleibt 415362 = Der Linie q k.

Die wahre Sehne von 8° war = 4, 1, 8, 5, 6, 1,
(o i ii iii iv v)
Hiervon, abgezogen q k = 4 1 5 3 6 2

Bleibt = 3, 1, 9, 9.
(ii iii iv v)

Nach meiner Anweisung, die Sehne von 8 Graden zu finden, weicht also die Linie q k, welche die Sehne vorstellen soll, nur 3 Zolle von der Wahrheit ab, wenn man nämlich einen Radius von 30 Ruthen annimmt; bei einem Radius von 30 Zollen oder

oder 3 Schuhen, würde es also nur drei Skrupel betragen. Dieser geringe Verscheel kann aber bei kleinern Zirkeln nicht sichtbar werden. Die folgenden Auflösungen werden indessen noch mehrere Schärfe gewähren.

§. 14.

Zweite Auflösung der zweiten Aufgabe. (Siehe Fig. 32.)

1) Nachdem man bei n den 10ten Grad bemerkt, und die Hipothenuse a c gezogen hat, so ziehe man die Linie n b, um den Punkt p zu bestimmen.

2) Die Linie p c theile man in zwei gleiche Theile, durch den Punkt q, und die Linie c q, nochmals durch den Punkt r in zwei gleiche Theile.

3) Nun beschreibe man aus c den Bogen r t: so wird c t der Bogen von 3 Graden seyn.

Hat man nun auch den 5ten Grad bestimmet, der, wenn man erst den Quadranten von 10 zu 10 Grad getheilet hat, durch die Weite von 45° bis 50°, oder 40° sich von selbst ergiebt: so ist die Weite von 3° bis zu 5° der gesuchte Bogen von 2 Graden. Die Weite von 2 Graden wieder von t aus nach c hingetragen: so findet man endlich auch den Bogen zu jedem einzelnen Grade.

§. 15.

Diese Auflösung ist leicht, und weicht bei einem Radius von 30 Ruthen nur um einen Zoll von der Wahrheit ab.

Um dieses zu beweisen, müssen wir erstlich die Sehne von 3 Graden berechnen. (siehe Fig. 34.) y c sey hier die zu berechnende Sehne von 3 Graden: so ist sowohl y b, als auch c b = dem Halbmesser, welchen wir durchgängig zu 30 Ruthen angenommen haben.

Der Winkel y b c ist = 3°, folglich ist sowohl b c y, als auch b y c, jeder = 88°, 30. Daher finden wir die Sehne von 3 Graden durch folgende Berechnung:

Log. sin b y c = 9.9998512
Log. c b = 3.4771213
Log. sin. y b c = 8.7188002

Summe = 12.1959215

Log. y c = 2.1960703. d. i. 1°, 5′, 7″, 1‴.

Wenn wir nun die Linie y c näher bestimmen wollen, so finden wir, daß der ihr zugehörige Logarithmus zwischen zwei andern liegt.

Der größere davon ist = 3.1961762.
Der gefundene = 3.1960703.

Erste Differenz = 1059.

Der größere Logarithmus 3. 1961762 gehöret zur Zahl 1571.

Der kleinere Logarithmus 3. 1958996 gehöret zur Zahl 1570

Andere Differenz = 2766.

Die erste Differenz, 1059×100 ist $= 105900$ | 38.
8298 |
22920
22128
(792)

Diesen Quozienten zu der kleinen Zahl hinzugeschrieben, giebt 1, 5, 7, 0, 3, 8 = der Sehne von 3 Graden.

Nun hätten wir noch p c, in Fig. 33, zu suchen.

Diese Linie aber ist eben dieselbe, welche wir in dem vorhergehenden §. 13. schon berechnet, und in Fig. 2. a q genannt haben.

Wir haben sie gefunden = 6, 3, 5, 9, 4, 4.

$\frac{1}{2}$ p c = q c = 3 1 7 9 7 2.

$\frac{1}{2}$ q c = r c = 1 5 8 9 8 6.

Die Sehne von 3° war = 1 5 7 0 3 8.

Diese von c r abgezogen, bleibt = 1 9 4 8. Um so viel ist also die Linie c r größer, als die Sehne von 3 Graden, nämlich bei einem Radius von 30 Ruthen.

§. 16.

Es ist also bewiesen, daß nach meiner Anweisung (§. 14.) die Sehne von 3° bei einem Radius von 30 Ruthen, wo diese Sehne $1\frac{1}{2}$ Ruthe lang ist, nur um einen Zoll von der Wahrheit abweicht; folglich bei einem Radius von 30 Schuhen um eine Linie; bei einem Halbmesser von 30 Zollen um einem Skrupel, das ist $\frac{1}{100}$ eines Zolles, und 30 Zolle oder 3 Schuhe machen schon einen ziemlichen Radius aus. Wie wollte man diese kleine Abweichung bei gewöhnlichen Quadranten oder Halbzirkeln, die zu theilen vorkommen, noch bemerken können? Folglich wird man wider die Brauchbarkeit dieser neuen Auflösung nichts zu erinnern finden, zumal da sie so leicht und einfach ist. Verlangt man indessen noch mehrere Schärfe in der Bestimmung der Grade; so bediene man sich folgendes Verfahrens.

§. 17.

Dritte Auflösung der zweiten Aufgabe. (Siehe Fig. 32.)

1) Man trage p c fünfmal auf die Hipothenuse a c, von c nach a hin: so findet man den Punkt u.

2) Man beschreibe aus c den Bogen u v: so wird v der Punkt seyn, welcher den 64sten Grad von c aus anweiset. Von 60° bis zum 64, giebt die Weite von 4° zu 4°. Hat man nun schon den Zirkel von 5° zu 5° getheilet: so giebt die Weite vom 64sten bis zum 65sten Grad auch die Sehne von einem Grade.

§. 18.

Um dieses zu beweisen, haben wir erstlich die Sehne von 64° zu berechnen. Die gerade Linie v c, in dem Triangel b v c, (siehe Fig. 33.) sey hier die zu suchende Sehne.

Weil hier der Winkel c b v = 64° ist, so müssen die andern beiden Winkel, b v c und b c v, jeder 58° enthalten.

Die Seite b c und b v sind beide Radii des Zirkels, sind folglich einander gleich, und werden hier zu 30° angenommen.

Folglich können wir die Sehne von 64° folgendermaßen berechnen:

Log. sin. b v c = 9.9284205
Log. b c = 3.4771213
Log. sin. v b c = 9.9536602
Summe = 13.4307815
Log. v c = 3.5023610. d. i. 3° 1′ 7″ 9‴
= der Sehne von 64 Graden.

Der größere Logarithmus, welcher diesem am nächsten kommt, ist = 3.5024271.
Der gefundene ist = 3.5023610.
Erste Differenz = 661.

Der größere Logarithmus 3.5024271 gehöret zur Zahl 3180.

Der kleinere Logarithmus 3.5022905 gehöret zur Zahl 3179.

Andere Differenz = 1366.

Die erste Differenz, 661 × 1000 ist = 661000 | 483.
1366
5464
11460
10928
5320
4098
(1222)

Diesen Quozienten zur kleinen Zahl hinzuge-
o I II III IV V
schrieben, giebt 31, 7, 9, 4, 8, 3 = der Sehne von 64°.

o I II III IV V
Die Linie p c ist = 6, 3, 5, 9, 4, 4, nach §. 13.
5

Diese Linie 5mal genommen, ist = 31 7 9 7 2 0 = c u.

Die wahre Sehne von 64° ist = 31 7 9 4 8 3

III IV V
Der Unterschied von beiden ist also = 2 3 7.

Nicht um $\frac{1}{4}$ Zoll weicht also diese Auflösung, bei einem Radius von 30 Ruthen von der Wahrheit ab. Mehrere Schärfe wird man wohl bei der Theilung eines Quadranten nicht verlangen können. Dennoch wird die folgende noch mehrere Genauigkeit verschaffen.

§. 19.

§. 19.

Vierte Auflösung der zweiten Aufgabe. (Siehe Fig. 33.)

1) Nachdem man die Linie g h durch den Punkt o in zwei gleiche Theile getheilet hat, nach §. 2. N. 4., so theile man die Linie o h durch den Punkt k nochmals in zwei gleiche Theile *).
2) Ferner halbire man die Linie a k durch den Punkt p.
3) Auch theile man die Linie a p durch den Punkt l in zwei gleiche Theile.
4) Und endlich auch a l in fünf gleiche Theile, entweder durch Versuche, oder nach der bekannten geometrischen Anweisung dazu: so wird $\frac{1}{5}$ a l die gesuchte Sehne von zwei Graden ausmachen.

§. 20.

Die Richtigkeit dieser Auflösung aber beweise ich also:

o I II III IV V

Die Sehne von 2 Graden ist = 1, 0, 4, 8, 4, 4, nach folgender Berechnung: (Siehe Fig. 34.)

Wenn in dem Triangel a m b, der Winkel bei b = 2° ist, so müssen die beiden andern Winkel, zusammen

*) Auch hier ist der Punkt h, der eigentlich in der Mitte von a und d stehen sollte, näher nach d hingerückt, als nach a, weil sonst zur Theilung der Linie g h nicht Raum genug seyn würde, wenigstens nicht für die Buchstaben o, k, p.

sammen genommen = 178°, und jeder derselben = 89° seyn.

Den Halbmesser a b = m b nehmen wir = 30°, oder 3000″ an.

Also kann man die Seite a m = der Sehne von 2°, durch folgende Berechnung finden:

Log. sin. a m b = 9.9999338
Log. a b = 3.4771213
Log. sin. a b m = 8.5428192

Summe = 12.0199405

Log. a m = 2.0200067. d. i. 1°, 0′, 4″, 8‴ = der Sehne von 2 Graden.

Wir wollen aber diese Sehne noch um zwei Dezimalstellen genauer suchen.

Der größere Logarithmus, welcher dem gefundenen in den Tabellen am nächsten kommt, ist = 3.0203613.

Der gefundene ist = 3.0200067.

Erste Differenz = 3546.

Der größere Logarithmus, welcher zur Zahl 1048 gehört, ist = 3.0203613.

Zur Zahl 1047 gehöret der Logarithmus = 3.0199467.

Andere Differenz = 4146.

Die

4146

Die erste Differenz 3546 × 100 ist = 354600 | 85.
33168 |

22920
20730

(2190).

Diesen Quozienten zur kleinen Zahl hinzugeschrieben, giebt: o i ii iii iv v
1, 0, 4, 7, 8, 5, = der Sehne von 2 Graden.

o i ii iii iv v
Die Linie ah ist = 10, 6, 0, 6, 6, 0, nach §. 3.
Die Linie ao ist = 10 4 1 9 5 2, nach §. 3.

o i ii iii iv v
Folglich ist ah + ao = 21, 0, 2, 6, 1, 2.
Das Med. arithm. 2)
von ah und ao = 10 5 1 3 0 6 = ak.
Hierzu gerechnet ao = 10 4 1 9 5 2, nach §. 3.

giebt ak + ao = 20 9 3 2 5 8.
Das Med. arithm. 2)
von ak und ao = 10 4 6 6 2 9 = ap
2)
$\frac{1}{2}$ ap = 5 2 3 3 1 4 = al.
5)

o i ii iii iv v
$\frac{1}{5}$ al = 1, 0, 4, 6, 6, 2. Dies ist die Linie, die nach meiner Angabe die Sehne von 2 Graden ausmachen soll. Wir wollen sie mit dieser Sehne vergleichen.

Die

	I	II	III	IV	V
Die wahre Sehne von 2° war	=	I,	0,	4,	7,	8,	5.
Die jezt berechnete Linie $\frac{1}{5}$ a l	=	I	0	4	6	6	2.

	III	IV	V
Beide von einander abgezogen, bleibt	=	1,	2,	3.

Also beträgt der Unterschied nicht viel mehr als eine Linie, nämlich 12 Skrupel, da nach der vorigen Auflösung (§. 17.) der Unterschied 2 Linien betrug.

§. 21.

Ich ziehe diese Auflösung der vorhergehenden vor, nicht nur, weil sie um eine Linie genauer die gesuchte Sehne bestimmet, denn dies ist bei solchem ungeheuren Radius nur immer eine unbedeutende Kleinigkeit, sondern weil sie einfacher ins Werk zu richten ist, als jene. Denn in jener mußte die Linie p c fünfmal auf die Hipothenuse getragen werden, und dabei ist leicht etwas zu versehen. Leichter und sicherer ist es, eine Linie zu theilen, als mehrmals an einander zu setzen. Das Halbiren besonders ist den wenigsten Schwierigkeiten unterworfen, sowohl bei Zirkelbogen, als auch bei geraden Linien.

Außerdem empfiehlet sich aber auch diese Auflösung durch die große Genauigkeit in der Bestimmung der gesuchten Sehne. Noch genauer aber läßt sich die Sehne von einzelnen Graden nach folgender Anweisung bestimmen.

§. 22.

Fünfte Auflösung der andern Aufgabe. (Siehe Fig. 33.)

1) Man nehme d r in den Zirkel, und beschreibe damit aus d den Bogen r s: so findet man den Punkt s.

2) Man theile d c durch den Punkt t in zwei gleiche Theile.

3) Die Linie t s theile man nochmals durch den Punkt u in zwei gleiche Theile, und so auch die Linie t u durch den Punkt v.

4) Nun nehme man c u in den Zirkel, und trage diese Weite von v aus nach d hin: so findet man den Punkt w.

5) Man theile die Linie c w in 5 gleiche Theile, nehme $\frac{1}{5}$ davon c x in den Zirkel, und beschreibe mit dieser Eröffnung des Zirkels, aus c, den Bogen x z: so wird der Punkt z die Weite von 8 Graden von c aus bestimmen.

Hat man nun schon von c aus den 10ten und 5ten Grad bestimmet: so findet man vom 8ten bis zum 10ten Grad die Weite von 2 Graden, und vom 8ten bis zum 5ten Grad die Weite von 3 Graden. Und nun wird ein jeder von selbst sehen, wie sich auch die Sehne von einem Grade finden läßt.

§. 23.

Um die Richtigkeit dieses Verfahrens einzusehen, bedenke man,

daß

daß dr = df, und folglich auch ds = dg sei;
ferner daß ct = ah,
daß cu = ao, und cv = ak sei.

o I II III IV V
Folglich ist cv = ak = 10, 5, 1, 3, 0, 6, nach §. 13.
und cu = ao = 10 4 1 9 5 2, nach §. 3.

Und cv + cu = 20 9 3 2 5 8 = cw

5) o I II III IV V
$\frac{1}{5}$ cw = 4 1 8 6 5 1 = cx =
= der Distanz von c bis z. Diese Linie cx = cz, müssen wir nun mit der Sehne von 8° vergleichen.

o I II III IV V
Die Linie cx = cz war = 4, 1, 8, 6, 5, 1,
Die Sehne von 8
Graden = 4 1 8 5 6 1, n. §. 13.

IV V
Diese beiden Linien von einander abgezogen, bleibt 9, 0.

Also weicht, nach diesem Verfahren, die Sehne von 8 Graden, bei einem Radius von 30°, nicht um eine Linie von der Wahrheit ab. Dies ist doch wohl der höchste Grad der Schärfe, die man verlangen kann.

§. 24.

Das schwerste in dieser Aufgabe scheinet dieses zu seyn, die Linie cw in 5 gleiche Theile genau zu zerlegen. Allein wenn man die Linie cw auf ein Reißbrett trägt, damit einen gleichschenklichten Triangel errichtet, und so, nach dem gewöhnlichen Verfahren, in die verlangten gleichen Theile zerlegt; so läßt sich dadurch immer zw leicht und sicher genug bestimmen.

Ge-

Genauigkeit und Vorsicht ist zu allen mathematischen Zeichnungen nöthig.

Es scheint auch das §. 22. gezeigte Verfahren in der Beschreibung umständlicher zu seyn, als es in der Ausübung wirklich ist. Denn wenn man den Zirkel erst, nach §. 2., von 5 zu 5 Graden getheilet hat, so hat man die beiden Linien a o = c u, und a k = c v schon auf der Hipothenuse bestimmt. Es bleibt also nichts weiter übrig, als diese beiden an einander zu setzen, und die daraus erwachsene Linie c u + c v in 5 gleiche Theile zu theilen: so ist die Sehne von 8 Graden gefunden.

Man kann daher auch die Beschreibung §. 23. auf die Art abkürzen:

Man trage a o und a k (Siehe Fig. 33.) auf eine gerade Linie, und theile die daraus entstehende Linie a o + a k in fünf gleiche Theile: so wird $\frac{1}{5}$ von (a o + a k) die Sehne von 8 Graden geben.

Und auf die Art wird dies Verfahren gewiß nicht zu weitläuftig scheinen.

§. 25.

Diese leztere Auflösung, und die, welche §. 2. vorgetragen worden, sind allein zwar schon hinlänglich zur ganzen Theilung des Zirkels. Denn nach der §. 2. kann man den Zirkel nicht nur von 10° zu 10°, sondern auch von 5° zu 5° so richtig theilen, daß auch bei einem Radius von 30 Ruthen die Sehnen nicht um eine Linie zu kurz oder zu lang werden, und nach dieser leztern, §. 23., kann man mit gleicher Genauig-

keit auch die einzelnen Grade bestimmen. Weil aber auch die übrigen Auflösungen der zweiten Aufgabe, die einzelnen Grade zu finden, brauchbar und besonders einfach sind, so habe ich sie zugleich mit anführen wollen. Ein jeder mag sich nun selbst diejenigen wählen, welche er nach seiner Absicht am bequemsten findet.

Die bisher vorgetragenen Auflösungen habe ich alle so geordnet, daß die leztern immer mehrere Schärfe nach der Berechnung gewähren, als die vorhergehenden. Die nun folgende lezte aber scheinet mir dennoch den Vorzug vor allen zu haben, ob sich gleich, nach der vorhergehenden, die gesuchte Sehne um ein Paar Linien genauer finden läßt, die, wie schon gtsagt, bei einem Radius von 30 Ruthen nicht mit in Anschlag kommen können.

Die vorhergehenden Auflösungen, besonders die beiden leztern, geben zwar, wie die Berechnungen ausweisen, ganz ungemeine Schärfe und Richtigkeit in der Bestimmung der Sehne. Diese zu erwartende Richtigkeit aber sezt die größte Vorsichtigkeit in der Zeichnung zum Voraus. Denn wenn eine Auflösung sehr zusammengesezte Operazionen in der Zeichnung erfordert, insonderheit das mehrmalige Auftragen einer Linie auf die andere, so kann leichter dabei etwas versehen werden, als wenn das Verfahren in der Zeichnung sehr einfach ist. Und ist dabei gefehlet worden, so hilft die große Genauigkeit nicht, die man sich, nach der mathematischen Berechnung, davon versprochen hatte. Zwar sind die Zeichnungen, welche die vorhergehenden Auflösungen erfordern, nicht so künstlich und

zusammen=

zusammengesezt, daß ihre Nutzbarkeit dadurch verlohren gehen könnte; aber dennoch ist es gewiß, daß leichter in denselben gefehlet werden kann, als in derjenigen, welche jezt, zum Beschlusse dieses Abschnitts, noch beigebracht werden soll. Denn diese ist die einfacheste unter allen, wie wir gleich sehen werden.

§. 26.

Sechste Auflösung der zweiten Aufgabe. (Siehe Fig. 32.)

1) Man nehme a x = der Sehne von 10 Graden in den Zirkel, und beschreibe damit, aus a, den Bogen x z.

2) Man ziehe die Linie b z g: so wird die Weite von a bis y die Sehne von 8 Graden geben, und die Weite von dem 8ten bis zum 10ten Grade den Bogen von 2 Graden, gleichwie die Weite vom 5ten bis zum 8ten Grad den Bogen von 3 Graden bestimmet.

§. 27.

Der Beweis ist kürzlich dieser: man berechne die Sehne

	o	I	II	III	IV	V
von 10 Graden; so findet man sie =	5,	2,	2,	9,	7,	5.

Man berechne auch a z, oder denjenigen Theil, welcher von der Hipothenuse abgeschnitten wird; wenn man von dem 8ten Grade an, nach b, eine gerade Linie zieht, so findet man ihn

	o	I	II	III	IV	V
=	5	2	2	7	o	8

	III	IV	V
Beides von einander abgezogen, bleibt =	2,	6,	7.

§. 28.

Dieses Verfahren übertrifft alle übrigen an Leichtigkeit, und gewährt dennoch die nöthige Schärfe. Weil ich ähnliche Berechnungen genug in dem Vorhergehenden ausführlich beigebracht habe: so wird jeder Anfänger, der das Vorhergehende durchdacht und verstanden hat, auch diese beiden Linien zu berechnen wissen.

§. 29.

Nach allen diesen gezeigten Auflösungen einen Zirkel zu theilen, erhalten wir zwar nur solche Linien, die den gesuchten Sehnen des Zirkels sehr nahe kommen, aber dennoch immer etwas kleiner oder größer ausfallen, als die Sehnen selbst, deren Stelle sie vertreten sollen. Allein dieser geringe Verscheel muß, wie ich anfänglich schon erinnert habe, uns die gegebenen Anweisungen nicht verdächtig machen. Merkliche Unrichtigkeiten in der Theilung eines Zirkels sind daher nicht zu besorgen.

Wenn man auch die Sehne von 20°, von 10°, von 5°, oder von welchem Theile des Zirkelbogens es seyn mag, zu jedem angenommenen Radius ausgerechnet, oder auch nach dieser Berechnung genau aufgezeichnet vor sich hätte: so würde man doch nie diese gegebenen Linien so genau auf den Zirkelbogen auftragen können, daß nicht bei dem Auftragen derselben so viel hin und wieder gefehlet würde, als nach meinen neuen Anweisungen, einen Zirkel zu theilen, die herum zu tragende Distanzen von der Wahrheit abweichen.

§. 30.

§. 30.

Indem man eine Linie in den Zirkel faßt, kann schon ein merklicher Theil derselben verlohren gehen, oder ihr zugesezt werden, der in der Berechnung der Linien nicht unwichtig scheinet, aber in der Zeichnung dem Auge entgehet. Bei dem Herumtragen der Linien in dem zu theilenden Bogen können wiederum einige Fehler vorfallen, welche von dem Einsetzen der Zirkelspitzen herrühren, und endlich auch in dem Anlegen des Lineals, um die Theilstriche, von dem Mittelpunkte nach der Peripherie hin, auszuziehen, oder auch überhaupt bei den zu ziehenden Linien.

Alle menschliche Kunst und Vorsichtigkeit ist nicht hinlänglich, solche Fehler gänzlich zu vermeiden, daher kann man keinen so genau getheilten Zirkelbogen erwarten, der ganz von Fehlern frei wäre. Es ist genug, wenn sie nur so klein sind, daß sie unserm Gesichte gänzlich unmerklich werden.

Folglich leisten auch die Regeln, einen gegebenen Quadranten zu theilen, schon allen zu erwartenden Nutzen, wenn sie nur so beschaffen sind, daß die dadurch zu bestimmenden Theilstriche nicht so unrichtig ausfallen, daß ihre Unrichtigkeit merklich wird. Hätte man also auch Anweisungen, einen jeden Theilstrich nach der strengsten Berechnung zu finden, so würden sie doch in der Ausübung nicht nutzbarer seyn, als die gegebenen.

§. 31.

Die mehresten Abweichungen von der geometrischen Genauigkeit, die wir bei den neuen Auflösungen bemerkt haben, sind auch so beschaffen, daß sie bloß dadurch merklich werden könnten, daß ich noch über Skrupel hinaus die zu vergleichenden Linien berechnet, und dazu einen Radius von 30 Ruthen angenommen habe. Wäre ich bei der Berechnung nicht weiter gegangen, als die gewöhnlichen Tabellen reichen: so würden diese kleinen Abweichungen bei den mehresten Auflösungen, auch in der Berechnung nicht einmal merklich geworden seyn.

§. 32.

Hier muß ich noch eine nöthige Vorsichtigkeitsregel bei dem Auftragen der Sehnen, welche die Theilstriche bestimmen, anführen, die nie aus der Acht zu lassen ist.

Man muß nämlich eine Sehne nie von einem Ende des zu theilenden Quadranten oder Halbzirkels zu dem andern herumtragen, sondern lieber von beiden Enden des Bogens nach der Mitte zu, oder so, daß man erst die Haupteintheilungen macht, nachgehends die verschiedenen Unterabtheilungen, und endlich die kleinsten Theile aufträgt.

Zum Beispiel, in der Figur 33. würde ich erstlich den ganzen Quadranten a e c genau halbiren, durch die Linie e b; nachgehends den 30sten und 60sten Grad bestimmen, nach §. 2. N. 1. Fig. 2.; darauf den 20sten Grad, nach §. 2. N. 4. Fig 2.

Mit

Mit der Weite von 30° bis 20° würde ich, von c aus, den 10ten Grad bemerken; mit dieser Eröffnung des Zirkels aus dem Punkte 30°, den Punkt 40°, und von dem Punkt 60° her den Punkt 50°; ingleichen aus eben diesem Punkte 60° den Punkt 70°; und endlich aus a den Punkt 80°: so wäre also der Quadrant von 10 zu 10 Graden getheilet.

Nun würde ich die Weite von c bis 50°, oder von e bis 40°, welche einen Bogen von 5 Graden bestimmet, in den Zirkel nehmen, und dadurch den Quadranten auch von 5° zu 5° theilen.

Endlich würde ich, nach der Anweisung §. 26, oder nach irgend einer der vorhergehenden Auflösungen der zweiten Aufgabe, auch die einzelnen Grade suchen.

§. 33.

Auf die Art würde man ziemlichermaaßen die Fehler verhüten, die bei dem Herumtragen der Linien in einem Zirkelbogen sonst unvermeidlich sind, wenn man sie von einem Punkte zum andern, nach der Reihe weg, herumtragen wollte. Denn dabei müssen sich nothwendig Fehler auf Fehler häufen, und eine unbedeutende Unrichtigkeit kann in der Folge zu einem merklichen Fehler anwachsen.

Wie leicht man dabei fehlen könne, siehet man schon, wenn man ein Sechseck auf die bekannte Art beschreibt, daß man den Radius eines Zirkels in der Peripherie desselben herumträgt. Wie oft trägt sich nicht dabei zu, daß der lezte Theilungspunkt nicht mit dem ersten zusammen passen will, wo man angefangen hatte, wenn man in

einer Reihe weg den Radius herumträgt? Man braucht nur das erste Mal um $\frac{1}{8}$ Grad bei der Eröffnung des Zirkels gefehlet zu haben, so macht dieses schon am Ende des Zirkelbogens $\frac{3}{4}$ Grad aus, wenn man nach einerlei Richtung herum die Theilung gemacht hat. Hierzu kommen denn noch neue Unrichtigkeiten, die aus Mangel der Vorsichtigkeit beim Einsetzen des Zirkels in die Peripherie, und auch selbst durch das Eindrücken der Zirkelspitzen, beim Herumtragen der Linie, entstehen können. Ja selbst die geringste Ungleichheit der Fläche kann hierzu etwas beitragen. Daher wird man meine gegebene Vorsichtsregeln nicht unwichtig finden, und auch einsehen, daß nach meinen gegebenen Auflösungen, den Zirkel zu theilen, keine Fehler zu besorgen sind, obgleich die angegebenen Linien, welcher man zur Theilung sich zu bedienen hat, mit den Sehnen, deren Stelle sie vertreten sollen, nach trigonometrischen Berechnungen nicht vollkommen übereinstimmen, wenn man nämlich die jezt gezeigte Vorsichtigkeit dabei beobachtet hat.

§. 34.

Uebrigens, hoffe ich, wird es meinen Lesern, und besonders Anfängern in der Mathematik, nicht unangenehm seyn, daß ich nicht bloß die Resultate meiner Untersuchungen, bei jeder vorkommenden Linie, sondern lieber die Berechnung selbst, hergesezt, und die Sachen größtentheils so zu Papiere gebracht habe, als ich selbst stufenweise zu weitern Einsichten gelanget bin. Durch diese völlig hingesezten Berech-

rechnungen wird den geübten Mathematikern die Prüfung meiner Angabe sehr erleichtert, und den Anfängern eine Anweisung gegeben, wie sie sich in solchen Fällen zu verhalten haben.

§. 35.

Daß ich mir die Mühe genommen, die zu vergleichenden Linien bis über Skrupel hinaus zu berechnen, war, wie schon erinnert worden, nicht sowohl deswegen nöthig, um zu zeigen, daß ich die Behauptungen, welche in der Rezension, die in der Vorrede angeführet ist, vorkommen, genau geprüft habe: sondern vielmehr um meine neuen Anweisungen, einen Quadranten zu theilen, gründlich zu beweisen; so daß jeder Mathematikverständiger sich überzeugen könne, daß dieselben auch bei dem größten Zirkelbogen, der sich nur beschreiben läßt, ohne die geringste Unrichtigkeit zu besorgen, sicher zu gebrauchen sind.

Wenn ich bloß für geübte Mathematiker schreiben wollen: so hätte ich mich hin und wieder kürzer fassen können. Aber auch Anfängern in der Mathematik wünschte ich verständlich und nützlich zu werden.

Ich gehe nun, ohne weitere Umstände, zum zweiten Abschnitte der gegenwärtigen Abhandlung über, der hoffentlich meinen Lesern noch mehr Unterhaltung verschaffen wird.

Dieser erste Abschnitt konnte bloß denen wichtig seyn, die mit Verfertigung solcher Instrumente, wobei es auf die Theilung eines Quadranten ankommt, sich selbst beschäftigen wollen. Der nun folgende Abschnitt aber wird allen, die sich mit Feldmessen abgeben, oder auch nur deutliche und gründliche Kenntnisse davon haben wollen, zu statten kommen können.

Zweiter Abschnitt.

Von einer neuen Art, die Mensel mit größerer Leichtigkeit und mehrerm Vortheile zu gebrauchen, als nach dem gewöhnlichen Verfahren möglich war.

Erstes Kapitel.

Von den Unbequemlichkeiten bei dem Gebrauche der Mensel nach dem bisher üblichen Verfahren.

§. 1.

Es ist jedem praktischen Feldmesser bekannt, daß der Gebrauch des Meßtisches bisher vielen Schwierigkeiten unterworfen gewesen; und zwar hauptsächlich deswegen, weil die genaue Richtung desselben in der zweiten und dritten Stazion, so wie in allen folgenden Standpunkten, schwer herauszubringen ist. Und in diesen Hindernissen die Mensel zu richten, finde ich auch die wahre Ursach, warum, nach der Erfahrung aller Feldmesser, bei der Aufnahme eines Platzes, wenn man ihn nach seinen Poligonwinkeln und dem Umfange zu Papiere bringen will, die Figur, alles angewandten Fleißes ungeachtet, niemals schließen will, da sie doch, wenn man diese Aufgabe mit der Zollmannischen

Scheibe

Scheibe macht, und die gehörige Vorsichtigkeit dabei gebraucht, allezeit richtig schließen wird.

Da übrigens die Mensel ein so bequemes und wohlfeiles Instrument ist, das in der Meßkunst so viele Vortheile verschaft, so hielt ich es der Mühe werth, unermüdet darauf zu sinnen, wie man diesen Unbequemlichkeiten auf die beste Art abhelfen könnte. Nach einigen Versuchen war ich endlich so glücklich, meinen Endzweck zu erreichen.

Uebetzeugt von der Richtigkeit und Brauchbarkeit meiner deshalb gemachten Erfindung, und von der großen Erleichterung, welche die praktische Geometrie dadurch gewinnen kann, achte ich es nun für meine Pflicht, sie durch gegenwärtige Schrift gemeinnützig zu machen, und wage es, sie jedem Mathematikverständigen zur Prüfung vorzustellen.

§. 2.

Ich werde erstlich die vorhin berührten Schwierigkeiten und ihre Ursachen deutlich angeben, und nachher einige Handgriffe zeigen, wodurch sie sich vollkommen heben lassen, ohne daß man die schon bekannte Einrichtung eines guten Meßtisches im geringsten abzuändern, oder sich eines Diopterlineals, das mit einem Compasse versehen ist, dabei zu bedienen nöthig hätte.

Denn die Magnetnadel leistet gewiß die großen Dienste bei dem Feldmessen nicht, die sich einige davon versprechen, welches ich in der Folge näher zu zeigen Gelegenheit haben werde.

§. 3.

Um die Schwierigkeiten bei der Richtung der Mensel deutlich angeben zu können, muß ich vorher etwas von den mannichfaltigen Einrichtungen des Meßtisches anführen, und besonders zeigen, welche unter denselben zu meiner Angabe, dies Instrument mit besonderer Leichtigkeit zu den schwersten Aufgaben zu gebrauchen, am besten ist.

Es ist zwar dieses eine nicht ganz unbekannte Einrichtung, aber da man jezt Meßtische von sehr verschiedener Art hat: so muß ich doch anzeigen, wie ein Meßtisch beschaffen seyn müsse, dessen man sich zu meiner Anweisung bedienen könne.

§. 4.

Das Stativ eines solchen Meßtisches ist wie gewöhnlich eingerichtet, mit drei Füßen, wodurch man den Tisch nach Belieben hoch oder niedrig, gerade oder schief, stellen kann. Das Tischblatt an meiner Mensel ist nur $\frac{3}{4}$ Zoll dicke, und $1\frac{1}{2}$ Fuß lang und breit. Es ruhet auf einer Nuß von ziemlicher Größe. Die Kugel in der Nuß hat $1\frac{3}{8}$ Zoll im Durchmesser. Unter der Kugel liegt ein Kork in der untersten Kapsel der Nuß, in einer dazu eingedreheten Vertiefung, $\frac{3}{4}$ Zoll tief. An der untersten Kapsel ist eine Stellschraube angebracht, die gerade auf den Mittelpunkt der Kugel gerichtet ist, und $\frac{1}{4}$ Zoll im Durchmesser hat. Das Ende der Stellschraube, welches an die Kugel antritt, ist nach der Rundung der Kugel konkav abgedrehet,

damit

damit sie desto besser an die Kugel anschließt, ohne sie zu verletzen.

Durch Hülfe dieser Stellschraube kann ich die Nuß, in jeder Richtung, so fest schrauben, daß sie ohne große Gewalt nicht verrückt werden kann. An dem Tischblatte ist unten, in dem Mittelpunkt, eine messingene Hülse befestiget, die genau über den Zapfen paßt, welcher aus der Kugel der Nuß herausraget. Dieser Zapfen hat oben eine kleine konische Vertiefung. In der Hülse aber ist oberwärts eine kleine konische Erhöhung angebracht, die genau in die Vertiefung des Zapfens eingeschmörgelt ist, damit das Tischblatt auf dem Zapfen eine sanfte horizontale Bewegung bekommen könne, sobald man es nur mit einem Finger berührt, ohne dabei im geringsten von einer Seite zur andern zu schwanken.

Ferner gehet durch die Hülse wieder eine Stellschraube, welche das Tischblatt in jeder Richtung auf dem Zapfen der Nuß festzuhalten im Stande ist, so daß es, ohne große Gewalt, nicht aus seiner Richtung gebracht werden kann.

§. 5.

Andere bedienen sich eines Meßtisches, wo das Tischblatt auf eine Platte, die auf dem Zapfen der Nuß aufgelöthet ist, angeschroben wird, so daß das Tischblatt gar keiner horizontalen Bewegung fähig ist, ohne daß sich die Kugel in der Nuß zugleich mit herumbewege.

Ferner findet man nicht leicht eine Nuß, die mit einer solchen Stellschraube versehen wäre, als ich vorhin beschrieben habe, wodurch die Nuß ganz unbeweglich erhalten wird.

Meine Einrichtung des Meßtisches hat aber offenbar große Vorzüge vor den jezt beschriebenen ältern Arten von Meßtischen, wie aus folgendem erhellen wird.

§. 6.

Um hier vorläufig zu zeigen, wie ich mit meinem Meßtische die nöthige Richtung herausbringe, so merke man sich, daß es eigentlich zweierlei ganz verschiedene Richtungen gebe, die bei dem Gebrauche der Mensel eben so, wie beim Astrolabium und ähnlichen Instrumenten, unumgänglich erfordert werden, nämlich:

1) Eine horizontale Richtung des Tischblattes.

2) Eine solche Richtung, wodurch das Tischblatt, wenn ich eine gerade Linie darauf gezogen habe, so gewendet wird, daß diese Linie nach einem gegebenen Objekt im Felde hinzeigt, oder auf eine gegebene Linie auf dem Felde hinstreicht, ohne daß dadurch die horizontale Richtung des Tisches wieder verlohren gehet, die man vorher schon herausgebracht hatte.

Das erste, nämlich die horizontale Richtung des Tischblatts, bringe ich also heraus. Ich schraube erst

die

die Hülse an den Zapfen der Nuß fest, und lasse die Stellschraube an der Nuß los. Nun kann ich das Tischblatt mit leichter Mühe drehen und wenden, wie ich will, bis ich gefunden habe, daß die verlangte horizontale Lage desselben da ist. Sobald ich diese herausgebracht habe, so schraube ich die Stellschraube an der Nuß fest, daß die Kugel darin unbeweglich stehet.

Nun gehe ich zu dem zweiten Geschäfte, nämlich, das Tischblatt so zu wenden, daß die darauf gezeichnete Linie nach einem gewissen Objekt im Felde hingerichtet werde. Zu dem Ende lasse ich die Schraube an der Hülse des Zapfens los: so spielet das Tischblatt, bei der geringsten Berührung desselben, auf dem Zapfen der Nuß nach allen Seiten herum, wo man es hin haben will, ohne aus seiner horizontalen Lage zu kommen, oder im geringsten zu schwanken. Auf die Art kann ich es leicht so lenken, daß die darauf gezogene Linie nach einem gegebenen Objekt hinzeige. Und sobald dieses geschehen, so schraube ich die Hülse an dem Zapfen der Nuß fest, und nun stehet der ganze Tisch unbeweglich.

§. 7.

Bei einem Meßtische aber, der beide Stellschrauben nicht hat, muß ich beides, sowohl die horizontale Lage des Tischblattes, als auch die Richtung desselben nach dem Objekt im Felde, zugleich zu bewerkstelligen suchen. Und so wie ich die zweite Richtung vornehmen will, gehet die erste wieder verlohren, so daß es schwer hält, beide zugleich herauszubringen.

Ferner

Ferner erschweret es, beim Meßtische ohne Stellschrauben, die doppelte Richtung nicht wenig, daß die Kugel der Nuß sehr klamm in ihre Kapsel eingepreßt seyn muß, wenn nicht jeder leichter Druck oder Stoß das Tischblatt aus seiner Lage bringen soll. Hingegen bei meinem, mit 2 Stellschrauben, brauche ich die beiden Kapseln der Nuß nur locker zusammen zu schrauben, daß sich die Kugel sehr sanft lenken läßt, und kann doch nachgehends den ganzen Meßtisch weit fester schrauben, als es mit irgend einem Meßtisch ohne Stellschrauben möglich ist.

§. 8.

Schon Zollmann sahe es ein, daß eine Nuß, mit welcher man nicht jede der beiden beschriebenen Richtungen besonders vornehmen könne, sondern immer beide Wendungen zugleich herauszubringen suchen müsse, bei allen Arten von Winkelmessern und Mensseln nicht sonderlich brauchbar sei.

Er hielt dies aber für eine unvermeidliche Unbequemlichkeit bei dem Gebrauche der Nuß, und schlug daher, statt dieser, ein Rad mit einer ewigen Schraube vor. Allein hierdurch werden zwar beide §. 6. beschriebenen Geschäfte, die zum Richten der Mensel erforderlich sind, wie billig, von einander abgesondert, und das lezte derselben sehr regelmäßig herausgebracht, aber das erste desto mehr vernachläßiget. Denn bei dieser Einrichtung muß man die horizontale Stellung des Instruments bloß durch Verrückung der Füße des Stativs auf eine elende Art zu bewerkstelligen suchen.

Er sagt nämlich: „Bei allen Winkelinstrumenten ist „überhaupt zu merken, daß die gemeine Art, beim „Rückvisiren das Instrument bei der Nuß zu ergreifen, „und mit der Hand auf dem Stativ herumzudrehen, „bis man durch die Dioptern den vorhergehenden Sta„zionspunkt erblicket, nichts tauge, und die Ursache „der meisten Fehler sei, so beim Visiren vorgehen *)."

Mit einer Nuß, ohne die beiden Stellschrauben, kann man aber das Instrument nicht anders richten, als hier beschrieben wird. Beide Richtungen müssen bei dieser Beschaffenheit des Instruments gleich mit einander verbunden werden, und auf die Art hindert eine die andere. Es wundert mich also, daß man noch immer viele Menseln mit so schlechter Einrichtung findet.

§. 9.

Die neue gute Vorrichtung aber mit den beiden Stellschrauben, habe ich der schon oft angeführten Mayerschen Anweisung zur praktischen Geometrie zu verdanken. Doch habe ich bei der Nuß, die ich hier in Quedlinburg, bei einem geschickten Gürtler, unter meiner Aufsicht und Anweisung verfertigen lassen, folgende Abänderung von der Mayerschen Vorschrift angebracht. Der Herr Prof. Mayer behauptet nämlich, es müsse vor der Stellschraube an der Nuß, inwendig an die unterste Kapsel der Kugel, eine

*) Zollmanns Geodäsie, Kap. II. Sect. II. §. 75.

eine kleine Platte in eine Vertiefung eingelassen werden, welche Platte vermittelst der Stellschraube gegen die Kugel gedrückt würde, damit die Schraube die Kugel nicht verletze, indem sie solche unmittelbar berühre, und diese Platte müsse nach der Rundung der Kugel etwas hohl ausgeschliffen seyn, auf der Seite nämlich, wo sie an die Kugel anschließt.

Solche Platte habe ich aber nicht für nöthig gefunden. Die Kugel wird nicht leiden: 1) wenn sie so viel als möglich gehärtet, die Schraube aber von weichem Messing gemacht wird; 2) wenn die Schraube die gehörige Dicke hat, $\frac{1}{4}$ Zoll im Durchmesser; 3) wenn man sie, eben wie die beiden Kapseln, welche die Kugel einschließen, genau nach der Kugel vorn abdrehen läßt.

Dies leztere ist leichter, als sichs manche einbilden, wenn man nämlich die Schraube mit ihrem Griffe in die Holdocke auf die Drechselbank bringt, und sie vorn an eben dem runden Meißel ablaufen läßt, mit welchem die Kapseln der Kugel hol ausgedrehet sind.

§. 10.

Aus dieser kurzen Beschreibung wird man sehen, daß mein Meßtisch vor den sonst üblichen ältern Arten einen großen Vorzug habe. Sonst giebt es auch noch viele andere schlechtere Arten von Meßtischen, die zu genauen Messungen gar nicht brauchbar sind. Als z. B. die, welche aus einem bloßen Brete bestehen, das auf einem dicken Stabe befestiget ist, den man in die Erde stecket, oder auch auf 3 Füßen

hinstellet, ohne daß eine Nuß, oder eine andere ähnliche Vorrichtung dabei angebracht wäre.

§. 11.

Andere künstlichere Meßtische sind hingegen sehr kostbar, und ich sehe bei manchen nicht ein, wozu die kostbaren Zurüstungen daran nöthig sind. Manche von diesen sind dem Gebrauche desselben mehr nachtheilig als vortheilhaft: z. B. wenn das Tischblatt mit einem Rahmen versehen ist, zwischen welchen das Papier durch eine Falz auf das Tischblatt aufgeklemmet wird. Denn dieser Rahmen erschweret das Tischblatt ohne Noth, und das Papier wird nie so gerade darauf werden, als wenn man es anfeuchtet, und nachgehends, ehe es getrocknet, an dem Rande des Tischblattes, auswendig, auf allen Seiten mit Buchbinderkleister anklebt: denn auf diese Art ziehet es sich, indem es trocknet, ungemein straff und glatt.

Auch die Schieber, die man dabei anzubringen pflegt, haben ihre Beschwerde, und wir werden in dem folgenden sehen, daß man ihrer gänzlich entbehren könne und daß ein glatt gehobeltes Brett von Lindenholze das allerbeste Tischblatt abgebe *).

Selbst

*) Um das Verwerfen des Tischblattes zu verhüten, läßt man es gewöhnlich mit starken Hornleisten von Eichenholz einfassen. Aber ich weiß es aus der Erfahrung, wie wenig diese Leisten helfen. Das sicherste Mittel, das Krummziehen des Tischblatts zu verhüten, ist dieses, daß man zwei dünne Bretter so auf einander leimet, daß die Adern des Holzes von beiden Brettern kreutzweise auf einander zu liegen kommen. So muß

eines

Selbst an dem sinnreich verbesserten Meßtische des Herrn Prof. Mayers, welchen er in dem ersten Theile seiner praktischen Geometrie, §. 108. beschreibt, finde ich einige Einrichtungen, welche, nach meiner Meinung, entbehrlich sind und doch das Instrument kostbar machen. Dahin rechne ich, außer der kleinen Platte, von welcher vorhin geredet worden, erstlich die drei Stützen, welche unter das Tischblatt untergeschroben werden sollen, um ihm desto mehr Festigkeit zu geben, daß es nicht schwanken könne. Denn wenn das Tischblatt auf einer guten Nuß ruhet, welche die gehörige Größe hat, und mit einer so starken Stellschraube versehen ist, daß dadurch die Kugel ganz unbeweglich gestellt werden kann: so scheinen mir diese vorhin beschriebenen drei Stützen überflüßig zu seyn. Ferner halte ichs auch für unnöthig bei diesem Meßtische, daß man ihm durch eine Art von Mikrometerschraube noch eine sanfte horizontale Bewegung zu verschaffen sucht, außer der schon beschriebenen horizontalen Wendung, welche das Tischblatt durch die darunter befestigte Hülse bekommt, die genau auf den Zapfen der Kugel paßt, sich an demselben herumdrehen und mit einer Stellschraube festschrauben läßt.

eines das andere halten. Man kann auch, zum Ueberfluß, die Bretter aus mehrern Stücken zusammensetzen lassen. Sie müssen aber gut auf einander passen, und tüchtig geleimet sein. Noch sicherer gehet man, wenn man die Bretter, woraus das Tischblatt zusammen gesezt werden soll, in Leinöle siedet.

Man glaubt nämlich, dieser einfache Mechanismus sei nicht hinlänglich, den Tisch ganz genau nach einem gewissen Objekt im Felde hinzurichten, weil man bemerkt hat, daß das Tischblatt sich sehr leicht von der ihm gegebenen Richtung wieder verrücke, indem man die Stellschraube an der Hülse ergreifet, um das gerichtete Tischblatt an dem Zapfen der Nuß festzuschrauben. Wenn es also durch das Festschrauben wiederum etwas von dem gesuchten Objekt im Felde abgerückt worden, so soll durch die angebrachte Mikrometerschraube dieser Fehler wieder verbessert werden.

Es ist freilich wahr, daß bei dem Anschrauben der Hülse an den Zapfen der Nuß, das leicht bewegliche Tischblatt sich gar bald wieder aus seiner Richtung bringen lasse, und daß durch die gedachte Mikrometerschraube dieser Fehler sehr bequem verbessert werden könne. Allein man kann es auch, durch einen sehr leichten Handgriff, verhüten, daß das Tischblatt durch das Anziehen der Schraube wieder verrückt werde. Man schraube nur diese Stellschraube an der Hülse des Zapfens der Kugel, ehe man anfängt, das Tischblatt nach dem gegebenen Objekt im Felde horizontal herum zu wenden, etwas an, daß sie an den Zapfen der Nuß andrängt, doch so, daß das Tischblatt dadurch nicht ganz festgestellet werde, sondern sich nur nicht flüchtig bewegen lasse, und es wird eine eben so sanfte und sichere Bewegung annehmen, als man durch eine Mikrometerschraube herausbringen kann. Alsdann wird das Tischblatt sich im Geringsten nicht verrücken, indem man die Stellschraube anziehet.

Muß

Muß man aber ein- oder mehrmal die Stellschraube herumdrehen, ehe sie den Zapfen der Nuß faßt: so muß freilich das Tischblatt, durch das Anrücken der Schraube, allezeit wieder aus seiner Richtung gebracht werden. Durch den gezeigten Handgriff aber kann man die befürchtete Verrückung gänzlich verhüten, und dann ist keine kostbare Mikrometerschraube an dem Meßtische nöthig.

Gern fügte ich die Zeichnung von meiner Nuß hier bei, weil sich dergleichen Dinge gar schwer, ohne Zeichnung, deutlich beschreiben lassen. Aber ich muß die Anzahl der Kupferplatten so viel als möglich zu vermindern suchen, weil ohnedies schon viele Kupfer zu dieser Abhandlung erfordert werden.

§. 12.

Nachdem also die nöthige Beschaffenheit eines Meßtisches hinlänglich gezeiget worden, so wollen wir nun die Schwierigkeiten näher untersuchen, welche die Richtung der Mensel, wenn man dieselbe von einer Stazion zur andern tragen muß, verursacht.

Zur Erläuterung dessen, was hier gesagt werden soll, mag Fig. 3. dienen. A B sei hier eine zu messende Distanz, zu deren Endpunkten man zwar aus den beiden Standpunkten C und D hinsehen, aber nicht hinkommen kann.

Es ist bekannt, daß man hier erstlich die Winkel A C B und B C D, wenn der Meßtisch über C gesezt ist, auf die Mensel zeichnen, und nachgehends die Mensel nach D bringen müsse, um auch die Winkel

BDA und ADC dazu zu bekommen, welche die gesuchte Linie ab, durch die Durchschneidung ihrer Schenkel, bestimmen.

Der Meßtisch muß aber in D so gestellet werden, daß er

1) horizontal über dem Punkt D auf dem Felde zu stehen komme;
2) so, daß der Punkt d auf der Mensel, lothrecht über den Punkt D auf der Erde passe, wo der Meßstab gestanden hatte;
3) so, daß die Visirungslinie c d auf der Mensel, ganz genau auf der Visirungslinie CD im Felde hinstreiche.

§. 13.

Alle diese gleich nöthigen Foderungen wird man schwerlich, nach der gewöhnlichen Anweisung, zugleich zu Stande bringen können. Eine derselben wird immer etwas dabei vernachläßiget werden müssen, sollte es auch nicht sehr merklich seyn.

Die gewöhnliche Anweisung dazu ist folgende:

1) Man bringe den Meßtisch aus C nach D, und richte ihn so, daß er horizontal über dem Punkt D zu stehen komme.
2) Man bringe den Punkt d auf der Mensel, welcher den Endpunkt der nach dem verjüngten Maasstabe auf dem Meßtisch aufgetragenen Stazionslinie CD ausmacht, lothrecht über den Punkt D, wo der Stab gestanden hatte.

3) Man

3) Man richte, nachdem die beiden ersten Foderungen erfüllet sind, die Mensel so, daß die Stazionslinie auf der Mensel, genau auf der Stazionslinie im Felde hinstreiche, oder daß man durch die Dioptern des Lineals, das man an die auf der Mensel gezeichnete Stazionslinie genau angelegt hat, den Stab C richtig fasse.

§. 14.

Die erste Forderung kann erfüllet werden; die andere aber nicht. Wenn die Mensel einmal horizontal gerichtet ist, so ist es unmöglich, sie noch so zu drehen und zu rücken, daß ein gewisser Punkt auf der Mensel lothrecht über einem andern gegebenen Punkt auf der Erde zu stehen komme, es müßte denn durch einen bloßen Glücksfall einmal gelingen.

Denn wodurch soll dieses geschehen? Durch horizontale Wendung des Tischblattes? Nein! dadurch kann ich nimmermehr d über D bringen, wenn die Mensel nicht gleich mit dem Stative darnach gesezt ist, daß, bei horizontaler Wendung des Tischblatts, Punkt auf Punkt passen kann. Durch Rückung der ganzen Mensel? Auch das nicht. Denn alsdann ginge ja die horizontale Richtung wieder verlohren, die man vorher herausgebracht hatte. Es bleibt also schlechterdings unmöglich, die zweite Foderung regelmäßig ins Werk zu setzen, ohne die este wieder aufzuheben.

Wenn es just der Mittelpunkt der Mensel ist, der lothrecht über einen gewissen Punkt auf der Erde gebracht werden soll: so ist es möglich, die horizontale

Stellung des Tischblatts dabei zu beobachten. Denn da würde ich erst das Stativ mit seinem Mittelpunkte, über den auf der Erde gegebenen Punkt bringen. Durch eine, in dem Mittelpunkte des Kopfes des Stativs, unten angebrachte Schnur mit einer Bleikugel läßt sich dieses, bekannter Maaßen, bewerkstelligen. Man muß alsdann nur dahin sehen, daß auch der Kopf des Stativs mit seinem Zapfen, worauf die Nuß gesezt ist, zugleich senkrecht zu stehen komme. Dies kann man aber nach dem Augenmaaße leicht finden, und den etwa dabei begangenen Fehler verbessern. Ist dieses geschehen, so ist es nachgehends leicht, durch Hülfe der Nuß auch die horizontale Lage des Tischblatts zu besorgen. Dieses läßt sich füglich mit einander ins Werk richten.

Aber ist der auf der Mensel gegebene Punkt nicht just der Mittelpunkt des Tischblatts, so weiß ich keinen Rath, Punkt auf Punkt zu passen, und die horizontale Richtung des Tischblatts dabei nicht zu verliehren.

§. 15.

Bei dem dritten Punkte sind die Schwierigkeiten noch auffallender. Denn wenn man auch die beiden ersten Foderungen wirklich herausgebracht hätte: so würde doch der Punkt d auf der Mensel nothwendig wieder verrückt werden müssen, wenn man das Tischblatt von neuem zu wenden anfängt, nachdem der Punkt d schon berichtiget war, oder der Punkt d müßte just in dem Mittelpunkte der Mensel zu liegen kommen, welches aber wohl selten der Fall seyn möchte. Denn die Figur

gur auf der Mensel würde sehr klein ausfallen müssen, wenn man nicht die Stazionslinie unterhalb des Mittelpunkts der Mensel auf derselben annehmen wollte.

§. 16.

In dieser Ordnung werden gewöhnlich die drei Foderungen bei der Richtung der Mensel in der zweiten Stazion angegeben. Aber gesezt auch, man wollte diese Ordnung umkehren; man wollte z. E. erst die Linie auf der Mensel nach dem Stab C hinrichten, nachgehends den Punkt d über D zu bringen suchen, und zulezt die Mensel horizontal richten; oder erst den Punkt d berichtigen, und nachgehends die andern beiden Foderungen zu erfüllen trachten: so würde man doch immer gleiche Schwierigkeiten finden, es würde immer eine unmögliche Sache bleiben. Eine Foderung hebt die andere auf. Man mag hier die Mensel drehen, rücken und wenden, wie man will; nie wird man allen drei Foderungen ein völliges Genüge leisten können. Eine davon wird immer nur unvollkommen erfüllt bleiben, und besonders die horizontale Richtung, weil diese am wenigsten in die Augen fällt, und wenige Theorie genug haben, die Folgen davon einzusehen, sondern fast nur handwerksmäßig nachahmen, was sie andern abgesehen, oder in superfiziellen Anweisungen für gemeine Feldmesser gelesen haben. Denn solche bilden sich sehr leicht ein, daß auf die horizontale Richtung der Mensel, oder des Astrolabiums, so viel eben nicht ankomme. Sie kippen wohl mit Fleiß das Instrument nach einer Seite hin, wenn sie nach ungleich

liegen-

liegenden Objekten zu visiren haben, ohne auf den großen Einfluß, den dies in die vorhabende Messung hat, zu achten.

§. 17.

Bei einer ganz simpeln Aufgabe, wie etwa Fig. 3. abbildet, wird auch ein kleiner Fehler in der Richtung der Mensel, der nicht sobald in die Augen fällt, noch keinen wichtigen Verscheel verursachen, zumal wenn die Linien in der zu messenden Figur nicht sehr groß sind. Aber bei langen Distanzen, die in weiter Entfernung zu messen sind, wird ein jeder Fehler in der horizontalen Richtung der Mensel die wichtigsten Folgen haben.

Noch merklicher und auffallender aber werden diese Folgen seyn, wenn man solche Aufgaben zu machen hat, wo die Mensel mehrmal von einer Station zur andern hingebracht werden muß, besonders wenn man ein geradlinichtes Feld durch Messung seines Umfangs und seiner Poligonwinkel aufnehmen will. Denn hier muß man, bekannter Maaßen, die Mensel nach allen Ecken der Figur, von einem Orte zum andern tragen, und in jedem neuen Standpunkte das §. 13. beschriebene Verfahren genau beobachten, nämlich das Tischblatt in eine horizontale Lage zu bringen, es so zu drehen, daß der Endpunkt der zulezt aufgetragenen Linie lothrecht über dem Punkt auf der Erde zu stehen komme, wo der Meßstab gestanden hatte, und endlich ihm auch eine solche Wendung zu geben, daß die Linie auf der Mensel über die abgesteckte

steckte Linie auf dem Felde hinstreiche, welche sich in diesem Punkte anfängt.

§. 18.

Bei jedem neuen Standpunkte finden sich folglich auch die vorhin gezeigten unüberwindlichen Schwierigkeiten. Es müssen sich daher Fehler auf Fehler häufen. Nur bei jedem Standpunkte etwas versehen, sollte es auch nur ein kaum merklicher Fehler seyn: so werden schon bei 3 bis 4 Stazionspunkten, wo alle diese Schwierigkeiten vorfielen, sich die Fehler so gehäuft haben, daß unmöglich die auf der Mensel verzeichneten Umfangslinien mit ihren Poligonwinkeln die gesuchte Figur richtig abbilden können, und das Letzte der Figur wird nicht an das Erste wieder anpassen, das heißt: sie wird nicht schließen wollen.

Und ist dies wohl zu bewundern? Nichts ist in dem Feldmessen mehr zu vermeiden, als das Anhäufen der Fehler, und dieses ist hier, nach dem bisher beobachteten Verfahren, offenbar unvermeidlich.

Man hat zwar schon verschiedene Mittel ausgedacht, die bei dieser Aufgabe beständig vorfallenden Fehler zu berichtigen; aber noch keine, sie zu vermeiden.

Und diese sind doch größtentheils nur elendes Flickwerk, oder nur Mittel, die begangnen Fehler aufzusuchen; zu sehen, wo? und wie sehr man gefehlet habe? um nun, auf gut Glück, die unsichere Arbeit vom Neuen anzufangen. Das Richten der Mensel bleibt wenigstens dabei immer dasselbige.

§. 19.

Daher kommt es, daß einige Feldmesser den Gebrauch der Zollmannischen Scheibe, dem Gebrauche der Mensel weit vorziehen. Aber auch diese hat ihre Ungemächlichkeiten. Insonderheit erhalte ich nicht dadurch den Vortheil, die aufzunehmende Figur sogleich aufs Papier zu bekommen, und muß immer eine Art von Protokoll dabei führen, anderer Schwierigkeiten hier nicht zu gedenken.

Doch muß ich selbst bekennen, daß ich zur Aufnahme eines Platzes, nach seinen ihn einschließenden Linien und Winkeln, die Zollmannische Scheibe für weit bequemer halte, als die Mensel, nämlich nach der bisher beobachteten Methode, die Mensel zu richten.

§. 20.

Wenn der Herr Prof. Mayer, der nicht viel von der Zollmannischen Scheibe zu halten scheint, in seiner praktischen Geometrie wider diejenigen eifert, welche dieselbe für das wichtigste Instrument in der Meßkunst halten, oder sie gar als unentbehrlich ansehen: so bemühet er sich, zu zeigen, wie man mit der Mensel eben das machen könne, was man sonst mit der Zollmannischen Scheibe zu machen pflegt, und mit ihr allein glücklich verrichten zu können bisher sich eingebildet hat, nämlich einen Platz nach seinem Umfange so aufzunehmen, daß man alle Winkel und Seiten desselben nach solcher Ordnung aufs Papier bekommt, daß sich die im Felde aufgezeichneten Seiten,

mit

mit einem hölzernen Winkelmaaße und einem Lineale, nach ihrer natürlichen Lage zu Hause, so auf ein anderes Papier bringen, und gleichsam abschieben lassen, daß die ganze Figur des Platzes daraus entstehen muß, ohne den Gebrauch irgend eines Transporteurs, und ohne um das Maaß der Winkel sich dabei zu bekümmern.

§. 21.

Sein Verfahren dabei ist sehr sinnreich, und er würde völlig Recht haben, indem er behauptet, daß man diese Aufgabe eben so leicht mit der Mensel, als mit der hochgepriesenen Zollmannischen Scheibe bewerkstelligen könne; wenn er auch gezeiget hätte, wie die Schwierigkeiten, die Mensel in jeder Stazion richtig zu stellen, gehoben werden könnten, die bei der Zollmannischen Scheibe nicht vorkommen. An diese Schwierigkeiten scheint aber der sonst scharfsinnige Mann hier nicht gedacht zu haben.

§. 22.

Man erlaube mir, das gewöhnliche Verfahren mit der Zollmannischen Scheibe bei dieser Aufgabe, und die Anweisung, welche der Hr. Prof. Mayer giebt, diese Aufgabe mit der Mensel eben so gut zu machen, näher mit einander zu vergleichen, um auch hier die Schwierigkeiten, die sich bei dem gewöhnlichen Gebrauche der Mensel finden, meinen Lesern noch anschaulicher zu machen.

Ich will also dieselbe Figur, die der Prof. Mayer gewählet hat, um zu zeigen, wie man ein Feld, nach

Art

Art der Zollmannischen Scheibe, mit der Mensel aufnehmen solle, hier beifügen, und die Anweisung, sie aufzunehmen, mit des Herrn Verfassers eigenen Worten anführen, vorher aber zeigen, wie man dieselbe mit der Zollmannischen Scheibe aufs Papier zu bringen pflege, damit man beide Verfahrungsarten desto besser mit einander vergleichen könne.

§. 23.

Man sehe Figur 4. ABCD ist hier das aufzunehmende Feld. Mit der Zollmannischen Scheibe würde man dabei also verfahren:

I) Sezet man die Scheibe mit ihrem Mittelpunkte senkrecht über den Punkt A, visiret durch das Diopterlineal, welches sich an einem in der Mitte der Scheibe befindlichen Stifte herumbewegen läßt, nach D und nach B hin, ziehet darnach die Visirungslinien auf der Scheibe aus, und bemerket die Endpunkte der Linien mit Buchstaben oder Ziffern. Wir wollen hier die Ziffern (1) und (2) hinsetzen.

II) Man mißt die Linie AD und AB auf dem Felde, und merkt sich ihr Maas in der Schreibtafel.

III) Man bringt den Mittelpunkt der Scheibe über den Punkt B, richtet die Scheibe so, daß die Linie 2, 2, nach A hinweise, und die Linie 1, 1, mit AD parallel laufe, visiret in dieser Stellung der Scheibe nach C hin, ziehet die Visirungslinie aus, und sezt an den Enden der Linie, die auf BC hinstreichet, die Ziffer (3).

IV) Man

IV) Man mißt die Seite B C auf dem Felde, und schreibt sich ihr Maas auf.

V) Man bringt endlich die Scheibe mit ihrem Mittelpunkte über den Punkt C, richtet die Scheibe so, daß die Linie, welche zu beiden Enden mit (3) bezeichnet ist, nach den Punkt B hinweiset, und die Linie 2, 2, mit B A parallel laufe, visiret in dieser Richtung nach D hin, ziehet die Visirungslinie aus, und bemerket die Endpunkte derselben mit (4).

VI) Endlich mißt man auch die Linie C D, und schreibt sich ihr Maas auf.

VII) Zu Hause nimmt man ein ziemlich großes Reißbrett, Q, mit Papier überzogen, löset das Papier von der Scheibe ab, und klebt es, mit Mundleime, glatt auf die eine Seite des Reißbretts vest.

VIII) Nun nimmt man ein hölzernes Winkelmaas und ein Lineal, und ziehet, mit 1, 1 parallel, die Linie a d auf das Reißbrett, und giebt dieser Linie, nach dem verjüngten Maasstabe, die Länge von A D.

IX) Man ziehet die Linie a b, parallel mit 2, 2, und giebt ihr die Länge von A B.

X) Man ziehet die Linie b c parallel mit 3, 3, und giebt ihr die Länge von B C.

XI) Nun ziehet man endlich die Linie c d, welche sich von selbst ergiebt, und das Maas von C D haben muß, wenn man die vorhergehenden Vorschriften genau beobachtet hat.

§. 24.

Gewiß! eine sehr bequeme Art, eine Figur aufzunehmen, die keinen großen Schwierigkeiten unterworfen ist, und bei welcher die Figur sich allezeit richtig schließen muß, wenn man nicht sehr nachläßig zu Werke gegangen ist.

Eben diese Messungsart sucht nun der Herr Prof. Mayer mit der Mensel nachzuahmen. Ich will seine Anweisung wörtlich hersetzen, und sie mit einigen Anmerkungen begleiten. Er schreibt also *): (Fig. 5.)

I) Man bringe den Meßtisch über A, und bestimme auf demselben den Punkt m, der lothrecht über A liegt. Lege an den Punkt m das Dioptrlineal, visire nach den Objekten B D, ziehe durch m die dahin gerichteten Linien q x, p y, und bezeichne dieselben mit den dabei geschriebenen Zahlen 1, 1; 2, 2. Man mache auch auf die gezogenen Richtungen 1, 1; 2, 2, bei x, y, ein Paar Merkmale, um anzudeuten, daß von den gezogenen Richtungen q x, p y, es eigentlich die Stücken m x, m y, sind, die aus m, nach den Objekten D, B hinlaufen, oder daß die Objekte D, B eigentlich nicht auf den Schenkeln m q, m p, sondern auf denen m x, m y, liegen müssen. Diese Vorschrift beobachte man an jeder folgenden Stazion.

Nun

*) Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie von M. Joh. Tobias Mayer, Theil 2. §. 237.

Nun messe man die Weite AB, die der Richtungslinie 2, 2, zugehöret, und schreibe sie in ein bei sich zu führendes Protokoll. (Dies hat keine Schwierigkeit.)

II. Man bringe ferner den Meßtisch über B so, daß der Punkt m über B, und die Linie 2, 2, wieder längst AB zu liegen komme, lege hierauf an m wieder das Diopterlineal, visire nach C, ziehe die dahin gehende, mit den Zahlen 3, 3, zu bemerkende Richtung, und mache auf dieselbe bei v ein Zeichen, nach der Vorschrift (I.).

(Hier haben wir wieder alle Schwierigkeiten in der Richtung der Mensel, die ich schon §. 14, 15, 16, bemerkt habe. Erstlich soll ich den Punkt m über B bringen, zum andern den Tisch so rücken, daß die Linie 2, 2, längst AB zu liegen komme, und endlich soll ich auch die horizontale Lage des Tisches beständig beibehalten. Das lezte ist hier zwar nicht ausdrücklich erinnert, aber es verstehet sich allemal von selbst, wie billig einem jeden Anfänger in der Meßkunst bekannt sein sollte, und der Herr Professor Mayer selbst hin und wieder sorgfältig einschärft. Alle diese 3 Stücke zugleich zu erhalten, wird schwerlich gelingen. Hat man den Punkt m richtig über B gebracht, und will nachgehends die Linie 2, 2, nach BA richten: so wird man den Punkt m augenblicklich wieder verrücken, und muß nun die Arbeit wieder von vorn anfangen. Selbst das ganze Instrument muß, mit dem Stative, anders gerückt werden, wenn man nicht alles, gleich das erstemal, so zu reden auf einen Griff, getroffen hat. Bald muß man

hier, bald da, etwas verrücken und abändern, bis man glaubt, alle drei Foderungen einigermaßen erfüllet zu haben.)

III. Nachdem nun die Weite B C gemessen worden, so bringe man den Meßtisch über C, und verfahre, wie in (II.) an der Stazion B, dergestalt, daß vermittelst der mit 4, 4, bezeichneten Richtung der Winkel D C B auf dem Meßtische erhalten werde. (Hier haben wir wieder alle die Schwierigkeiten, die sich bei dem vorigen Standpunkte fanden.)

IV. Es erhellet leicht, daß man durch die Fortsetzung dieser Arbeit eigentlich jeden Winkel am Umkreise der Figur, auf dem Meßtisch an den Punkt m bringt.

Es kommt nur darauf an, aus den Winkeln auf dem Meßtische, und den gegebenen Seiten der Figur A B C D, die Figur vollkommen aufzuzeichnen.

Dies geschiehet am bequemsten auf folgende Art.

V. Man schneide das Papier behutsam von dem Meßtische herunter, und klebe es etwa an 4 Stellen sorgfältig mit Mundleim auf das Papier Q, worauf die Figur A B C entworfen werden soll, dergestalt, daß das von dem Meßtische abgenommene Papier glatt und ohne Beulen, auf das untere Blatt Papier Q

zu liegen komme. a sei nun auf diesem Papiere der Punkt, der den Punkt A auf dem Felde vorstellen soll. Man ziehe nun durch a mit denen auf dem aufgeklebten Papiere befindlichen Richtungen 1, 1; 2, 2; ein Paar Parallellinien, a d, a b, vermittelst eines Lineals und eines rechtwinklichten Dreiecks, dergestalt aber, daß a d, a b, aus dem Punkt a nach eben der Richtung laufen, wie die aus dem Punkt m auslaufenden Stücken m x, m y (I); wozu die auf den Richtungen 1, 1; 2, 2, bezeichneten Punkte x, y, dienen: so ist der Winkel D A B auf dem Felde, durch d a b auf dem Risse entworfen, oder D A B = d a b. Die gemessene Weite A B (1) trage man auf den mit 2, 2 parallel gezogenen Schenkel des Winkels d a b, von a nach b;

Hierauf ziehe man mit 3, 3, durch b eine Parallele b c nach der Richtung, nach welcher der auf 3, 3, bezeichnete Punkt (II) hinfällt, so hat man den Winkel A B C auf dem Felde, durch a b c auf dem Papiere.

Nachdem man endlich die gemessene Weite B C von b nach c getragen, und durch c mit 4, 4, nach der bisherigen Vorschrift eine Parallele gezogen hat, so erhält man auf dem Papiere die Figur a b c d, welche A B C D ähnlich sein wird.

§. 25.

Nachdem der Herr Verfasser noch einige Vortheile und Handgriffe bei dieser Auflösung gezeigt hat, so fährt er also fort:

Das Verfahren in dieser Aufgabe ist völlig dasselbige, dessen man sich bei der Zollmannischen Meßscheibe bedienet, und da die runde Gestalt dabei nichts abändert, so habe ich gezeiget, wie der bloße Meßtisch zu eben dieser Absicht dienet. — — Ich glaube aber, daß der Meßtisch weit geschickter dazu ist, weil sich das Papier ungleich fester und besser auf demselben aufziehen läßt, als auf einer runden Scheibe.

§. 26.

Ich würde diesem Urtheile des Herrn Verfassers, wie schon gesagt, völlig beistimmen, wenn er nur gezeiget hätte, wie die von mir bemerkten Schwierigkeiten, die Mensel zu richten, gehoben werden könnten, die doch bei der Zollmannischen Scheibe gar nicht vorkommen. Alsdann könnte man mit Recht die Meßscheibe als ein ganz überflüßiges Instrument ansehen. Aber ehe diese nicht gehoben sind, bleibt allemal die Zollmannische Scheibe, wenigstens zu dieser Aufgabe, das bequemste Instrument.

Ich wundre mich, daß von dem gelehrten Herrn Verfasser, bei dem man sonst die schönste Theorie mit allen praktischen Vortheilen vereinigt findet, die angezeigten Schwierigkeiten bei der Richtung der Mensel

gar

gar nicht bemerkt worden. Aber sie scheinen wirklich seinem sonst scharfen Blicke gänzlich entgangen zu sein.

§. 27.

Ich beweise mein Urtheil noch aus einer andern Stelle des Mayerschen Werks *). Bei der Aufgabe: Vermittelst des Meßtisches ein Feld, ABCDE (siehe Figur 6.), das man ganz umgehen kann, zu Papiere zu bringen, lautet nämlich die Auflösung, nach den eigenen Worten des Hrn. Verfassers, also:

I. Nachdem man die Punkte A, B, C, D, E, gehörig mit Stäben und Nummern bezeichnet hat, so bringe man über A den Meßtisch, stelle ihn horizontal, und bestimme auf ihm den Punkt a, der lothrecht über A liegt.

II. Man lege an a die dioptrische Regel, visire nach B und E, und ziehe auf dem Meßtische nach B und E die unbestimmten Richtungslinien aβ, aε, so erhält man auf dem Meßtische einen Winkel εaβ, dessen Schenkel horizontal laufen, und der dem Winkel BAE in der Figur gleich ist. = =

III. Man messe nun mit der Meßkette die Weite AB, und trage sie, nach dem verjüngten Maasstabe, von a nach b, auf die Richtungslinie aβ. = =

*) Theil 2. §. 222.

IV. Man nehme den Meßtisch von A weg, und setze ihn über B, dergestalt, daß er über B, 1) horizontal stehe, 2) daß der Punkt, den man bei der ersten Stazion A erhalten hatte, (III.) lothrecht über B zu liegen komme; 3) daß die Linie ba längst BA eingerichtet sei. Lezteres erhält man dadurch, daß man die Regel an ba legt, und den Meßtisch so lange horizontal herumwendet, bis man durch die Dioptern, die bei A zurückgelassene Fahne, oder Stange von dem Faden des Objektivdiopters bedeckt siehet.

§. 28.

So weit brauche ich hier nur die Worte des Herrn Verfassers anzuführen. Er behauptet hier eben das, was ich schon §. 12. gesagt habe, nämlich daß bei der Versetzung der Mensel von einem Stazionspunkte zum andern, allezeit 3 Stücke, zur Richtung der Mensel, unumgänglich erfordert werden, nämlich: 1) sie muß horizontal stehen; 2) der Endpunkt der auf der Mensel verzeichneten Stazionslinie muß lothrecht über den Punkt auf dem Felde gebracht werden; 3) die Stazionslinie auf der Mensel muß genau auf der Stazionslinie im Felde hinstreichen.

§. 29.

§. 29.

Das andere dieser drei Stücke, behaupte ich, ist nicht möglich ohne das erste, nämlich die horizontale Richtung wieder aufzuheben, und durch das dritte wird die zweite Einrichtung wieder aufgehoben. Meine Gründe dazu habe ich schon §. 14. 15. kürzlich angegeben. Der Herr Verfasser aber will zeigen, durch was für Handgriffe dieses herauszubringen sei. Denn besonders bei dem lezten Punkte fällt ihm die natürliche Frage ein, die ich schon bei dem zweiten Punkte beantwortet wissen möchte: Wie läßt sich dieses bewerkstelligen? und beantwortet dieselbe also: Lezteres erhält man dadurch, daß man die Regel an a b legt, und den Meßtisch so lange herumdrehet, u. s. w.

§. 30.

Hier bitte ich meine Leser, zu überlegen, ob auch der Punkt b auf der Mensel, lothrecht über den Punkt B auf der Erde bleiben könne, wenn das Tischblatt nur im geringsten um seinen Mittelpunkt sich zu bewegen anfängt. Man sehe Figur 7. B R sei hier die auf dem Felde abgesteckte Linie.

b r die Linie auf der Mensel, die so gerichtet werden soll, daß sie über B R hinstreiche, und mit dem Punkt b lothrecht über B zu liegen komme.

Den Punkt b wollen wir als richtig über B gebracht annehmen, oder vielmehr, nach der Zeichnung, uns B lothrecht auf der Erde, unter b auf der Mensel gedenken.

Nun soll man das Tischblatt um seinen Mittelpunkt o so wenden, daß die Linie b r, über B R auf dem Felde hinstreiche, ohne den Punkt b aus seiner Lage zu bringen. Aber sobald das Tischblatt sich zu bewegen anfängt, so bald muß sich der Punkt b wieder verrücken. Er kann unmöglich lothrecht über B bleiben. Bewegt sich die Ecke der Mensel, wo u stehet, nach dem Punkte z zu, so gehet die entgegenstehende Ecke v nothwendig nach w hin; gehet die Ecke u nach y zu, so gehet der Punkt v nach k hin, und der Punkt b, der lothrecht über B bleiben sollte, bewegt sich bei jeder Wendung unfehlbar mit, entweder nach s, oder nach t hin, und man mag die Mensel drehen, rechts oder links, so lange man will, nimmermehr wird dadurch die Linie b r über B R gebracht werden. Der gegebene Rath enthält also eine offenbare Unmöglichkeit. Wollte man auch die ganze Mensel mit sammt dem Stative fortrücken; wo bleibt alsdann die horizontale Lage, die die erste Foderung ausmachte, besonders bei ungleichem Boden? Und wer kann die ganze Mensel mit ihrem Stative so fortrücken, daß der Faden des Objektivdiopters den, in der ersten Stazion zurückgelassenen Stab genau decke, und zugleich b auf B passe? Hierzu möchte wohl alle menschliche Geschicklichkeit, Vorsichtigkeit und Uebung nicht hinlänglich sein.

§. 31.

Ich hoffe, daß jeder aufmerksamer Leser finden werde, man fordere hier unmögliche Dinge. Lange

hatte

hatte ich schon über die Schwierigkeiten, die sich bei der Richtung der Mensel finden, nachgedacht. Bei jedem Autor, der etwas Praktisches über die Geodäsie geschrieben, und mir in die Hände gerieth, hatte ich begierig nachgesehen, wie den gedachten Schwierigkeiten zu entgehen, und die gewöhnlichen Foderungen zu erfüllen wären. Aber vergebens. Ich freuete mich also, als ich des Herrn Prof. Mayers wirklich sehr schäzbare Anweisung zur praktischen Geometrie las, und auf die Worte stieß: Das Lezte erhält man also — — Hier wurde ich ganz Aufmerksamkeit, las mehr als einmal, aber meine Erwartung wurde getäuschet. Nicht eine — der bemerkten Schwierigkeiten fand ich gehoben.

§. 32.

Man lege mir nicht diese kleine Kritik über die angeführte Stelle aus dem Mayerschen Werke, als eine Verachtung aus, die ich dadurch gegen diesen großen und verdienstvollen Mann zu erkennen geben wollen. Ich schäze wirklich die Einsichten und längst entschiedenen Verdienste dieses Gelehrten, und bekenne frei, daß ich aus seinen Schriften sehr vieles gelernet habe. Aber auch große Männer können fehlen, und nie muß ein Gelehrter, auf Treu und Glauben, in irgend einer Wissenschaft, etwas für ausgemacht, auf das Wort großer Männer annehmen, wo er mit eigenen Augen sehen und selbst prüfen kann.

Zeigen, wo große Leute gefehlet haben, wenn es nicht mit Bitterkeit und Schmähsucht, sondern mit

Be-

Bescheidenheit geschieht, ist kein Verbrechen, muß auch nie von demjenigen, der seines Fehlers überzeugt wird, empfindlich aufgenommen werden.

§. 33.

Ferner muß ich erinnern, daß meine Bemerkungen, in Ansehung der Richtung der Mensel, nicht bloß das Mayersche Werk betreffen, sondern alle mir bekannten Anweisungen zur praktischen Geometrie, die bisher herausgekommen sind. Mir ist es wenigstens nicht bewußt, daß die von mir angezeigten Schwierigkeiten irgendwo deutlich und ausführlich angegeben worden, oder noch weniger, daß man solche Handgriffe gezeiget hätte, wodurch denselben abzuhelfen wäre. Ich habe nur deswegen hier die Anweisung des Herrn Prof. Mayers immer angeführt, weil er gerade derjenige ist, der, so viel mir wissend ist, am ausführlichsten über den Gebrauch der Mensel, über die Vorsichtigkeit, die in der Richtung derselben zu beobachten ist, und über alle Handgriffe, welche dabei gebraucht werden müssen, sich eingelassen hat; da die mehresten es nicht wagen, hierbei ins Detail zu gehen. Sie wischen flüchtig über diesen wichtigen Punkt hin, als ob sie mit Fleiß ihre Augen dagegen verschließen wollten.

§. 34.

Insonderheit wundert es mich, daß Herr Zollmann so wenig von den vorfallenden Hindernissen bei der Richtung der Mensel gedenkt, wenn er in seiner Geodäsie die Fehler aller Arten von Instrumenten,

deren

deren man sich bisher zum Aufnehmen der Felder bedienet hat, durchgehet, um den Vorzug seiner Meßscheibe desto auffallender zu machen, und also auch die Ungemächlichkeiten, die sich bei dem Gebrauche der Mensel finden, hererzählt *). Er sagt zwar, daß ein Feld, durch Hülfe der Mensel, nach seinem Umfange, schwer und nicht mit gehöriger Genauigkeit aufgenommen werden könnte: aber die Ursachen davon giebt er sehr mangelhaft an. Er sucht sie nämlich bloß darin, weil man in den Punkt, aus welchem man zu visiren hätte, eine Nadel einzuschlagen pflegte, um das Diopterlineal darnach desto leichter richten zu können. Allein, ob ich gleich glaube, daß diese unnütze Gewohnheit einiger Feldmesser zu Fehlern im Visiren Anlaß geben könne: so möchte dies doch wohl just die geringste Ursach sein, warum die Figur am Ende nicht schließen will. Denn sie wird niemals schließen, wenn man auch ohne die eingeschlagene Nadel, und mit aller möglichen Genauigkeit visiret hat. Die wahre Ursach ist in der erwiesenen Unmöglichkeit zu suchen, die Mensel in der zweiten und folgenden Stazion richtig zu stellen, nicht im Visiren.

Etwas besser drückt sich dieser Mann in dem Vorhergehenden über diese Schwierigkeiten aus, die sich bei dem Gebrauche der Mensel finden, als er den Ursprung der Mensel aus dem Astrolabium, und der Meßscheibe aus der Mensel zeigen will; in dem ersten Kapitel

*) S. Zollmanns Geodäsie, Kap. II. Sect. II. §. 72.

pitel seiner Geodäsie, im ersten Abschnitte, §. 57. Hier bemerkt er gleichfalls, daß der Gebrauch der Mensel, beim Aufnehmen einer Figur aus ihren Poligonen, vielen Hindernissen unterworfen sei, und füget hinzu, daß diese größtentheils daher rühreten, daß man, bei jeder neuen Stazion, ein neues Zentrum auf der Mensel annehmen müsse, an welchem die Dioptern nicht füglich festgestellet werden könnten.

Hier trifft er in so fern die Sache, daß er sagt, es sei ein Hinderniß im Richten der Mensel, daß man in jeder Stazion einen andern Punkt auf der Mensel suchen müsse, aus welchem visiret werden solle, da bei der Scheibe nur immer aus einem Punkte, nämlich aus dem centro visiret werden dürfte, (denn so verstehe ich wenigstens seine dunklen Worte.) Aber daß die Dioptern auf der Mensel nicht fest liegen, und leicht verrückt werden könnten, dies scheinet mir gar nicht zur Sache zu gehören. Könnte man immer die Mensel so stellen, daß der Punkt, aus welchem visiret werden soll, die rechte Lage erhielte, und das Tischblatt mit seiner Stellung in der ersten Stazion parallel zu stehen käme: so müßte gewiß die aufzuzeichnende Figur sich immer schließen, wenn auch nicht das Diopterlineal an einem festen Stifte herumbewegt würde. Dies ist nur ein geringer, leicht zu entbehrender Vortheil bei der Meßscheibe.

§. 35.

Unter den mir bekannt gewordenen Schriftstellern, die über das praktische Feldmessen geschrieben haben, ist

der

der Herr G. R. Böhm derjenige, der auf die angezeigten Schwierigkeiten bei der Richtung der Mensel in der zweiten Stazion am aufmerksamsten geworden, ob er gleich in seiner Anweisung, die Mensel zu richten, nicht so ausführlich ist, als der Herr Pr. Mayer. Seine Regeln sind sehr kurz, und in einer Anmerkung fügt er hinzu: „Wenn das Meßtischlein an mehr als „einer Stazion stehen muß, so ist der Gebrauch mit „einiger Beschwerlichkeit verbunden. Denn wenn man „die Linie b c durch das Rückvisiren akkurat gerichtet: „so stehet der Punkt c nicht mehr über C. Stellet „man wieder die Punkte gehörig über einander, so ist „die Linie wieder verrückt, und gleichwohl muß endlich „beides zusammentreffen, wenn man sich auf die Mes„sung verlassen soll *)."

§. 36.

Er nennet dies, sehr gelinde, bloß einige Beschwerlichkeit. Nach meiner Meinung aber ist es wahre Unmöglichkeit. Und diese Unmöglichkeit wird noch auffallender, wenn man die dritte Foderung dazu nimmt, nämlich das Tischblatt bei allen Rückungen und

*) S. gründliche Anweisung zur Meßkunst auf dem Felde, von Andr. Böhm, Hochfürstl. Hessendarmstädt G. R. — Frankfurth und Leipzig, bei Heinrich Ludwig Brönner 1779. K. II. §. 44.

b c nennet der Verfasser hier die Linie, welche ich in Figur 7, b r genannt habe, und die auf R b aufgepaßt werden soll. c ist bei ihm der Punkt b, den man sich auf der Mensel gedenken muß, und C der darunter liegende Punkt auf der Erde.

und Wendungen in horizontaler Richtung zu erhalten. Welches Erforderniß aber hier mit Stillschweigen übergangen wird.

§. 37.

Seine Anweisung selbst, in Ansehung der Richtung der Mensel, ist diese *): Richtet die Mensel so, daß c über C falle, und b c über B C. Gut! aber wie macht man das? Der Herr Verfasser sagt: „Das Lezte wird man also erhalten: Leget die Regel an b c, visiret durch die Dioptern, und wendet das Tischblatt so lange, bis man den Stab B gehörig erblicket.“

Aber wie wendet man nun das Tischblatt, um die verlangte Lage herauszubringen? Und dies ist es, was mir keiner zu sagen weiß. Obgleich der Herr Verfasser dieses nur einige Ungemächlichkeiten nennet, so siehet man doch aus seinen eigenen Worten, die ich vorhin angeführt habe, daß es eine schlechterdings unmögliche Sache sei. Denn zwei Dinge, davon eines das andere aufhebt, können nicht zugleich bestehen.

§. 38.

Er scheinet auch die Unmöglichkeit, oder Ungemächlichkeit, wie er es nennet, bloß darin zu finden, daß c über C passen soll, oder nach meiner Figur, b auf der Mensel, über B auf der Erde. Allein schon seine erste Foderung, daß Linie auf Linie passen soll, durch

*) Ebendaselbst.

durch das Wenden des Tischblatts herauszubringen, ist eine wahre Unmöglichkeit, wenn man nicht gleich das ganze Stativ darnach gesezt hat.

Ist das ganze Instrument nicht gleich ganz genau auf den dazu erforderlichen Punkt gestellet, so mag man das Tischblatt drehen wie man will, es wird nie die Linie auf der Mensel über die Linie auf dem Felde passen, welche sie vorstellen soll. Und wo findet man denn nun diesen Punkt so genau, wo das Stativ hingesezt werden müsse, daß diese Linien zusammentreffen können? — Hier schweigen unsre praktischen Lehrer! —

Nun kommt denn auch die andere Unmöglichkeit noch dazu, indem auch Punkt auf Punkt, durch Wendung des Tischblatts, aufgepaßt werden soll.

Wendet das Tischblatt so lange, bis Linie auf Linie, Punkt auf Punkt passe! Dies ist die allgemeine Sprache derer, so das Feldmessen praktisch beschrieben haben, die einer dem andern nachspricht: und ich habe doch deutlich dargethan, daß dies eine pure Unmöglichkeit sei.

§. 39.

„Aber man hat doch schon genug mit der Mensel „aus zwei und mehrern Standpunkten gemessen, und „große Felder nach ihrem Umfange aufgenommen?“ Ja! aber wie? So, daß die Figur am Ende niemals schließen wollen; das heißt: falsch hat man gemessen, und nachgehends, so gut als möglich, die bemerkten Fehler zu verbessern, oder größtentheils nur zu ver-

stecken gesucht, so daß die daher entsprungene Unrichtigkeit nicht auffallend werden konnte.

§. 40.

Man wird denken: „Nachdem man fast zwei „Jahrhunderte hindurch mit dem Prätorianischen „Meßtisch gemessen hat," (denn so lange ist es ungefähr, daß er von dem bekannten M. Prätorius, einem Professor der Mathematik zu Altdorf, welcher 1616 verstorben, und ein Lehrer von Schwentern gewesen ist, der sie beschreibt, erfunden worden,) „sollten „jezt erst unüberwindliche Schwierigkeiten in dem Ge„brauche der Mensel entdeckt worden sein; wie sollte „man dieses nicht eher gefunden haben?

Gefühlt hat man die Schwierigkeiten freilich wohl, indem man sich mit diesem Instrumente beschäftiget hat. Aber die gelehrten Mathematiker, die sich größtentheils nur mit tiefsinnigen Spekulationen auf ihrer Studierstube zu unterhalten pflegen, scheinen sich damit begnüget zu haben, daß sie eingesehen, wie in der verlangten Stellung der Mensel sich richtig messen lasse, ohne sich darum zu bekümmern, ob? und wie? die verlangte Stellung herauszubringen sei; und die ausübenden Feldmesser, die täglich die Mensel in Händen haben müssen, mögen wohl alle diese Schwierigkeiten genug empfunden haben, aber ihre Sache war es just nicht, dieselben deutlich zu entwickeln, ihren Ursachen nachzuspüren, und auf Mittel zu denken, ihnen abzuhelfen. Fanden sie, daß sie nicht gut mit der Richtung der Mensel fertig werden konnten, so sez-

ten

ten sie deswegen noch kein Mißtrauen in die gewöhnlichen Anweisungen, die Mensel zu richten, weil die größten Gelehrten die nöthige Stellung der Mensel übereinstimmend angezeigt haben, ohne etwas von den Schwierigkeiten dabei zu gedenken. Sie waren also, wenn es ihnen mit der Mensel nicht recht glücken wollte, geneigter, in ihre eigene Geschicklichkeit, die Vorschriften derselben zu befolgen, ein Mißtrauen zu setzen, als in die Vorschriften selbst, die von so großen Männern einstimmig gegeben werden. Anders weiß ich wenigstens mir die Sache nicht zu erklären.

§. 41.

Daß man bisher die Schwierigkeiten beim Gebrauche der Mensel genug empfunden habe, werden alle praktischen Feldmesser bezeugen. Es erhellet auch hinlänglich aus der allgemeinen Klage, daß nie die Figur auf der Mensel schließen will, wenn man ein geradlinigtes Feld nach seinem Umfange aufgenommen hat.

Allein, ob man gleich diese Schwierigkeiten noch nicht deutlich zu entwickeln gewagt: so hat man doch schon längst in der Stille auf Mittel gedacht, diesen Schwierigkeiten auszuweichen. Verschiedene neuere Erfindungen scheinen daher ihren Ursprung erhalten zu haben.

§. 42.

Zu diesen Erfindungen rechne ich, außer der Zollmannischen Scheibe *), unter andern neuern Versuchen auch die Müllerische so genannte neue und vollkommene Art, Plans aufzunehmen und zu verzeichnen. Eine Erfindung, die gewiß ihrem Urheber Ehre macht, die auch einen richtigen Entwurf des Plans verschaft, aber besonders wegen des Trazirens

*) Die Mensel ist eine weit ältere Erfindung als die Meßscheibe. Die leztere hat Zollmann erst in seiner Geodäsie 1744 bekannt gemacht, und sagt hier selbst, §. 57, daß die Schwierigkeiten, die sich bei dem Gebrauche der Mensel, eine Figur nach ihrem Umfange aufzunehmen, ereignen, zur Erfindung der Meßscheibe Veranlassung gegeben haben. Er sagt zwar auch §. 83., der Erfinder der Meßscheibe sei unbekannt, aber man finde davon schon Spuren in Specklings Vestungsbau, welches Buch schon 1608 herausgekommen. Allein diese Spuren der Meßscheibe scheinen bloß darin zu bestehen, daß man ein rundes, oder auch wohl viereckes Brett gebraucht hat, einen Winkel damit aufzunehmen, entweder indem man Nadeln in die Visirungslinie auf das Brett gestecket, um dadurch den gesuchten Winkel aufs Papier zu bekommen, so wie man die Stäbe im Felde gebraucht, einen Winkel abzustecken, welches auch Herr le Clerc empfiehlet, oder auch, indem man eine gewisse Art von Diopterlinealen dazu gebraucht hat. Denn dies können schon Spuren sowohl der Meßscheibe, als auch des Astrolabiums und der Mensel genannt werden. Aber der Gebrauch der Meßscheibe, ein Feld damit in Grund zu legen, wie ihn Herr Zollmann beschrieben hat, rührt von ihm selber her, und ist also viel neuer, als die Mensel; wenigstens hat er zuerst das Abschieben der Winkel von der Scheibe auf ein anderes Reißbrett, worin der größte Vortheil bei dem Gebrauche dieses Instruments bestehet, bekannt gemacht. S. Zollmanns Geodäsie, Kap. III. Abschn. I. §. 131.

rens eines Zirkels, der 5° zum Halbmesser hat, wegen des vielen Rechnens, und wegen anderer damit verknüpften Umstände, einem Feldmesser nicht wenig Mühe verursacht. In der Beschreibung dieser neuen und vollkommenen Art, Plane aufzunehmen, gehet der Verfasser anfänglich alle bekannten Arten, ein Feld in Grund zu legen, durch, und zeigt die Unvollkommenheiten derselben. Als er bei dieser Gelegenheit auf den Gebrauch der Mensel kommt, so lobt er zwar dies Instrument wegen seiner mannichfaltigen Brauchbarkeit, aber erinnert ausdrücklich dabei, daß es eine höchst beschwerliche Sache sei, dies Instrument in der zweiten Stazion gehörig zu richten *).

§. 43.

Besonders aber gehören hieher alle die Verbesserungen in Ansehung der Einrichtung des Meßtisches, die man nach und nach damit vorgenommen hat, insonderheit der Gebrauch der Magnetnadel bei den Meßtischen, und auch der Schieber unter der Mensel, deren ich §. 11. schon kürzlich Erwähnung gethan habe, und die ich in der Folge näher zu beschreiben Gelegenheit nehmen werde.

*) Andr. Christ. Müllers Beschreibung einer neuen und vollkommnen Art, Plans aufzunehmen und zu verzeichnen, mit 12 Kupfern. Frankfurth und Leipzig, bei Friedr. Heinrich Perrenon. 1775. S. 7.

§. 44.

Durch den Gebrauch der Magnetnadeln, die auf dem Diopterlineale, dessen man sich auf der Mensel bedienet, von einigen angebracht werden, sucht man theils die horizontale, theils die parallele Richtung der Mensel herauszubringen, und viele Feldmesser bilden sich ein, in dieser Einrichtung ein ganz unfehlbares Mittel der parallelen Richtung gefunden zu haben. Denn von der horizontalen Richtung will ich jezt nicht reden. Allein ich bin nicht der Meinung, daß die Magnetnadel so sicher zu diesem Endzwecke zu gebrauchen sei, als sich viele einbilden.

§. 45.

Den Anfängern in der Meßkunst zu gefallen, erlaube man mir, hier zu erklären, was unter der parallelen Richtung der Mensel zu verstehen sei. Man sehe hier die Figur 3, 4 und 6 an. Man merke in der ersten Stazion auf eine gewisse Seite der Mensel, auf welche man will, und suche dieselbe Seite wieder in den folgenden Stationen auf: so wird man finden, daß diese Seite in allen Stazionen eine Parallellinie mit ihrer Lage in der ersten Stazion bildet. Z. E. wir wollen annehmen, in der Figur 6 wäre die Seite, wo der Buchstab ε stehet, in der Stazion A, just nach Morgen hingerichtet, und so auch in der Stazion B, C und D: so würde diese mit ε bezeichnete Seite der Mensel in allen Stazionen just die Mittagslinie ausdrücken, und folglich in allen Stazionen eine Parallellinie bilden. Auch jede der übrigen 3 Seiten würde

alsdann, mit ihrer Lage in der ersten Stazion, an allen übrigen Standorten eine Parallellinie machen. Und wenn man auf diese Weise die Mensel in jeder Stazion übereinstellet, so heißt das: ihr eine parallele Richtung geben.

§. 46.

Diese parallele Richtung in jeder Stazion ist unumgänglich nothwendig bei dem Gebrauche der Mensel. Eben darum muß man auch immer in der nächstfolgenden Stazion zurückvisiren, nach dem vorhergehenden Stazionspunkte, um die daselbst auf der Mensel gezeichnete Stazionslinie so zu richten, daß sie auf die Stazionslinie im Felde hinstreicht. Ohne solche genaue Richtung der Mensel würde die zu entwerfende kleine Figur nie der großen auf dem Felde ähnlich werden können.

§. 47.

Da nun die auf dem Diopterlineale angebrachte Magnetnadel zur parallelen Richtung der Mensel gewissermaßen etwas beitragen kann: so glauben viele schon, durch ihren Gebrauch allen Schwierigkeiten bei der Mensel abzuhelfen. Allein ich halte dies nicht für ein zureichendes Mittel zu diesem Endzwecke. Wenn die Magnetnadel an allen Orten, und zu allen Zeiten die Mittagslinie richtig anzeigte: so wäre es freilich der Kosten werth, sich einen Kompaß auf sein Diopterlineal setzen zu lassen, ob man gleich noch nicht allen von mir angezeigten Schwierigkeiten dadurch entgehen würde.

Aber es ist bekannt, daß die Abweichung der Magnetnadel von der Mittagslinie, die nicht an allen Orten übereintrifft, auch nicht zu allen Zeiten gleich sei; daß jeder Kompaß, wie die Barometer, zu gewissen Zeiten unrichtig gehe, so oft z. E. ein Erdbeben irgendwo verspüret wird, sollte es auch einige hundert Meilen von uns entfernt sein, ja öfters auch, ohne daß man irgend einen phisikalischen Grund davon angeben könnte; daß jedes Eisenwerk, das in der Nähe ist, eine empfindliche Nadel aus ihrer Richtung bringen könne; daß die besten Nadeln öfters ihre Kraft verlieren; daß sie durch die beständige Friktion auf der Spitze, worauf sie ruhen, leicht unbrauchbar werden; daß endlich eine kleine Nadel nicht den gehörigen Nutzen schaffet, weil sie nur in sehr kleinen Zirkeln zu gebrauchen stehet, und eine größere, wegen ihrer Schwere, fauler und weniger empfindlich ist, sich langsamer bewegt, und eher schadhaft wird.

Diese unter den Gelehrten ausgemachten Sätze und auch andere Bemerkungen überzeugen mich, daß man sich auf den Gebrauch der Magnetnadeln nicht so sehr verlassen könne, und daß man ihn folglich nicht als ein hinreichendes Mittel betrachten dürfe, den Meßtisch, bei jeder Veränderung des Standorts, in paralleler Richtung zu erhalten. Man sehe dieses alles umständlicher auseinander gesezt, in der schon öfters angeführten praktischen Geometrie des Herrn Prof. Mayers, im ersten Theile, §. 117—121.

§. 48.

§. 48.

Aus eben diesen Gründen wird man auch sehen, daß die Boussole nicht das vorzüglichste Instrument für einen Feldmesser genannt zu werden verdiene, wie manche, die nicht die gehörige Kenntniß haben, sich einbilden. Hierzu kommt noch, daß die Zirkel eines Kompasses nur immer sehr klein ausfallen, und daher nur in halbe, oder höchstens in Viertelgrade getheilt werden können, ohne daß sich ein Vernier, eine Mikrometerschraube, oder andere dergleichen Hülfsmittel dabei anbringen lassen, um die Theile eines Grades näher zu bestimmen. Auch läßt sich der Punkt, wo die Nadel hinweiset, nicht einmal sicher genug angeben, weil sie auf dem eingetheilten Rande nicht dicht aufliegen kann. Was kann man sich also für Genauigkeit von dem Gebrauche der Magnetnadeln zu akkuraten Vermessungen versprechen?

Doch weiß ich recht gut, daß es auch Fälle giebt, wo man zum Gebrauch der Magnetnadeln seine Zuflucht nehmen muß. Meine Absicht ist es also nicht, den Gebrauch der Magnetnadel in der Meßkunst gänzlich zu verwerfen, sondern ich habe die Mängel dabei nur deswegen hier angeführt, um zu zeigen, daß sie kein sicheres Mittel abgeben könne, die parallele Richtung der Mensel allezeit zuverläßig zu bewerkstelligen.

§. 49.

Doch gesezt auch, man könnte sich auf die Magnetnadel sicher verlassen: so würde sie doch zur parallelen Richtung der Mensel kein hinreichendes Mittel sein.

So oft wenigstens verlangt würde, die Mensel von einer Stazion zur andern zu bringen, und sie daselbst so zu stellen, daß eine auf der Mensel gezogene Linie, auf einer abgesteckten Linie auf dem Felde, hinstreiche, und der Endpunkt der Linie auf der Mensel, über dem Endpunkte der Linie auf dem Felde lothrecht zu liegen komme: so wird auch die richtigste Magnetnadel nicht hinlänglich sein, dies zu bewerkstelligen.

Es ist wahr, die Magnetnadel wird anzeigen: ob die hingepflanzte Mensel die gehörige Stellung habe, oder nicht, aber keinesweges, wie man diese Richtung herausbringen solle. Auch ohne Magnetnadel kann man aber sehen, ob die Linie auf der Mensel, und der abgemessene Endpunkt derselben, die rechte Richtung und Lage in der andern Stazion erhalten habe, oder nicht, wenn man nur von da nach dem ersten Standpunkt hinsehen kann. Aber es ist ja nicht die Frage: wie man die nöthige Richtung erforschen solle? sondern wie sie herauszubringen sei? Und hierzu kann die Magnetnadel just gar nichts beitragen. Die §. 14, 15, 16, angezeigten Schwierigkeiten bleiben immer dieselben, man mag sich eines Kompasses dabei bedienen, oder nicht.

§. 50.

Auch der Herr G. R. Böhm führt den Gebrauch des Kompasses mit an, wenn er in der angeführten Stelle der Hülfsmittel gedenket, deren man sich zur Stellung der Mensel bedienen kann. Er sagt nämlich, gleich nach den angeführten Worten, Kap. II.

§. 44:

§. 44: „Wenn man einen Kompaß auf die erste Linie, „die man auf dem Tischlein ziehet, stellet, und wahr„nimmt, auf welchen Grad die Nadel deutet, muß die„selbe bei allen Stazionen, wenn der Kompaß wieder auf „dieselbige Linie gestellet wird, wieder auf denselbigen „Punkt deuten. Solchergestalt kann man die Nadel „zur Richtung des Tischleins gebrauchen. — Unter„dessen muß man doch, der Akkuratesse wegen, das „Zurückvisiren nicht unterlassen."

Aus der Verbindung sollte man fast schließen, der Gebrauch des Kompasses solle ein sicheres Mittel sein, die verlangte Stellung richtig herauszubringen. Allein so kann dieser einsichtsvolle Mann nicht gedacht haben. Er hat nur damit sagen wollen: durch Hülfe des Kompasses kann man sehen, ob man die verlangte Stellung getroffen habe, oder nicht. Dies kann ich aber auch bloß durch das Diopterlineal noch sicherer erfahren, wenn ich nämlich nach der ersten Stazion zurückzuvisiren Gelegenheit habe. Und die hinzugefügte Erinnerung, auch bei dem Gebrauche des Kompasses das Zurückvisiren, der Akkuratesse wegen, nicht zu unterlassen, giebt zu erkennen, daß ihm auch die Unsicherheit der Magnetnadel recht gut bekannt sein müsse.

§. 51.

Auch die Schieber, die man an der Mensel anzubringen pflegt, und deren ich in dem Vorhergehenden gedacht habe, sind zu dem Ende erfunden worden, um einer auf der Mensel gezogenen Linie, und ihrem Endpunkte,

punkte, in der andern Stazion die gehörige Richtung und Lage zu geben. Und diese Einrichtung der Mensel ist dem Endzweck ihrer Erfindung noch am besten angemessen, aber dennoch wieder mit andern Ungemächlichkeiten verknüpft. Da diese Erfindung eben nicht sehr bekannt ist, so glaube ich hier etwas umständlicher davon reden zu müssen. Sie soll den hiesigen Herrn Landbaumeister Breit zum Erfinder haben, einen geschickten Mann, der nicht nur über die Verbesserung seiner Instrumente nachsinnet, sondern auch selbst vieles daran zu verbessern im Stande ist. Bei ihm habe ich sie auch zuerst zu sehen bekommen. Allein, ob er gleich von selbst auf diese Verbesserung des Meßtisches gekommen sein mag; so scheinet sie mir doch eben dieselbige zu sein, deren Hr. Marinoni in seinem Werke: de Re ichnographica, p. 13. gedenket.

Figur 34. stellet eine solche Mensel vor. a c b d ist das Tischblatt selbst, nach seiner untern Seite, die auf den Hals der Kugel, der aus der Nuß herausraget, zu liegen kommt. Das Oblongum e f g h ist einer von den beiden Schiebern, der, vermöge eines Falzes, in dem mit erhabenen Leisten eingefaßten Rande der Mensel, sich nach a und nach b, hin und her schieben läßt. Das Quadrat i k l m ist der andere kleinere Schieber, der in dem größern e f g h, auf eben diese Weise sich hin und her schieben läßt, nur nach einer andern Richtung, nämlich nach c und nach d hin. In dessen Mittelpunkte n ist die messingene Hülse, vermittelst einer kleinen Platte, die horizontal auf die Hülse aufgelöthet ist, durch vier Holzschrauben aufgeschroben,

welche

welche sich um den Hals der Kugel bewegen läßt, und nach Belieben daran festgeschroben werden kann. Wenn nun dieses Tischblatt mit seiner Hülse auf der Nuß befestiget ist, so kann man das Tischblatt nach allen Seiten weiter hinrücken, wo man es für nöthig findet, ohne daß das Gestell mit fortgerückt werden darf, und ohne daß die horizontale Lage, die man vorher zu besorgen hat, wieder verloren gehen kann, weil die Schieber immer von 2 Seiten her nachlassen, wenn man mit einer Hand die Nuß festhält, und mit der andern das Tischblatt fortschiebet.

Aus dieser kurzen Beschreibung wird es schon begreiflich sein, wie man im Stande ist, mit solcher Mensel allen drei Foderungen, welche zur Richtung der Mensel gehören, (§. 12. und 13.) ein Genüge zu leisten.

§. 52.

Allein, ob gleich diese Einrichtung ihrem Endzwecke sehr angemessen ist, so finden sich doch auch bei ihr einige wichtige Hinderniße in der Ausübung. Denn erstlich giebt diese Vorrichtung dem Tischblatte eine außerordentliche Schwere, und will man diese Schwere dadurch vermeiden, daß man alles an dem Tischblatte dünne und leicht genug ausarbeiten läßt, so verbiegt sich das Tischblatt, wenn die Schieber, nach geschehener Richtung, an dasselbe festgeschroben werden sollen. Ferner quillet das Holz öfters bei feuchter Witterung, daß die Schieber zu klamme gehen, oder sehr rücken, indem man das Tischblatt hin und her schieben will,

wo,

wodurch denn die genaue Richtung wieder vereitelt wird, die man sich bei dem ersten Anblicke dieser Einrichtung davon versprechen sollte.

Daher bedienet sich auch der Herr Landbaumeister Breit allezeit lieber der Zollmannischen Scheibe, als der Mensel, und versichert, aus häufigen Erfahrungen gefunden zu haben, daß die Mensel, wo man mehrere Stazionspunkte annehmen müsse, allezeit ein sehr unbequemes, unsicheres Instrument sei, welches in seinen Augen der bequemen Zollmannischen Scheibe weit nachstehen müsse.

§. 53.

Zu meiner Verwunderung sehe ich jezt eben aus der A. L. Zeitung, vom 1sten April 1790, N. 91., daß im Jahre 1789 ein Buch herausgekommen, unter dem Titel: Der verbesserte Meßtisch, Frankfurth und Leipzig, bei Fleischer, in welchem die vornehmste Verbesserung der Mensel darin gesezt wird, daß die Fläche des Meßtisches sich in Nuthen und Falzen verschieben läßt, um die senkrechte Stellung des Operazionspunkts über dem Standpunkte zu finden. Der Herr Rezensent bemerkt dabei, daß dieses in der Hauptsache eben die Einrichtung sei, die man an dem Marinonischen Meßtische findet. Dies bestätigt mich also völlig in meiner §. 51. geäußerten Vermuthung. Auch ist der Herr Rezensent darin mit mir einerlei Meinung, daß beträchtliche Unbequemlichkeiten bei solcher Einrichtung obwalten. Allein er sezt hinzu: Ueberhaupt ist es sogar schwer nicht, durch gehörige Verrückung

des

des Stativs, dem Meßtische die erwähnte Stellung zu geben, daß man deswegen zu einer so zusammen gesezten Vorrichtung seine Zuflucht zu nehmen nöthig hätte. Dies Urtheil hätte ich in der That nicht erwartet. Ich bin gewiß versichert, daß der Herr Rezensent, wenn er meine Gründe überlegen, oder selbst aufmerksame Versuche mit der Mensel anstellen wird, finden muß, daß sich hier die allergrößten Schwierigkeiten ereignen, die allerdings eine solche Einrichtung des Meßtisches erforderten, wenn diese nur in der Ausübung so brauchbar wäre, als sie es, dem ersten Anblicke nach, zu sein scheinet.

Redet der Herr Rezensent bloß davon, daß man die senkrechte Stellung des Operazionspunkts über dem Standpunkte durch Verrückung des Stativs herausbringen könne, so gebe ich zwar zu, daß diese durch öftere Verrückung des Stativs, und wechselsweise Bewegung des Tischblatts allenfalls mühsam herauszubringen sei. Aber wie? wenn man nun auch die Mensel so wenden soll, daß nicht nur der gegebene Punkt auf der Mensel senkrecht über dem Standpunkte zu liegen komme, sondern auch die aus dem gegebenen Punkte auf der Mensel auslaufende Linie auf der Stazionslinie im Felde hinstreiche? Kann man dies auch durch Verrückung des Stativs bewirken, ohne daß der auf der Mensel gegebene Punkt von dem Standpunkt auf der Erde wieder abgerückt werde? Dies ist gewiß unmöglich, zumal wenn auch die horizontale Stellung nicht dabei leiden soll, man müßte denn so

glück

glücklich sein, alles mit einem Griffe ins Werk zu richten, und wer wird sich dieses unterstehen?

Der Herr Rezensent weicht darin von andern ab, daß er durch Verrückung des Stativs die erforderliche Richtung der Mensel herausbringen will, da man sonst immer den Rath giebt, durch Wendung des Tischblatts die rechte Stellung zu finden. Durch bloße Wendung des Tischblatts ist es eine erwiesene Unmöglichkeit. Allein wenn man die Verrückung des ganzen Stativs mit zu Hülfe nimmt, so ist es allenfalls möglich, aber gewiß herzlich mühsam. Bald wird man es hin, bald her rücken, bald diesen, bald jenen Fuß etwas steiler oder flächer stellen müssen, bald wird man wieder an dem Tischblatte etwas zu drehen finden. Kurz es bleibt immer eine sehr mühsame und mißliche Sache, die den Gebrauch der Mensel ungemein erschweret, und bei mehrern Standpunkten mancherlei Fehler unvermeidlich macht. Jeder praktische Feldmesser, der dies lieset, wird mir vollkommen recht geben. Was der Verfasser des angeführten Buchs von den Schwierigkeiten bei der Richtung der Mensel sagt, weiß ich nicht, weil ich das Buch selbst noch nicht besitze, sondern bloß die Rezension davon vor mir habe. Vielleicht hat er auch die Schwierigkeiten, die sich bei der Richtung der Mensel finden, nicht deutlich auseinander gesezt. Vielleicht hat er nur überhaupt gesagt, daß es ein höchst mühsames und unsicheres Geschäft sei, die Mensel über einem auf der Erde gegebenen Punkte gehörig zu stellen, so daß ein auf der Mensel gegebener Punkt, über dem auf der Erde bestimm-

stimmten Punkte lothrecht zu liegen komme. Und dann hat der Herr Rezensent nicht unrecht, wenn er behauptet, daß dies nicht ganz unmöglich sei, und durch Verrückung des Stativs bewirket werden müsse. Denn wenn der auf der Mensel gegebene Punkt gerade der Mittelpunkt der Mensel ist, so läßt sich dieser Punkt allerdings über einen auf der Erde gegebenen Punkt bringen, und man kann die Mensel dabei horizontal stellen, auch eine Linie, die aus diesem Punkt auf der Mensel ausläuft, drehen wie man will, ohne den Punkt wieder von seiner Stelle zu rücken, oder die horizontale Richtung zu verliehren, wenn man gleich keine Mensel mit Schiebern hat. Liegt aber dieser auf der Mensel gegebene Punkt außerhalb des Mittelpunkts des Tischblatts, so wird man viele Mühe haben, durch öfteres Rücken und Wenden die Mensel endlich so zu stellen, daß Punkt auf Punkt passe. Soll nun außerdem noch eine Linie auf der Mensel so über eine auf der Erde abgesteckte Linie gebracht werden, daß sie genau auf derselben hinstreicht, und die Linie läuft nicht just durch den Mittelpunkt der Mensel; so findet man unsägliche Schwierigkeiten, welche die größte Geduld eines Feldmessers zu ermüden im Stande sind.

§. 54.

Es ist also bis jezt noch kein völlig sicheres Mittel bekannt gewesen, die Mensel in mehrern Stazionen in parallele Richtung zu bringen, und den 3 Beobachtungen (§. 28.), die zur Richtung der Mensel in mehrern Stazionen erfordert werden, ein Genüge zu leisten.

Solche Mittel habe ich nun in diesem Abschnitte zu zeigen versprochen; nicht durch neue, künstliche Einrichtungen der Mensel, sondern blos durch eine neue Art, dieselbe zu richten. Und dies soll in dem jezt folgenden Kapitel geschehen. Ein so herrliches Instrument, als die Mensel, das, die angezeigten Unbequemlichkeiten abgerechnet, so allgemein brauchbar ist und so viele Vortheile in der Meßkunst verschafft, verdienet gewiß, daß man mit Ernst darauf sinne, diese noch damit verbundenen Schwierigkeiten aus dem Wege zu räumen.

Zweites Kapitel.

Die Mensel auf eine leichte Art so zu richten, daß alle die gewöhnlichen Schwierigkeiten nicht dabei vorkommen.

§. 1.

Ich glaube nunmehr die Schwierigkeiten, die bei dem gewöhnlichen Gebrauche der Mensel in den mehresten Fällen unvermeidlich sind, deutlich vor Augen gelegt, und auch die Unzulänglichkeit der Mittel gezeigt zu haben, wodurch man bisher denselben abzuhelfen gesuchet hat.

Nun wollen wir auch sehen, wie sich, nach meiner Meinung, durch einige leichte Handgriffe, alle diese Schwierigkeiten völlig heben lassen.

Um

Um es kurz zu fassen: so geschiehet es dadurch, daß man die Richtungslinie nie anders, als durch den Mittelpunkt der Mensel ziehet. Denn dadurch wird der Gebrauch der Zollmannischen Scheibe eben so leicht und so sicher, weil da alle Richtungslinien durch den Mittelpunkt der Scheibe gezogen werden. Durch die horizontale Wendung des Tischblatts kann ich alsdann allemal die nöthige Richtung der Mensel in der zweiten und den folgenden Stazionen mit Leichtigkeit und Sicherheit bewerkstelligen.

Man wird denken: Bei der Zollmannischen Scheibe gehet dieses wohl an. Denn da verlangt man nicht, die ganze Figur auf die Scheibe zu bekommen, als bei der Mensel, welches bei dieser aber der vorzüglichste Endzweck ist. Und wie wird nun dieses geschehen können, wenn man alle Richtungslinien durch den Mittelpunkt der Mensel annehmen will?

§. 2.

Ja! es gehet allerdings an, bei diesem Verfahren, die ganze Figur gleich auf die Mensel zu bringen. Ich werde dieses in vielen Aufgaben zeigen, in welchen allezeit mehrere Stazionspunkte anzunehmen sind. Denn bei solchen Aufgaben, wo nur ein Stazionspunkt erfordert wird, ist das gewöhnliche Verfahren bei der Richtung der Mensel schon hinlänglich.

Zwölf verschiedene Aufgaben werde ich, nach meiner neuen Art die Mensel zu richten, durchgehen, und nach diesen besondern Fällen wird man denn leicht, unter ähnlichen Umständen, sich zu helfen wissen.

§. 3.

Solche Aufgaben sind:

1) Eine völlig unzugängliche Distanz zu messen. (Hiervon werde ich fünf verschiedene Auflösungen geben.)

2) Einen Platz aus zwei Poligonwinkeln, aus welchen man die ganze Figur übersehen kann, aufzunehmen.

3) Einen Platz aus zwei Standpunkten innerhalb des Platzes aufzunehmen. (Hiervon werde ich vier verschiedene Auflösungen beibringen.)

4) Einen Platz, den man ganz umgehen kann, mit der Mensel nach seinem Umfang aufzunehmen. (Hiervon werden drei Auflösungen gegeben.)

5) Eine Gegend, die man ganz umgehen kann, so aufzunehmen, daß man nicht nur den Umfang derselben, sondern auch mehrere in der Mitte derselben gelegene Objekte mit auf die Mensel bekommt, wobei man nur eine Seite von dem Umfange der ganzen Figur zu messen nöthig hat.

6) Ein geradlinigtes Feld, ohne die Seiten desselben zu messen, nach seinem Umfange aufzunehmen, wenn man auch nicht aus einem Poligonwinkel desselben, nach allen übrigen frei hinsehen kann.

7) Die

7) Die Mensel als eine Zollmannische Scheibe zu gebrauchen.

8) Die Weite eines gegebenen Orts zu drei andern, deren Lage gegen einander schon bekannt ist, zu finden. (Hiervon werden drei Auflösungen vorkommen.)

9) Aus zwei Punkten im Felde, deren Entfernung von einander schon bekannt ist, die Lage eines dritten gegebenen Punkts zu finden. (Hiervon werde ich eine doppelte Auflösung geben.)

10) Die Entfernung zweier gegebenen Oerter von zwei andern, deren Entfernung von einander schon bekannt ist, zu finden.

11) Die Lage von vier oder mehrern gegebenen Punkten, gegen eine bekannte Linie, zu bestimmen.

12) Eine Distanz zu messen, zu deren einem Endpunkte man nur hinkommen kann.

§. 4.

Erste Aufgabe. Fig. 8.

Eine unzugängliche Distanz zu messen.

A B sei hier die zu messende Distanz; C D die gewählte Stazionslinie.

1) Merke man sich den Mittelpunkt der Mensel, durch einen feinen Punkt mit einer Rabenfeder, oder durch ein subtiles mit einer Nadel gestochenes Loch. Diesen Mittelpunkt findet man bekanntermaaßen am leichtesten durch Diagonalen, die

man mit einem feinen Bleistifte ziehen, und, nachdem man den Durchschneidungspunkt bemerkt hat, mit Federgummi (gummi elasticum) wieder wegwischen kann. Diese Bemerkung des Mittelpunkts ist auch bei allen folgenden Aufgagen nöthig *).

2) Man messe die Stazionslinie C D, und merke sich ihr Maas.

3) Man bringe den Meßtisch über C, doch so, daß dieser Punkt C, unterwärts, linker Hand auf der Mensel zu liegen komme, und richte das Tischblatt horizontal.

Um die horizontale Lage herauszubringen, schraubt man die Stellschraube, wie schon einmal erinnert worden, an der Hülse des Zapfens der Kugel fest, löset aber die Stellschraube an der Nuß, damit das Tischblatt nach jeder Richtung, durch Hülfe der Nuß, gelenket werden könne.

4) Hat

*) Daher ist es auch bei dieser und allen folgenden Auflösungen nöthig, daß die messingene Hülse, welche unterwärts des Tischblatts angeschroben ist, und über den Hals der Kugel geschoben wird, der aus der Nuß hervorraget, just mit ihrem Mittelpunkte auf den Mittelpunkt des Tischblatts passe. Denn sonst würde das Tischblatt sich nicht in seinem Mittelpunkte auf der Nuß herum drehen lassen. Die Mensel sind zwar gewöhnlich also eingerichtet. Allein zu dem bisherigen Gebrauche der Mensel ist dies nicht unumgänglich nöthig. Will man sie aber nach meiner Anweisung gebrauchen, so muß man mit aller Sorgfalt dahin sehen, daß das Tischblatt sich genau in seinem Mittelpunkte auf der Nuß herumdrehe.

4) Hat man die horizontale Lage herausgebracht, so schraube man auch die Stellschraube an der Nuß fest an, daß nun der ganze Tisch unbeweglich werde.

5) Hierauf bestimme man den Punkt c auf der Mensel, lothrecht über dem Punkt C auf dem Felde, durch Hülfe der bekannten Gabel, lege an ihn das Diopterlineal, visire nach A hin, und ziehe die Linie c α. Man visire nach B hin, und ziehe die Linie c β, und endlich auch nach D, welches die Linie c δ giebt.

6) Nun ziehe man die Linie I, I, parallel mit der Linie c δ, durch den Mittelpunkt der Mensel, lege das Diopterlineal genau an diese Linie, und lasse durch einen Gehülfen in den Punkt f, auf dem Felde, einen Stab setzen, so, daß er in die Visirungslinie I, I, und zugleich in die Linie D B, senkrecht einpasset.

7) Man trage nun das gefundene Maas der Stazionslinie C D, nach dem verjüngten Maasstab, auf die Mensel, von c nach δ zu: so hat man den Punkt d, welcher die andere Grenze der Stazionslinie auf der Mensel bestimmet.

8) Hierauf suche man den Punkt e auf der Erde, nehme die Mensel weg, und setze sowohl in e als auch in C einen Stab, und trage die Mensel nach D hin.

9) Man hebe den Stab D, ingleichen den Stab f aus, setze die Mensel mit ihrem Mittelpunkte,

senkrecht über den Punkt f, und bringe sie in eine horizontale Richtung, wie vorhin.

10) Ist dieses geschehen, so schraube man die Stellschraube an der Nuß fest, löse aber die oberste Stellschraube an der Hülse des Zapfens, daß das Tischblatt in seinem Mittelpunkte, auf dem Zapfen der Nuß, leicht herum spielen könne, wie eine Magnetnadel auf ihrem Stifte.

11) Darauf lege man das Diopterlineal genau an die Linie 1, 1, an, die durch den Mittelpunkt der Mensel gezogen ist, und drehe sanft das Tischblatt herum, bis man durch die Dioptern des Lineals den Stab C hinter dem Faden in den Dioptern erblickt, und schraube das Tischblatt sogleich fest, daß es sich nicht weiter verrücken kann, und der ganze Tisch unbeweglich wird: so wird, durch die Richtung der Linie 1, 1, nach e hin, auch die Linie d c in die Stazionslinie C D einpassen. Man müßte denn die Mensel so ungeschickt verdrehet haben, daß die Linie c d, die unter der Linie 1, 1, zu liegen kommen sollte, oberhalb derselben hin gekommen wäre. In diesem Falle würde auch die Mensel nicht mit ihrer ersten Lage bei C parallel zu stehen kommen. Einen so groben Fehler wird aber wohl keiner begehen, der unterscheiden kann, was unten oder oben, rechts oder links ist. Bei allen folgenden Aufgaben ist solche ungeschickte Verdrehung der Mensel zu vermeiden, welches ich aber nicht weiter erinnern werde.

12) Man

12) Man lege das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel an, visire nach B hin, und ziehe, nach dieser Richtung des Lineals, die Linie 2, 2, durch den Mittelpunkt der Mensel.

13) Man lege ferner das Diopterlineal an den Punkt g, wo die vorhin gezogene Linie 2, 2, die Linie c d schneidet, welcher Punkt nun senkrecht über dem Punkt D, wo der Stab gestanden hatte, liegen wird; an diesen Punkt g, sage ich, lege man das Diopterlineal, visire nach A hin, und ziehe die Linie g h.

14) Man ziehe d a mit h g parallel, und d b mit g f, oder, welches einerlei ist, mit 2, 2, parallel.

15) Endlich ziehe man auch a b: so wird a b die gesuchte Distanz auf der Mensel sein, die nach dem verjüngten Maasstabe eben so viel Ruthen, Schuhe und Zolle enthält, als A B auf dem Felde nach der Meßkette.

Auf die Art wäre die Linie a b mit aller Leichtigkeit gemessen, ohne auf eine von den Schwierigkeiten zu stoßen, die man bei der Richtung der Mensel, nach dem bisher üblichen Verfahren, in der Stazion D zu überwinden hätte.

§. 5.

Ich habe, nach Nr. 6, verlangt, es solle in den Punkt f auf dem Felde ein Stab gesezt werden, den man in der Stazion C, durch das Diopterlineal erblickt, wenn man dasselbige genau an die Linie 1, 1, legt, die durch den Mittelpunkt der Mensel gezogen

ist, und dieser Stab f solle mit dem Objekt B, und dem Stabe D, in gerader Linie zu stehen kommen. Dies möchte vielleicht einigen ungeübten schwer zu bewerkstelligen scheinen. Diesen zum Besten will ich jezt zwei Mittel angeben, wodurch solches leicht zu machen ist.

§. 6.

Das erste Mittel ist dieses: Man setze einen Stab i dergestalt senkrecht ein, daß er den Stab in D, und das Objekt B decket, oder mit beiden eine gerade Linie macht. Die Entfernung des einzusetzenden Stabes i, von dem Stabe D, ist willkürlich anzunehmen, nur nicht zu kurz, sondern wenigstens einige Schritte von D entfernt.

Nun trete man hinter das Diopterlineal, in der Stazion C, welches an 1, 1, genau anliegt, und lasse, durch einen Gehülfen, einen Stab senkrecht an den Stab in D halten, daß er mit i, D in eine Linie kommt, und in dieser Linie, indem er nach D, i visiret, sich langsam rückwärts, nach B hin, bewegen. So bald man durch die Dioptern, aus der Stazion C, den Stab erblickt, den der Gehülfe in Händen hat, so rufe man ihm zu, daß er stehen bleibt, und seinen Stab nkrecht einsezt.

Man lasse das Diopterlineal noch immer ruhig an 1, 1, liegen, gehe selbst nach dem Stabe hin, und sehe, ob er mit i, D und B eine Linie ausmacht, und rücke ihn etwas zurechte, wenn man findet, daß die Linie i D B noch um etwas verfehlt worden sei. Man

gehe

gehe wieder nach dem Diopterlineale in C, und sehe, ob man auch den Stab f noch durch die Dioptern mit den Augen fassen könne: so wird man leicht für den Stab f den rechten Punkt auf dem Felde finden können.

Die Beschreibung dieses Verfahrens scheint umständlicher zu sein, als die Ausführung desselben ist. Denn solches Einsetzen der Stäbe, in den Durchschnitt zweier gegebenen Linien, kömmt in der Geodäsie öfters vor, und ist keinen großen Schwierigkeiten unterworfen. Die Sache wird auch dadurch erleichtert, daß der Stab f immer nur einige Zolle von D entfernt zu stehen kommt.

Damit aber die Dicke der Stäbe, wenn sie so nahe bei einander zu stehen kommen, das richtige Visiren nicht verhindere: so habe ich mir einige Stäbe besonders dazu verfertigen lassen, die etwas niedriger als gewöhnlich sind, und auf welchen oben, just in der Mitte des Stabes, ein Draht, einige Zoll hoch, senkrecht eingeschlagen ist. Dies Draht leistet mir, im Visiren, die besten Dienste, und ich kann zwei solcher Stäbe dicht an einander setzen, und doch sehen, ob sie mit einem weit entfernten Stabe in gerader Linie stehen.

§. 7.

Ein anderes Mittel, den Stab f gehörig zu setzen, ist folgendes. Man spanne eine Schnur, einige Schuhe lang, von D nach B zu. Man visire aus der Station C, durch das Diopterlineal, das an die Linie 1, 1 gelegt ist, nach der Gegend, wo der Stab f zu stehen kommen soll, und lasse durch einen Gehülfen den Stab f

auf

auf der Schnur senkrecht, langsam hin und herrücken, bis man durch die Dioptern den Stab gefaßt hat: so wird die Bestimmung des Punkts f nicht schwer fallen, weil die Linie schon vorgezeichnet ist, auf welcher der Stab f zu stehen kommen muß.

§. 8.

Endlich muß ich noch erinnern, daß man sich in der Figur 8, in der zweiten Stazion, den Punkt, welchen der Buchstabe D ausdrücken soll, eigentlich auf dem Felde, unter der Mensel, denken müsse, so, daß er lothrecht unter dem Punkt g, den man sich auf der Mensel gedenken muß, zu liegen kommt, gleichwie der Punkt C, in der ersten Stazion, eigentlich senkrecht unter c gedacht werden muß.

§. 9.

Ein Beweis von der Richtigkeit meiner gezeigten Auflösung scheinet fast überflüßig zu sein, weil alles dabei sehr einleuchtend ist. Doch merke man sich zu seiner Ueberzeugung davon folgendes.

Das kleine Viereck, k l g c, auf der Mensel, in der zweiten Stazion, ist auf eben die Weise entstanden, wie man gewöhnlich eine unzugängliche Distanz mit der Mensel zu messen pflegt. Es würde also überflüßig sein, den Beweis, den man gewöhnlich in den geometrischen Kompendien davon findet, hier abzuschreiben, um zu zeigen, daß das Viereck k l g c, dem Viereck A B C D, ähnlich sei, und also die Linie k l, in eben dem Verhältnisse zu c g stehe, als AB zu CD.

Ist

Ist dieses aber ausgemacht, so wird man leicht begreifen, daß auch das größere Viereck a b d c, der Figur A B D C ähnlich sein müsse. Denn a b d c ist bloß daher entstanden, daß das kleine Viereck k l g c, durch die Parallellinien d b und b a, deren Grenzen bei b, durch die, nach β hin, verlängerte Diagonallinie, c l, bestimmet werden, vergrößert worden. Wenn ich aber eine Figur durch Parallellinien solcher Gestalt vergrößere, wie hier geschehen ist, so wird die größere Figur, die daraus entstehet, allezeit der kleinen ähnlich werden.

§. 10.

Man könnte es auch umständlicher aus der Aehnlichkeit der gleich liegenden Triangel, aus welchen beide Trapeze, a b d c und k l g c zusammengesezt sind, und aus dem gleichen Verhältnisse beweisen, worin die gleichlaufenden Linien, welche in beiden Trapezen vorkommen, mit einander gesezt sind.

Die Aehnlichkeit der Triangel aber, nämlich c d b mit c g l; c d a mit c g k; und c b a mit c l k, erhellet in diesem Falle aus dem bekannten Grundsatze: Wenn ich einen Triangel dadurch vergrößere, daß ich mit einer seiner Seiten eine Parallellinie ziehe; so wird der größere Triangel, der daraus entstehet, dem kleinern ähnlich.

Ist nun a b d c ∽ k l g c, und k l g c ∽ A B D C: so muß auch a b d c der großen Figur A B D C ähnlich sein, nach dem gleichfalls bekannten Grundsatze: Wenn eine Figur der andern ähnlich ist, und diese

wieder

wieder einer dritten: so muß auch die erste der dritten ähnlich sein.

Da endlich c d so viele Ruthen, Schuhe und Zolle, nach dem verjüngten Maasstab auf der Mensel enthält, als c d auf dem Felde, nach der Meßkette: so muß man auch, wegen der bewiesenen Aehnlichkeit beider Figuren, a b die Linie A B auf dem Felde, nach dem verjüngten Maasstabe richtig ausdrücken.

§. 11.

Man könnte zwar schon aus der ganz kleinen Figur k l g c die Distanz A B bestimmen, weil auch diese der großen A B D C ähnlich ist, und es scheinet daher das Aufreißen der größern Figur a b d c entbehrlich zu sein. Aber alsdann würde jeder Zeit nur der vierte Theil der Mensel gebraucht werden, und die Figur auf derselben nur immer sehr klein ausfallen. Je größer man aber die Figur auf der Mensel haben kann, welche die große Figur, die auf dem Felde abgesteckt ist, vorstellet, desto sicherer kann man messen, weil man alsdann auch einen größern Maasstab dazu annehmen kann. Wollte man sich auch mit der kleinen Figur a b d c behelfen: so müßte man auch nach der aufgezeichneten Figur sich erstlich den Maasstab dazu entwerfen. Dies ist zwar an sich möglich, und in manchen Fällen vortheilhaft, wie ich in dem Folgenden zu zeigen Gelegenheit haben werde, aber in den mehresten Fällen ist es doch bequemer, vorher den Maasstab aufzuzeichnen, nach welchem man die Figur zu entwerfen gedenket, und dies ist auch hier der Fall.

§. 12.

Sollte indessen das Aufzeichnen der Parallellinien, d b, d a und b a, wenn die Mensel auf dem Stative stehet, jemanden zu beschwerlich scheinen: so kann man auch zu Hause, mit mehrerer Bequemlichkeit, diese Paar Linien noch hinzufügen. Mit einem rechten Winkel von Holz und einem Lineale läßt sich dieses am besten bewerkstelligen. Die Handgriffe dazu sind zu bekannt, als daß ich sie hier anführen dürfte. Sie sind fast in jedem geometrischen Kompendium zu finden.

§. 13.

Hier muß ich noch die Erinnerung machen, daß man bei dieser Auflösung dahin zu sehen habe, daß die Standlinie C D, der zu messenden Linie A B, ziemlich gleich angenommen werde, und daß sie auch nicht zu nahe an dieselbe zu liegen komme, weil sonst das Viereck, k l g c, gar zu klein ausfallen würde. Denn je näher die abgesteckte Figur A B C D einem Quadrate kommt, desto größer wird das kleine Viereck k l g c ausfallen können; je mehr sie aber einem schmalen oblongo ähnlich ist, oder gar, durch die Kleinheit der angenommenen Standlinie, sich einem Triangel nähert, desto kleiner muß das Viereck k l g c ausfallen.

Ich könnte dies leicht durch ein Paar Figuren deutlich machen, aber dies würde zu umständlich sein. Ich überlasse dies eines jeden eigenen Nachdenken und Versuchen. Weil aber diese Schwierigkeiten nicht immer zu vermeiden sind: so will ich jezt eine andere

Auf-

Auflösung geben, wobei man dieselben nicht so leicht besorgen darf; ob man gleich in allen Fällen bei der Wahl der Stazionslinien einige Vorsichtigkeit zu beobachten hat.

§. 14.

Andere Auflösung der ersten Aufgabe.

Fig. 9.

1) Man bringe den Meßtisch nach einem Orte, N. 1., wo man ungefähr den ersten Stazionspunkt hinzubringen gedenkt, gebe dem Tische eine horizontale Richtung, und schraube ihn fest.

2) Man wähle sich auf der Mensel den Punkt q, und visire aus demselben nach A und B hin, und ziehe darnach die Linie q α und q β, die den Winkel A q B geben.

3) Man ziehe die Linie q δ nach einem beliebigen Winkel mit q β, doch so, daß dieser Schenkel, q δ, des Winkels β q δ, eine solche Richtung bekomme, daß man in derselben die Stazionslinie füglich anbringen könne; folglich mit A B, nach dem Augenmaaße, ziemlich parallel, und besonders so, daß man eine bequeme Fläche zur Stazionslinie auf dem Felde erhalte.

4) Mit dieser Linie, q δ, ziehe man eine Parallellinie, e g, durch den Mittelpunkt der Mensel f.

5) Nun lege man das Diopterlineal an diese Richtungslinie e g, bringe das Auge hinter das Diopterlineal bei e, und lasse durch einen Gehülfen

einen

einen Stab h setzen, so daß man ihn durch die Dioptern erblickt, oder daß er in die Visirungslinie e f g einpasset.

Dieser Stab kann zwar insofern willkührlich genannt werden, daß er etwas weiter, oder näher von der Stazion N. I. zu stehen kommen darf, aber doch muß man ihn so setzen, daß er in die Visirungslinie e g einpaßt, und daß man in der Gegend des Stabes h, den andern Stazionspunkt bequem annehmen kann.

6) Man merke den Punkt f auf der Erde, über welchem die Mensel mit ihrem Mittelpunkte senkrecht stehet, mit einem Zählpflocke.

7) Darnach lasse man auf der Mensel, aus dem Mittelpunkte derselben, einen Perpendikel f m, auf die Linie q ∂, fallen.

8) Nun nehme man die Mensel weg, und setze in f, und auch in C, einen Stab ein.

9) Man messe die Linie f h auf dem Felde, und schreibe sich ihr Maas auf.

10) Man bringe die Mensel in den Punkt h, so, daß ihr Mittelpunkt lothrecht über den Punkt h auf dem Felde zu stehen komme, und richte sie horizontal.

11) Nachdem man sie mit der Stellschraube an der Nuß festgeschroben hat, so löse man die Stellschraube an der Hülse des Zapfens der Kugel, lege das Diopterlineal an die Richtungslinie g e genau an, drehe das Tischblatt so, daß man den

Stab f durch die Dioptern faßt, und schraube es in dieser Stellung fest.

12) Darauf messe man die Linie q m auf der Mensel mit einem Zollstabe, doch nicht nach gewöhnlichen Werkzollen, sondern nach Dezimalzollen, deren 10 auf einen Schuh an der Meßkette gehen, oder schätze auch nur die Linie q m nach dem Augenmaaße, indem man sie mit einem halben Schuhe an der Meßkette vergleicht, und schreibe sich ihr Maas auf.

13) Auf der Linie q d wähle man sich rechter Hand hin, einen Punkt d, nach Gutdünken, lege an denselben das Diopterlineal, visire nach B hin, und ziehe darnach die Linie d n, visire auch nach A hin, und ziehe die Linie d o.

14) Nun messe man auch mit dem vorhin beschriebenen Zollstabe die Linie d m auf der Mensel, und merke sich ihr Maas.

15) Darauf nehme man, nach dem verjüngten Maasstabe, eine Linie in den Zirkel, die gleich q m + h f + m d ist, und trage diese Linie, von d aus über q hin auf die Mensel: so findet man den Punkt c.

16) Durch diesen Punkt c, ziehe man die Linie c a, parallel mit q α; ingleichen c b, parallel mit q β, und endlich die Linie a b.

17) Diese letztere messe man nach dem verjüngten Maasstabe, so findet man das Maas, welches A B auf dem Felde haben muß.

§. 15.

Um zu sehen, ob man die Mensel in der zweiten Stazion richtig gestellet, und die Parallellinien q d und e g gut gezogen habe, kann man auch den Punkt C auf der Erde, der unter q auf der Mensel in der ersten Stazion liegt, aufsuchen, ehe man die Mensel aus dieser Stazion wegnimmt, und ihn, wenn man nachgehends die Mensel in die zweite Stazion bringt, mit einem Stabe bemerken. Denn wenn man nun in der zweiten Stazion die Mensel genau gerichtet hat, und man legt das Diopterlineal an die Linie d q: so muß man den Stab C, durch die Dioptern erblicken, so wie man auch den Stab f erblicken muß, wenn man das Diopterlineal an die Linie g e anlegt, und nach der ersten Stazion hinvisiret.

§. 16.

In der Figur 9 muß man sich, in der ersten Stazion, den Punkt C auf der Erde gedenken, lothrecht unter q auf der Mensel, und in der zweiten Stazion, den Punkt D, gleichfalls auf der Erde, lothrecht unter d auf der Mensel. Diese beiden Punkte auf der Erde bestimmen hier die wahre Stazionslinie. Denn von C aus sind, in der ersten Stazion, die Visirungslinien, q α und q β, auf der Mensel gezogen worden, und von D aus die Visirungslinien, d o und d n, in der zweiten Stazion. Folglich ist C D die wahre Stazionslinie, ob sie gleich nicht mit Stäben bemerkt, noch unmittelbar gemessen ist.

Diese Auflösung unterscheidet sich von der vorhergehenden hauptsächlich dadurch: 1) daß in jener wirklich die Stazionslinie CD, wie gewöhnlich auf dem Felde abgesteckt worden: hier aber nicht; 2) daß in jener die Stazionslinie unmittelbar gemessen, hier aber durch die Zusammensetzung von q m, f h und m d gefunden wird; 3) daß in jener die Stazionslinie CD gleich anfangs festgesezt, hier aber zulezt bestimmet wird; und 4) daß in jener CD, nach dem verjüngten Maasstabe, auf die Mensel, von c aus, linker Hand hin, nach d getragen, in der lezten aber aus d, rechter Hand hin, nach c gebracht wurde.

§. 17.

Alle diese Abänderungen aber, so auffallend sie auch sein mögen, sind dennoch willkührlich, und machen in der Messung selbst keinen Unterschied. Daher glaube ich nicht nöthig zu haben, zu beweisen, daß das Viereck a b d c, auch nach meiner leztern Anweisung, nothwendig A B D C ähnlich werden müsse. Ich müßte sonst eben die Beweisgründe wiederholen, die ich schon in dem vorhergehenden gebraucht habe.

Daß aber C D, als die wahre Stazionslinie = q m + f h + m d sei, nach N. 15, dies wird man aus der Konstrukzion der Linien leicht finden.

Denn C D ist (nach der Zeichnung) = q m + m m + m d.

Die Linie f h ist aber gleich der Linie m m, weil f m und h m, rechtwinklicht auf die Linie C D gesezt sind, und beide gleiche Länge haben.

Daher

Daher kann man statt der Linie m m, auch die Linie f h setzen.

q m ist = C m, und d m = D m, weil q und C, in der Stazion N. 1. einen Punkt vorstellen, so wie auch D und d nur einen Punkt ausmachen. Denn es sind die beiden Grenzpunkte der Stazionslinie auf dem Felde.

Daher kann man anstatt q m, auch C m, und anstatt m d auch m D setzen.

Sezt man nun auch anstatt m m die Linie f h: so erhält man, anstatt C m + m m + m D, die Linie q m + f h + m D = C D. Folglich hat meine Anweisung, N. 15, ihre Richtigkeit.

§. 18.

Diese Aufgabe kann bekanntermaaßen auch gebraucht werden, um mit einer unzugänglichen Linie A B, auf die leichteste Art, eine Parallellinie durch einen gewissen Punkt abzustecken. D sei hier der gegebene Punkt: so wähle man sich den Punkt C, und verfahre, wie gezeigt worden.

Wenn man nun, in der Stazion N. 2, das Viereck a b d c auf die Mensel bekommen hat, welches dem Viereck auf dem Felde A B D C ähnlich ist: so ziehe man auf der Mensel die Linie d y parallel mit a b, lege das Diopterlineal an diese Linie, und lasse hernach den Stab z einsetzen, daß er in die Linie d y einpaßt, so ist D z die gesuchte Parallellinie.

Alsdann aber kann man kürzer dazu kommen, als in den vorhergehenden beiden Auflösungen, weil man

hierbei das Maas der Stazionslinie CD nicht zu wissen nöthig hat, und also auch die Parallellinien c a und c b nicht zu ziehen braucht. Denn das Viereck p r d q, ist so wohl dem Viereck A B D C ähnlich, als a b d c. Den Punkt p findet man da, wo d o die Linie q α durchschneidet, und den Punkt r, wo d n die Linie q β schneidet.

Wenn man also von p nach r eine gerade Linie ziehet, und mit dieser parallel d y: so ist d y auch mit A B parallel.

§. 19.

Das Ziehen der Parallellinien auf der Mensel läßt sich zwar sehr leicht bewerkstelligen, wenn man eine Mensel mit 2 Stellschrauben hat, wodurch der ganze Meßtisch völlig unbeweglich gestellet werden kann, oder noch gemächlicher, wenn man dies Geschäft zu Hause verrichtet. Weil aber dennoch mancher sich mehrere Schwierigkeiten dabei vorstellen möchte, als es wirklich verursacht: so will ich noch in ein Paar Auflösungen zeigen, wie man eine unzugängliche Distanz auch so, nach meiner Art die Mensel zu richten, messen könne, ohne dabei durch Parallellinien die Figur auf der Mensel vergrößern zu dürfen.

§. 20.

Dritte Auflösung der ersten Aufgabe.

Fig. 11.

1) Man messe die gewählte Stazionslinie C D, oder stecke sich gleichsam, nach einer gewissen Anzahl Ruthen, eine Stazionslinie ab, und merke sich ihr Maas.

2) Man bringe die Mensel über C, stelle sie horizontal, suche auf derselben den Punkt c, der lothrecht über C auf der Erde liegt, und ziehe aus c die Visirungslinien c α, c β, c δ.

3) Mit c δ ziehe man parallel, durch den Mittelpunkt der Mensel f, die Linie e g.

4) Nun trage man das Maas der Stazionslinie, nach dem verjüngten Maasstabe, auf die Linie c δ, von c nach δ hin: so findet man den Punkt d.

5) Man messe die Linie f d mit einem Zollstabe, und merke sich ihr Maas.

6) Man lege das Diopterlineal an die Richtungslinie e g, visire in die Gegend der Stazion N. 2. hin, und lasse in diese Visirungslinie durch einen Gehülfen die beiden Stäbe h und i einpassen, zwischen welchen eine dünne Schnur dicht auf der Erde gespannt ist, oder auch nur an beiden Stäben angehalten werden darf, in der Gegend bei D, wo die Mensel in der zweiten Stazion zu stehen kommen soll.

7) Man nehme einen Zollstab, oder auch nur eine kleine Schnur, von der Länge f d, halte das eine

Ende dieses Maasstabes oder Fadens über den Punkt d, und das andere, nach h zu, genau an die Schnur h i: so findet man den Punkt k, worüber der Meßtisch mit seinem Mittelpunkte, in der zweiten Stazion, zu stehen kommen muß, und hier setze man einen Stab ein.

8) Nun nehme man die Mensel weg, und bemerke sowohl den Punkt f, als auch C mit einem Stabe.

9) Man bringe die Mensel lothrecht über den Punkt k, mit ihrem Mittelpunkte, und wende die Linie g e nach dem Stab f hin: so wird d c auf der Mensel, über D C im Felde hinstreichen, und der Punkt d auf der Mensel wird lothrecht über D auf dem Felde zu liegen kommen.

10) Endlich ziehe man aus dem Punkte d, die Visirungslinien d o und d n: so werden sich die Punkte a, b, finden, welche die Linie bestimmen, die eben so viele Ruthen, Schuhe und Zolle nach dem verjüngten Maasstabe enthält, als A B nach der Meßkette in sich faßt.

§. 21.

Weil diese Auflösung von der gewöhnlichen Art, unzugängliche Distanzen zu messen, bloß in der Art, die Mensel in der zweiten Stazion gehörig zu stellen, abweicht, so brauche ich weiter nichts zu beweisen, als daß dazu meine jezt gegebene Anweisung brauchbar sei.

Es

Es kommt hier bloß darauf an, den Punkt k auf dem Felde ausfindig zu machen, über welchem die Mensel mit ihrem Mittelpunkte zu stehen kommen müsse, wenn die Linie d c, auf die Stazionslinie D C passen, und der Punkt d auf der Mensel, lothrecht über D auf dem Felde zu liegen kommen soll.

Die Visirungslinie e g h i, läuft mit der Stazionslinie c d auf dem Papiere parallel, nach N. 3, folglich auch mit C D auf dem Felde, und gehet durch den Mittelpunkt auf der Mensel. Daher kann der Punkt k, welcher der Mittelpunkt der Mensel werden soll, nirgends anders hingebracht werden, als auf die Linie e g h i, wenn die Linie c d auf der Mensel, hier wieder auf C D im Felde, aufpassen soll.

Es frägt sich nur noch: Wie weit muß dieser Punkt k, auf dieser Linie linker Hand hin, von dem Punkt D auf dem Felde, entfernt zu liegen kommen, wenn auch d auf D passen soll? Die natürlichste Antwort ist: Eben so weit von D entfernt, als f von d auf der Mensel entfernt liegt.

Nun haben wir die Linie D k, nach d f, abgemessen, folglich muß k der richtige Punkt sein, über welchen die Mensel mit ihrem Mittelpunkte zu stehen kommen muß, wenn auch in der Stazion N. 2, die Linie c d über C D auf dem Felde hinstreichen, und der Punkt d auf der Mensel lothrecht über D auf dem Felde zu liegen kommen soll, und also hat die ganze dritte Auflösung ihre erwiesene Richtigkeit.

In der nun folgenden vierten Auflösung werde ich mich noch kürzer fassen können, weil sie bloß in der

Art, den Punkt k auf dem Felde zu bestimmen, worauf hier alles ankommt, um etwas weniges von der gegenwärtigen dritten Auflösung abweicht.

§. 22.

Vierte Auflösung der ersten Aufgabe.

Fig. 11.

1) Nachdem man hier, in der Stazion N. 1, den Punkt c auf der Mensel bestimmt, und die Linien cα, cβ, cδ gezeichnet, ingleichen auch e g mit c δ parallel, durch den Mittelpunkt gezogen, und den Punkt d, welcher den andern Endpunkt auf der Stazionslinie ausmacht, nach dem verjüngten Maasstabe bestimmt hat: so errichte man auf der Mensel einen Perpendikel d l, auf dem Punkt d, messe diesen Perpendikel, ingleichen auch die Linie l f, und merke sich das Maas von beiden Linien, nicht nach dem verjüngten Maasstabe, sondern nach Dezimalzollen, oder auch nach gemeinen Zollen.

2) Man errichte nun auch in dem Punkt D auf dem Felde, welcher die Grenze der Stazionslinie C D ausmacht, einen Perpendikel D m, nach eben der Größe, welche d l auf der Mensel hatte: so findet man auf dem Felde den Punkt m, welcher mit einem Stabe bezeichnet werden muß, und in die Visirungslinie e g einpaßt.

3) Man errichte ferner einen Perpendikel m k, auf dem Punkt m, just nach der Größe der gemes-

senen Linie l f, und bemerke den Punkt k mit einem Stabe: so wird k der gesuchte Punkt sein, wo die Mensel mit ihrem Mittelpunkte zu stehen kommen muß, wenn man in der Stazion N. 2. die Mensel so richten will, daß d c auf D C hinstreiche, und der Punkt d auf der Mensel, auf dem Punkt D im Felde, lothrecht zu liegen kommen soll.

4) Nun nehme man die Mensel von f weg, und bemerke so wohl f, als auch C, mit einem Stabe.

5) Man bringe die Mensel nach der Stazion N. 2, lothrecht mit ihrem Mittelpunkte über k, stelle sie horizontal, und wende das Tischblatt so, daß die Linie g e, nach dem Stab f hinweiset: so wird in dem Augenblick auch d c über D C treten, und d auf D passen müssen.

6) Uebrigens verfahre man, wie in der vorhergehenden Aufgabe gezeiget worden: so wird man die Linie a b finden, welche eben das Maas nach dem verjüngten Maasstabe enthält, welches A B nach der Meßkette haben muß.

§. 23.

Auch in dieser Auflösung hat man, eben so als in der vorhergehenden, die Parallellinien nicht nöthig, welche man in den ersten beiden Auflösungen zu ziehen hatte.

In dieser Auflösung ist gleichfalls nichts weiter zu beweisen, als daß die Anweisung, den Punkt k auf dem

dem Felde zu finden, ihre Richtigkeit habe, und dieser Beweis liegt vor Augen.

Die beiden Triangel, k m d und f l d, sind einander gleich, weil D m = d l, und m k = l f gemacht sind, und der Winkel D m k = d l f ist; denn beide sind zu rechten Winkeln gemacht worden.

Wenn nun der Punkt f auf der Mensel, lothrecht über den Punkt k auf dem Felde gebracht wird, und l über m, welches leztere durch die Wendung des Tischblattes, nach der Anweisung N. 5, geschieht: so muß auch der Punkt d auf D passen, und daher auch d c auf D C hinstreichen.

Also haben wir den Punkt k so bestimmet, daß diese nöthige Richtung der Mensel, nach meiner Anweisung, richtig erfolgen muß, wenn man den Mittelpunkt der Mensel lothrecht über den Punkt k bringt.

§. 24.

Von der ersten Aufgabe sind zwar 4 verschiedene Auflösungen gegeben worden, und noch eine 5te Manier, den Punkt k zu bestimmen, werde ich in der Folge zu zeigen Gelegenheit haben. Aber dennoch muß ich hier noch eine besonders leichte Auflösung hinzufügen, nach welcher man gar nicht nöthig hat, den Punkt, über welchem die Mensel mit ihrem Mittelpunkte in der andern Stazion zu stehen kommen muß, aufzusuchen, und welcher ich deshalb den Vorzug vor allen vorhergehenden Auflösungen gebe. Sie ist folgende:

§. 25.

§. 25.

Fünfte Auflösung der ersten Aufgabe.

Fig. 13.

1) Man messe die Standlinie CD, und merke sich ihr Maas.
2) Man bringe die Mensel in die Gegend von D, so daß dieser Punkt, wenn man ihn auf der Mensel bestimmet, rechter Hand, unterwärts auf derselben zu liegen komme.
3) Man suche nun den Punkt d auf der Mensel, der lothrecht über D liegt, lege an diesen Punkt d das Diopterlineal, und ziehe die Visirungslinien d γ, d α, d β.
4) Man lege das Diopterlineal an i, den Mittelpunkt der Mensel, und ziehe nach dem Stabe C hin, die Linie g h.
5) Man trage auf die Linie d γ das gefundene Maas von C D, nach dem verjüngten Maasstabe: so findet man den Punkt c.
6) Man suche den Punkt i auf der Erde, nehme die Mensel weg, und setze in i senkrecht einen Stab ein.
7) Nun bringe man die Mensel mit ihrem Mittelpunkte, lothrecht über den Punkt C, stelle sie horizontal, und wende die Linie h g nach dem Stab i hin.
8) Man lege an den Punkt i das Diopterlineal, und ziehe die Visirungslinien i k, i l.

9) Fer-

9) Ferner ziehe man, mit i k parallel, c a; und mit i l parallel die Linie c b.

10) Endlich ziehe man die Linie a b: so wird diese die gesuchte Distanz sein, welche so viele Ruthen, Schuhe und Zolle, nach dem verjüngten Maasstabe enthält, als A B, nach der Meßkette.

§. 26.

Diese Auflösung ist offenbar die leichteste und bequemste unter allen. Nie werde ich diese Aufgabe anders machen, als nach dem gezeigten Verfahren, und ich glaube, jeder, der es versucht, wird mir darin nachfolgen. Auch bei allen übrigen Aufgaben, wo nur diese Art, die Mensel zu richten, anwendbar ist, bediene ich mich derselben.

Die Parallellinien, c a und c b, kann man auch, um sie desto akkurater zu ziehen, zu Hause auftragen.

Die Richtigkeit dieser Auflösung erhellet aber aus der unfehlbaren Aehnlichkeit des Vierecks a b d c auf der Mensel, mit dem Viereck A B D C im Felde. Und diese läßt sich leicht aus der Gleichheit der gleichnamigen Winkel darthun, aus welcher Gleichheit denn ferner die Aehnlichkeit aller gleichnamigen Triangel folget, die beide Vierecke in sich fassen.

Daß der Winkel c d b = C D B; c a d = C A D und folglich auch a d b = A D B sei, kann ich hier als bekannt voraussetzen. Ich muß also nur zeigen, daß auch der Winkel d c a = D C A; d c b = D C B, und also auch b c a = B C A sei. Und dies erhellet also:

Die

Die Linie c d läuft mit C D parallel, wegen der parallelen Richtung der Mensel.

a c ist mit A C parallel gezogen, nach N. 9.

Folglich muß der Winkel d c a = D C A sein.

b c ist wieder mit B C parallel auf c d gesezt, nach N. 9.

Daher ist auch der Winkel d c b = D C B, und b c a = B C A.

Nun wird ein jeder Anfänger leicht die Gleichheit aller übrigen gleichnamigen Winkel, in beiden Figuren, nebst der daraus entspringenden Aehnlichkeit der Triangel finden, und daraus endlich das gleiche Verhältniß der gleichnamigen Seiten in beiden Figuren zu einander herleiten können. Denn was alle Kompendienschreiber lehren, bin ich hier nicht zu wiederholen gesonnen.

Das einzige, wovon man hier noch etwa einen besondern Beweis erwarten könnte, scheinet mir dieses zu sein, daß die parallele Richtung der Mensel, in der zweiten Stazion, nothwendig erfolgen müsse, wenn man die Mensel mit ihrem Mittelpunkt über C bringt, und die Richtungslinie g h, nach dem Stab i hinwendet.

Um dieses einzusehen, bedenke man aber, daß durch diese Wendung des Tischblatts, die Linien g h auf der Mensel, in beiden Stazionen, in eine Linie gebracht werden, welche sich von dem Punkte g, in der ersten Stazion, bis zu dem Punkte h, in der andern Stazion erstrecket. Diese Linie wird durch zwei

parallele

parallele Seiten des Tischblatts, das wir hier als ein Quadrat annehmen, in jeder Stazion, nach einerlei Richtung, nach einerlei Winkel durchschnitten, nämlich durch die Seiten m n und o p. Folglich müssen diese Seiten der Mensel, in beiden Stazionen, Parallellinien mit einander bilden; m n in der ersten Stazion, mit m n in der zweiten Stazion; und o p in der ersten Stazion, mit o p in der zweiten Stazion. Sie können auch nicht anders, als nach einerlei Richtung, die Visirungslinie g h in beiden Stazionen durchschneiden, so bald die Linie g h auf der Mensel, in der zweiten Stazion, nach dem Stabe i hingerichtet ist, und durch den Punkt C auf der Erde läuft. Denn in diesem Falle werden sie dadurch, daß die Mensel von i nach C hin gebracht ist, keine andere Lage gegen g h bekommen, als sie in der ersten Stazion hatten. Behalten sie also einerlei Richtung gegen g h, so müssen sie auch einerlei Winkel mit derselben machen, und folglich in beiden Stazionen eine parallele Lage bekommen.

§. 27.

Zweite Aufgabe. Fig. 10.

Ein geradlinigtes Feld, A B C D E, aus zwei Poligonwinkeln, C, D, aus welchen man nach allen übrigen Winkeln der Figur hinsehen kann, aufzunehmen.

1) Man bringe die Mensel in horizontaler Richtung über den Punkt E, und zwar so, daß, wenn man

man ihn lothrecht auf der Mensel bestimmet, er linker Hand, unterwärtts auf derselben zu liegen komme.

2) Man thue dieses nunmehr durch Hülfe der bekannten Gabel, und ziehe durch den Punkt e auf der Mensel nach dem Diopterlineale, die Linien e α, e β, e γ, e δ, ingleichen auch, durch den Mittelpunkt der Mensel, die Richtungslinie g h, parallel mit e δ.

3) In diese Visirungslinie g h lasse man, durch einen Gehülfen, in i einen Stab setzen, und zwar so, daß er mit D und C in eine Linie kommt. (Wie dies zu machen sei, ist schon aus der ersten Auflösung der ersten Aufgabe, §. 6. und 7. abzunehmen.)

4) Nun suche man den Punkt f auf der Erde, über dem der Mittelpunkt der Mensel lothrecht stehet.

5) Hat man ihn gefunden, so nehme man die Mensel weg, setze in f einen Stab, ingleichen auch wieder in E, messe die Stazionslinie E D, und merke sich ihr Maas.

6) Hierauf bringe man die Mensel mit ihrem Mittelpunkte über i, wo man hatte einen Stab einsetzen lassen, stelle sie horizontal, lege das Diopterlineal an die Richtungslinie g h, und drehe das Tischblatt so, daß man durch die Dioptern den Stab f erblickt. In diesem Augenblicke wird auch die Linie e δ in die Stazionslinie E D einpassen.

7) Nachdem man den Tisch in dieser Richtung ganz festgeschroben, so trage man das gefundene Maas der Stazionslinie E D, nach dem verjüngten Maasstab, auf die Mensel, von e aus nach d hin: so findet man den Punkt d, welcher den andern Grenzpunkt der Stazionslinie auf der Mensel ausmacht.

8) Nun lege man das Diopterlineal an i, den Mittelpunkt der Mensel, visire nach c hin, und ziehe darnach die Linie k l.

9) Man lege das Diopterlineal an den Punkt t, wo die Linie k l die Linie e d durchschneidet, visire aus diesem Punkte nach B, und ziehe die Linie t m; man visire ferner aus t nach A, und ziehe die Linie t n.

10) Nun ziehe man die Linie q p und p o. Den Punkt q findet man, wo die Linien t n und e α sich durchschneiden; den Punkt p, wo t m und e β sich durchschneiden; und den Punkt o, wo e γ und t l sich durchschneiden.

11) Endlich ziehe man mit t o parallel d c; mit o p parallel die Linie c b, und mit p q parallel die Linie b a: so wird die Figur a b c d e auf der Mensel, der Figur A B C D E auf dem Felde ähnlich sein, und jede Seite der kleinen Figur a b c d e, eben so viel Ruthen, Schuhe und Zolle, nach dem angenommenen verjüngten Maasstabe enthalten, als jede gleichnamige Seite nach der Meßkette enthält.

§. 28.

Das ganz kleine Fünfeck qpote, ist unstreitig dem großen ABCDE ähnlich. Das andere, abcde, ist durch die Parallellinien mit den Seiten des Fünfecks dc, cb und ba entstanden, deren Grenzen durch die Visirungslinien eα, eβ, eγ und eδ bestimmet werden, nach welchen Linien auch die Grenzen der Seiten des kleinsten Fünfecks qpote bestimmet sind. Folglich muß abcde, dem kleinen Fünfeck qpote ähnlich sein. Ist nun das kleinste dem großen ABCDE ähnlich, und das mittelste wieder dem kleinsten, so muß auch das mittelste abcde, dem großen ABCDE ähnlich sein.

Die Aehnlichkeit dieser drei Fünfecke unter einander könnte man auch umständlicher aus der Gleichheit der gleichliegenden Winkel, wie in dem vorhergehenden, zeigen. Aber da ich hoffen kann, daß jeder Feldmesser, der nur einige Theorie hat, bei dem ersten Anblicke der Zeichnung sich davon überzeugen werde: so wird man es mir hoffentlich verzeihen, wenn ich mich hier der Kürze bediene.

Eben diese Auflösung kann man gebrauchen, den Triangel ABC, aus dem Standpunkte E und D aufzunehmen, oder mehrere Distanzen, die man aus E und D übersehen kann, aus diesen Standpunkten zugleich zu messen, als AB, BC, AC, ingleichen auch EA, EB, EC, DA, DB, DC.

Noch leichter läßt sich diese Aufgabe verrichten, wenn man das, bei der fünften Auflösung der ersten

Aufgabe, §. 25, Fig. 13, gezeigte Verfahren, auf den gegenwärtigen Fall anwendet. Denn alsdann hat man nicht nöthig, die Richtungslinie g h, in der ersten Stazion, mit e d parallel zu ziehen, sondern man ziehet sie nach dem Stabe D hin. Man braucht auch nicht den Stab i einsetzen zu lassen, weil die Mensel alsdann in der zweiten Stazion mit ihrem Mittelpunkte über D zu stehen kommt. Um mich kurz zu fassen, und noch eine Figur zu ersparen, will ich das weitere Verfahren hierbei dem eigenen Nachdenken meiner Leser überlassen.

§. 29.

Dritte Aufgabe. Fig. 12.

Ein Feld, A B C D E F, aus zwei innerhalb des Platzes gewählten Stazionspunkten, g, k, aufzunehmen.

1) Man setze die Mensel in die Stazion N. 1, wo man den ersten Stazionspunkt ungefähr anzunehmen gedenkt, in horizontaler Stellung.

2) Man setze in der Gegend, wo man den andern Stazionspunkt anzunehmen gedenkt, einen Stab i; lege das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel o, visire nach dem Stabe i, und ziehe darnach die Richtungslinie 1, 1, auf der Mensel.

3) Auf dieser Richtungslinie 1, 1, wähle man sich den Punkt g, und visire über denselben nach A, B, C, D, E und F hin, und ziehe darnach die Linien g 2, g 3, g 4, g 5, g 6, g 7.

4) Man

4) Man suche den Punkt g auf der Erde, und bezeichne ihn vors erste mit einem Zählpflocke, nehme nun die Mensel weg, und setze nachgehends einen Stab in den Punkt g.

5) Nun bringe man die Mensel in die zweite Stazion, und setze sie mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über den Punkt i, wo der Stab eingesetzt war, richte sie horizontal, und gebe dem Tischblatt eine solche Wendung, daß die Richtungslinie I, I, nach dem Stabe g hin zu stehen kommt.

6) Ist dieses geschehen, so wähle man sich in der Linie I, I, einen Punkt k zum zweiten Grenzpunkte der Stazionslinie, lege an k das Diopterlineal, visire aus diesem Punkte nach A, B, C, D, E, F, hin, und ziehe darnach die Linien k8, k9, k10, k11, k12, k13.

Wo diese Linien, die aus dem Standpunkte k gezogen sind, diejenigen, welche vorhin aus dem Standpunkte g gezogen waren, durchschneiden, da findet man die Punkte a, b, c d, e, f, welche die Figur A, B, C, D, E, F, verkleinert auf der Mensel abbilden.

§. 30.

Um den Maasstab zu bestimmen, so merke man den Punkt k auf der Erde, der lothrecht unter dem auf der Mensel gewählten Punkt k liegt, nehme die Mensel weg, setze in k auf der Erde auch einen Stab, und messe nun die Linie g k auf dem Felde: so hat man das Maas von der Stazionslinie.

Wenn man sich nun einen Maasstab verfertiget, auf welchem die Linie e k auf der Mensel eben so viel Ruthen und Schuhe enthält, als g k auf dem Felde, nach der Meßkette in sich faßt: so hat man den gesuchten Maasstab zu der auf der Mensel entworfenen Figur a b c d e f.

Ist man aber Willens, auf diese Art zu verfahren, daß man nämlich nicht nach einem schon fertigen Maasstabe die Figur aufzeichnet, sondern nach vollendeter Zeichnung erst den Maasstab dazu sucht; so thut man wohl, wenn man gleich der Stazionslinie eine bestimmte Anzahl von Ruthen und Schuhen, oder noch besser, von ganzen Ruthen giebt, weil dadurch die Verfertigung eines verjüngten Maasstabes sehr erleichtert wird.

§. 31.

Der Stazionslinie kann man, im gegenwärtigen Falle, auf folgende Art eine bestimmte Anzahl von ganzen Ruthen geben.

Man ziehe durch dem Mittelpunkt der Mensel die Linie 1, 1, und bestimme auf derselben die Stazionslinie g k, nach einer beliebigen, bequemen Länge, doch so, daß die Endpunkte g und k, gleich weit von i, dem Mittelpunkte der Mensel, entfernt liegen.

Man messe sich auch eine Stazionslinie g k auf dem Felde, nach einer beliebigen Anzahl ganzer Ruthen ab, wie man es bequem findet. Zu beiden Seiten aber lasse man an derselben die Hälfte der auf der Mensel aufgezeichneten Stazionslinie fehlen. Diese dadurch herausgebrachte Linie sei, in Fig. 12, o i,

welche

welche auf beiden Seiten mit einem Stabe bezeichnet werden muß.

Wenn man nun die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, in der ersten Stazion, lothrecht über o bringt, und die Linie 1, 1, nach dem Stabe i hinrichtet: so wird der Punkt g auf der Mensel, gerade über den Punkt g auf dem Felde, lothrecht zu stehen kommen. Ingleichen wenn man die Mensel, mit ihrem Mittelpunkt, in der zweiten Stazion, lothrecht über i bringt, und die Linie 1, 1, nach dem Stabe g hinwendet: so wird der Punkt k auf der Mensel, senkrecht über k auf der Erde zu liegen kommen, und man hat eine bestimmte Anzahl ganzer Ruthen zur Stazionslinie. Nun ist der Maasstab leicht gemacht, nach welchem g k auf der Mensel so viele Ruthen enthält, als g k auf dem Felde, nach der Meßkette in sich faßt.

§. 32.

Gewöhnlich trägt man zwar die Stazionslinie g k, nach dem verjüngten Maasstabe auf die Mensel, um nach dieser Linie die übrigen zu bestimmen. Man kann aber auch füglich (§. 11.) den Maasstab nach der willkührlich angenommenen Stazionslinie auf der Mensel einrichten, besonders wenn man die Stazionslinie so abmißt, daß sie eine bestimmte Anzahl von Ruthen in sich faßt. Es giebt sogar Fälle, wo dies lezte Verfahren, den Maasstab hinterher zu verfertigen, große Vortheile verschaft, und wo man sich gar nicht vorher um das Maas der auf dem Felde gewählten Stazionslinie zu bekümmern nöthig hat.

§. 33.

Oft trägt sichs nämlich zu, daß man die Standlinie nicht bequem messen kann, oder daß sie schon auf dem zu verfertigenden Risse bestimmt ist. Alsdann kann man aus einer ungemessenen Standlinie ganze Felder, ja ganze Landschaften, so aufnehmen, daß man bloß auf die Gleichheit der Winkel siehet, und so einen Triangel an den andern setzt, ohne sich um das Maas irgend einer Linie dabei zu bekümmern.

Wenn man aber auf die Art die ganze Figur richtig aufgenommen, und noch keinen Maasstab dazu hat, so kann man sich nach vollendeter Zeichnung, eine gerade Linie, die lang genug ist, auf dem Felde aussuchen, die mit zu dem Risse gehöret, und auf einer horizontalen Fläche liegt, um darnach den Maasstab zu der aufgezeichneten Figur zu verfertigen. Je weitläuftiger der verfertigte Plan ist, desto eher wird man eine bequeme gerade Linie finden, wornach man den Maasstab bestimmen kann. Es muß nur eine Linie sein, die eine gewisse Anzahl von ganzen Ruthen oder Schuhen enthält. Ist die Figur groß genug, daß man eine gerade Linie von 80, 90 bis 100 Ruthen zum Maasstabe dabei setzen kann: so kömmt es auch auf einige Zolle nicht an, welche die gemessene Linie im Felde größer oder kleiner ist.

Man hat bei diesem ungewöhnlichen Verfahren den Vortheil, die häufigen Fehler zu vermeiden, die sonst bei der Messung und Auftragung so vieler Linien unver-

unvermeidlich sind, zumal wenn man oft über ungleichen Boden hinmessen muß.

§. 34.

Wenigstens bei der Verfertigung des ausführlichen Grundrisses von Quedlinburg, und den umliegenden Feldern und Gärten, den ich im Jahre 1782 herausgegeben habe, hatte ich das Glück, dieses und anderer Vortheile mich bedienen zu können. Weil die Stadt von allen Seiten her mit Anhöhen und Bergen umgeben ist, von welchen ich die ganze Stadt übersehen konnte, so war es leicht, 3 Standpunkte zu wählen, aus welchen ich nach jedem Thurm in der Stadtmauer, die hier nahe beisammen stehen, und spitze Dächer haben, nach jedem Thurme in der Stadt, nach jedem Eckhause, welches die Durchschnitte der Straßen bestimmte, hinvisiren konnte. Ein scharfes Gesicht, eine genaue Kenntniß der Stadt, und ein gutes Augenmaas kamen mir dabei zu Statten.

Den großen Triangel, welchen die drei Standpunkte bildeten, brachte ich erstlich nach seinen Winkeln auf das Reißbrett, ohne mich um die Länge seiner Seiten zu bekümmern. Nun visirte ich aus zweien dieser Standpunkte zu jedem Punkte in der Stadt hin, den ich auf dem Riß haben wollte, und durch die Durchschnitte dieser Visirungslinien konnte ich ihn finden.

So fand ich auch den Weg, welchen die beiden Arme der Bode durch die Stadt nehmen, durch mir bekannte Thürme und Häuser, woran sie durchfließen. Wenn ich endlich gewisse Theile der Stadt, aus diesen

Standpunkten, doch nicht übersehen konnte, so suchte ich einen neuen Standpunkt, und sezte ihn zu dem ersten Triangel, durch Messung der Winkel hinzu, so daß ich endlich einige zusammenhangende Triangel, nach ihrer gehörigen Lage auf das Reißbrett bekam, davon jeder Eckpunkt mir zu einem bequemen Standorte dienen konnte. Und so war es möglich, den ganzen Plan richtig zu entwerfen, ohne irgend eine Stazionslinie gemessen zu haben.

Nachdem ich nun den ersten Entwurf fertig hatte, so umging ich öfters die Stadt, merkte mir, wo ich 3 bekannte Spitzen ausfindig machen konnte, die sich einander deckten, und zeichnete sie mir auf. Wenn ich zu Hause kam, legte ich das Lineal auf meinen Riß an diese bemerkten Punkte, und sahe, ob sie sich auf dem Risse auch deckten, und so konnte ich alles auf demselben genau prüfen und berichtigen. Auch an jeder Reihe von Häusern, oder an jeder langen Mauer, suchte ich den Punkt, wo diese gerade Linie hinwies, und wenn ich zu Hause kam, legte ich das Lineal an, und sahe, ob diese Linie auch dieselbige Richtung hatte, bis ich endlich durch diese und andere sichere Proben nichts mehr zu berichtigen fand.

Endlich suchte ich mir bequeme lange Linien auf, die auf dem Grundrisse mit angebracht waren, um darnach den Maasstab zu verfertigen, und diese fand ich hin und wieder zu 60, 70, 80, und mehreren Ruthen, auf dem ebensten Boden. Anderer Vortheile dabei nicht zu gedenken.

§. 35.

§. 35.

Man verzeihe mir diese kleine Ausschweifung. Weil es vielen, die sonst vom Messen etwas verstehen wollen, unbegreiflich gewesen, wie ich meinen Riß mathematisch aufnehmen, und den Maasstab dazu angeben können, ob man mich gleich nicht in der Stadt messen gesehen: so glaubte ich, würde diese kurzgefaßte Beschreibung meines Verfahrens hier nicht unrecht angebracht, und vielleicht manchem nüzlich sein. Nun wieder zu unserer Sache!

§. 36.

Ich habe also gezeigt, wie man ein Feld, A B C D E F, aus zwei Standpunkten aufnehmen könne, ohne die Standlinie g k vorher gemessen zu haben. Will man aber nach dem verjüngten Maasstabe die Figur aufzeichnen, so wird man in den folgenden Aufgaben mehr als eine Anweisung dazu finden. Auch aus den vorhergehenden Aufgaben wird man dieses allenfalls schon ersehen können.

§. 37.

Daß die kleine Figur, a b c d e f, auf der Mensel, nach meiner Anweisung, der Figur A B C D E F auf dem Felde ähnlich werden müsse, scheinet hier keines ausführlichen Beweises zu bedürfen, weil diese Auflösung von der gewöhnlichen und bekannten Art, einen Platz aus zwei Stazionspunkten, die innerhalb des Platzes liegen, in dem Wesentlichen nicht abweicht. Die Aehnlichkeit der kleinen Figur mit der großen,

hängt

hängt hier 1) von der Gleichheit aller Winkel ab, die um die beiden Grenzpunkte der kleinen Stazionslinie g k auf der Mensel verzeichnet sind, mit denen, die man auf dem Felde durchs Visiren, aus den beiden Stazionspunkten, nach allen Ecken der Figur gefunden hat; 2) von der genau beobachteten parallelen Richtung der Mensel in beiden Stazionen.

Hat man alle diese Winkel, nach ihrer natürlichen Lage, zu beiden Seiten der kleinen Stazionslinie richtig aufgetragen, so müssen auch die Poligonwinkel der kleinen Figur a b c d e f, den Poligonwinkeln der großen Figur A B C D E F, unfehlbar gleich ausfallen, und folglich beide Figuren einander ähnlich werden, wenn die Mensel in beiden Stazionen parallel gestellet worden.

§. 38.

Die parallele Richtung aber erhält man hier nach meiner Angabe ungemein leicht, dadurch, daß man die auf der Mensel in der ersten Stazion gezeichnete Richtungslinie 1, 1, welche auf der Stazionslinie im Felde hinstreicht, in der andern Stazion wieder so richtet, daß sie von hier aus ebenfalls wieder auf der Stazionslinie im Felde hinstreichen muß. Und diese Richtung wird dadurch sehr erleichtert, daß die Linie 1, 1, in beiden Stazionspunkten durch den Mittelpunkt der Mensel hinstreicht, so daß das Tischblatt sich nur um seinen Mittelpunkt horizontal herumdrehen darf, um die parallele Richtung der Mensel in der zweiten Stazion herauszubringen. Dies ist hier abermals das bequemste

quemste Mittel, allen den Schwierigkeiten glücklich zu entgehen, die sich sonst bei der Richtung der Mensel in der zweiten Stazion vorfinden.

§. 39.

Weil man in dieser Aufgabe gewöhnlich und am bequemsten die Stazionslinie in der Mitte des Platzes zu wählen pflegt, so ist es auch am schicklichsten, die Stazionslinie auf der Mensel so zu wählen, daß sie durch den Mittelpunkt der Mensel läuft. Denn auf die Art wird auch die verlangte Figur a b c d e f mitten auf der Mensel zu stehen kommen.

§. 40.

Schon Schwenter bemerkt in seinem Traktat, in welchem er den Gebrauch der Mensel bekannt macht, so viel ich mich erinnern kann, bei dieser Aufgabe, daß man sich hier die Sache sehr erleichtern könne, wenn man die Stazionslinie durch den Mittelpunkt der Mensel führte, oder daß sich hier füglich die Mensel aus ihrem Mittelpunkte richten lasse.

Ich bedaure, daß ich das Buch selbst nicht besitze, und auch nicht zur Durchsicht habe bekommen können. Nur einmal habe ich es flüchtig zu sehen bekommen, und diese Bemerkung daraus behalten.

Vielleicht würde es mir bei dieser Abhandlung in mehrern Stücken nüzlich gewesen sein. Da dieser Mann bei der erklärten Aufgabe den Vortheil einsahe, den man bei der Mensel gewinnt, wenn man sie aus ihrem Mittelpunkte richtet: so hätte er leicht einen

Schritt

Schritt weiter thun, und darauf denken können, wie dieses bei allen übrigen Aufgaben mit der Mensel zu bewerkstelligen sei. Aber welche Kunst gelangt auf einmal zu ihrer Vollkommenheit? Der Erfinder überläßt gemeiniglich die Vollendung derselben seinen Nachfolgern.

§. 41.

Sollten sich aber dennoch in dem Aufnehmen eines Platzes selbst Hindernisse finden, die Stazionslinie ungefähr in der Mitte desselben anzubringen, und sähe man sich genöthiget, nach einer Seite der Figur hin dieselbe anzubringen: so könnte man sich freilich nicht des Vortheils bedienen, die Stazionslinie 1, 1, durch den Mittelpunkt der Mensel zu ziehen, weil man sonst befürchten müßte, daß die Figur nicht auf die Mensel gehen würde.

Auf diesen Fall habe ich wieder andere Vortheile ausgedacht, welche ich in den folgenden Auflösungen meinen Lesern vor Augen lege.

§. 42.

Andere Auflösung der dritten Aufgabe.

Fig. 14.

g h sei hier die angenommene Stazionslinie.

1) Man bringe den Meßtisch über den Punkt g, in horizontale und bequeme Stellung.

2) Suche man den Punkt g auf der Mensel, welcher lothrecht über dem Punkt g auf dem Felde liegt.

3) Man

3) Man lege an diesen Punkt g das Diopterlineal, und visire nach dem Stabe h hin, welcher in dem andern Endpunkte der Stazionslinie senkrecht stehen muß, und ziehe darnach die Linie g x auf der Mensel.

4) Man ziehe die Linie u v, durch den Mittelpunkt der Mensel i, parallel mit g x.

5) Man lege das Diopterlineal an den Punkt g, visire nach A, B, C, D, E und F hin, und ziehe darnach die Linien g 1, g 2, g 3, g 4, g 5, g 6, auf der Mensel.

6) Man lasse aus dem Mittelpunkt i einen Perpendikel i k, auf die Linie g x fallen, messe diesen Perpendikel, ingleichen auch die Linie g k, nach Dezimalzollen, und schreibe sich das Maas von beiden Linien auf.

7) Das Maas von g k trage man nun, von dem Punkt h aus, auf die Stazionslinie im Felde, und bemerke den dadurch gefundenen Punkt m, auf dem Felde mit einem Stabe.

8) In diesem Punkt m, errichte man auf dem Felde einen kleinen Perpendikel m l, nach dem gefundenen Maaße von i k, und setze in den Punkt l auch einen Stab. (Ob die Punkte m und l, richtig getroffen sind, kann man leicht finden, wenn man in der Stazion N. 1, an u v das Diopterlineal legt, und nach dem Stabe l hinvisiret. Denn in diese Visirungslinie muß der Stab l einpassen; und wenn man ferner das Diopterlineal an g x legt, und nach den Stäben m und h hinvisiret, die sich in dieser Visirungslinie einander decken müssen.)

9) Man

9) Man suche den Punkt i lothrecht auf der Erde, und nachdem man sich ihn wohl gemerkt hat, nehme man die Mensel weg, und setze sowohl in i, als auch in g einen Stab ein.

10) Nun messe man die Linie i l auf dem Felde, und merke sich ihr Maas.

11) Darauf bringe man die Mensel, mit ihrem Mittelpunkt über den Punkt l, und gebe ihr eine horizontale Richtung.

12) Man lege an u v das Diopterlineal, und wende das Tischblatt so, daß man durch die Dioptern den Stab i erblicket, und in diesem Augenblicke wird auch die Linie x g, in die Stazionslinie h g eintreten.

13) Nachdem man den Tisch in dieser Richtung festgeschroben hat, so suche man den Punkt h auf der Mensel, der lothrecht über den Punkt h auf dem Felde liegt. Dieser wird nicht nur in die Linie m x fallen, sondern h m wird auch gleich g m sein, wenn kein Versehen in dem vorhergehenden Verfahren vorgefallen ist.

14) An diesen Punkt h lege man das Diopterlineal, visire nach A, B, C, D, E, F hin, und ziehe darnach die Linien h 7, h 8, h 9, h 10, h 11, h 12, auf der Mensel.

15) Nun rechne man das doppelte Maas von k g zu dem gefundenen Maaße von i l, nehme diese Summe von Ruthen, Schuhen und Zollen nach dem verjüngten Maasstab in den Zirkel,

und

und trage sie auf die Linie g x, von g aus: so findet man den Punkt z.

16) Aus diesem Punkt z ziehe man nun die Linien z a mit h 7 parallel; z b mit h 8 parallel; z c mit h 9 parallel; z d mit h 10 parallel; z e mit h 11 parallel; z f mit h 12 parallel.

Wo diese aus z gezogenen Linien diejenigen durchschneiden, die aus dem Punkte g, in der ersten Stazion nach allen Ecken der Figur hingezogen waren, da ergeben sich die Punkte a, b, c, d, e, f, welche die große Figur A B C D E F, richtig auf der Mensel abbilden werden.

§. 43.

Der Punkt h auf der Mensel stehet lothrecht über dem Endpunkte der Stazionslinie im Felde, nach N. 13; so wie auch g, in der ersten Stazion, lothrecht über dem andern Endpunkt der Stazionslinie im Felde stand, nach N. 2.

Die Winkel bei z sind alle den Winkeln bei h gleich, weil sie durch Parallellinien mit den Schenkeln der Winkel bei h entstanden sind.

Folglich ist kein Zweifel, daß die Figur a b c d e f, der Figur A B C D E F auf dem Felde ähnlich sein müsse.

§. 44.

Es kommt nur noch darauf an, ob auch, nach meiner Anweisung N. 15, die Linie g z auf der Mensel, eben die Anzahl von Ruthen, Schuhen und Zollen, nach dem

verjüngten Maasstabe erhalte, welche g h im Felde nach der Meßkette hat.

Dies beweise ich aber also:

Die Linie g h ist, nach der Zeichnung, zusammengesezt aus g k, k m, und m h.

m h ist gleich = g k, (nach N. 7.) k m ist = i l, weil i k und l m rechtwinklich auf k und m stehen, und beide gleiche Höhe haben.

Folglich kann ich anstatt g k + m h, 2 g k sezen, und anstatt k m die Linie i l.

Alsdann aber bekommt man, anstatt g k + k m + m h, die Linie i l + 2 g k.

§. 45.

Dritte Auflösung der dritten Aufgabe.

Fig. 15.

1) Man messe die Stazionslinie g h auf dem Felde, und merke sich ihr Maas.

2) Man bringe den Meßtisch über den Punkt g horizontal, und suche den Punkt g auf der Mensel, lothrecht über g auf dem Felde, lege an den Punkt g das Diopterlineal, und visire nach dem Stab h, welcher in dem andern Endpunkte der Stazionslinie senkrecht stehen muß, und ziehe darnach die Linie g x auf der Mensel.

3) Man ziehe die Linie u v durch den Mittelpunkt der Mensel i mit g x parallel.

4) Man lege das Diopterlineal an den Punkt g, visire nach A, B, C, D, E, F, hin, und ziehe darnach

nach die Linien g 1, g 2, g 3, g 4, g 5, g 6, auf der Mensel.

5) Auf der Linie g x wähle man sich den Punkt p, so daß man ihn zum zweiten Grenzpunkt der Stazionslinie auf der Mensel bequem gebrauchen kann.

6) Man lasse aus dem Mittelpunkte i, einen Perpendikel i k, auf die Linie g x, fallen, messe diesen Perpendikel, ingleichen auch die Linie p k, mit einem Zollstabe, und schreibe sich das Maas von beiden Linien auf.

7) Das Maas von p k trage man nun von dem Punkt h aus auf die Stazionslinie im Felde, und bemerke den dadurch gefundenen Punkt m auf dem Felde mit einem Stabe.

8) In diesem Punkte m errichte man auf dem Felde einen kleinen Perpendikel m l, nach dem gefundenen Maaße von i k, und setze in den Punkt l auch einen Stab.

9) Man suche den Punkt i lothrecht auf der Erde, und, nachdem man sich ihn gemerket hat, nehme man die Mensel weg, und setze sowohl in i, als auch in g einen Stab ein.

10) Man bringe die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte über den Punkt l, gebe ihr eine horizontale Richtung, und lenke das Tischblatt mit der Visirungslinie u v nach dem Stabe i hin: so wird auch die Linie x g auf der Stazionslinie g h auf dem Felde hinstreichen, und der Punkt p auf der Mensel, wird lothrecht über dem Punkte h auf dem Felde zu liegen kommen.

11) Aus diesem Punkte p ziehe man die Visirungslinien p 7, p 8, p 9, p 10, p 11, p 12, nach den Stäben A, B, C, D, E, F, hin.

12) Nun trage man das Maas der Stazionslinie g h, auf die Linie g x, von p aus, nach g hin, oder wenn die Linie g x nicht so lang ist, daß das Maas der Stazionslinie, von p aus nach g hin, darauf getragen werden könnte: so verlängere man die Linie x g über g hinaus, so daß dies Maas, von p aus, über g hin, darauf getragen werden könne: so findet man den Punkt z, welcher den ersten Grenzpunkt der Stazionslinie auf der Mensel, von p aus, bestimmet.

13) Aus diesem Punkt z ziehe man ferner die Linie z a mit g 1 parallel; z b mit g 2 parallel; z c mit g 3 parallel; z d mit g 4 parallel; z e mit g 5 parallel; z f mit g 6 parallel.

14) Man ziehe endlich die Linien a b, b c, c d, d e, e f, und f a, so wird die Figur a b c d e f, der großen A B C D E F, auf dem Felde, ähnlich sein.

§. 46.

Diese Auflösung bedarf keines besondern Beweises. Denn sie ist von der ersten bloß dadurch unterschieden: 1) Daß die Stazionslinie g h, auf dem Felde unmittelbar gemessen, und nach dem verjüngten Maasstab auf die Mensel gebracht ist, welches in der ersten Auflösung nicht geschahe.

2) Daß hier die Stazionslinie aus dem Punkte p, linker Hand hin, über g, auf die Linie x g, aufgetragen

gen wurde, da in der ersten Auflösung die Stazionslinie von dem Punkt g aus, rechter Hand hin, über h weg, auf die Linie g x aufgetragen wurde.

Daß diese Abänderungen aber in der Hauptsache keinen Unterschied machen, wird ein jeder von selbst einsehen.

Was den ersten Punkt anbetrift, nämlich das unmittelbare Messen der Stazionslinie, so halte ich dafür, daß dieses Verfahren etwas bequemer, oder wenigstens leichter zu übersehen sei, als das erste.

In Ansehung des zweiten Punkts, so hat diese leztere Anweisung den Vortheil, daß man auf mehr als auf eine Art die Stazionslinie auftragen lernet, nämlich entweder von der Linken zur Rechten hin, oder von der Rechten zur Linken hin, nachdem man die Figur auf der Mensel, entweder weiter rechts, oder weiter links, aufgezeichnet haben will. Welche von beiden Arten man wählen solle, dies kann man auf folgende Weise bestimmen.

Wenn man die Stazionslinie, nach dem verjüngten Maasstabe, in den Zirkel faßt, und sie mit der willkürlich auf der Mensel angenommenen Stazionslinie g p vergleicht: so zeigt sichs, ob die Linie g p verkürzt oder verlängert werden müsse. In Figur 16 ist sie verlängert worden. Fände man nun, daß die Linie g p verlängert werden müßte, und der Punkt g etwa zu weit rechter Hand hin auf die Mensel gekommen wäre: so müßte man, in diesem Falle, das Maas der Stazionslinie von g aus nach p hin, auf die Linie g x tragen. Sollte aber der Punkt g zu weit linker

Hand hin auf die Mensel gekommen sein, und die Linie g p müßte verlängert werden: so könnte man die abgemessene Stazionslinie von g aus, über den Punkt p, auf die Linie g x tragen. Sollte aber g p verkürzt werden, so würde man, in diesem lezten Falle, von p aus, das gefundene Maas nach g hin auftragen müssen, u. s. w.

Auf die Art wird die Figur, a b c d e f, allezeit desto besser in die Mitte auf der Mensel zu stehen kommen, und die Ungemächlichkeit desto leichter vermieden werden können, daß die Mensel die Figur nicht ganz fassen kann, welches zuweilen zu geschehen pflegt, weil man die Figur entweder nicht recht in die Mitte der Mensel gebracht, oder auch einen zu großen Maasstab angenommen hatte.

§. 47.

Nach beiden Auflösungen findet man die Figur a b c d e f dadurch, daß man Parallellinien mit den Visirungslinien ziehet, die entweder aus h, welcher Punkt in der leztern Auflösung mit p zusammen fällt, oder aus g, nach allen Winkeln der Figur A B C D E F, hingezogen sind. Weil es aber etwas beschwerlich ist, Parallellinien auf der Mensel zu ziehen, besonders wenn man gleich auf dem Felde, die Figur A B C D E F auf die Mensel bringen will, indem man sich sorgfältig hüten muß, sich nicht mit der Hand, oder mit dem Arme, während der Arbeit, auf den Meßtisch aufzulehnen, weil er sonst Gewalt leiden würde: so will ich

in

in einer vierten Auflösung noch zeigen, wie man der Parallellinien gänzlich überhoben sein könne.

§. 48.

Vierte Auflösung der dritten Aufgabe.

Fig. 16.

g h sei hier die Stazionslinie auf dem Felde.

1) Messe man diese Stazionslinie, oder noch besser, man stecke sie gleich nach einer bestimmten Anzahl von Ruthen ab, und merke sich ihr Maas.

2) Nun bringe man die Mensel über g, und gebe ihr die gehörige Stellung.

3) Man suche den Punkt g auf der Mensel, der lothrecht über g auf der Erde liegt, lege das Diopterlineal daran, visire nach dem Stabe h hin, und ziehe darnach die Linie g x auf der Mensel, und mit ihr parallel, durch den Mittelpunkt der Mensel, die Linie u v.

4) Man lege abermals das Diopterlineal an den Punkt g, visire von da nach A, B, C, D, E, F hin, und ziehe darnach die Linien g 1, g 2, g 3, g 4, g 5, g 6.

5) Aus dem Mittelpunkt i lasse man, auf die Linie g x, einen Perpendikel i k fallen.

6) Man trage das Maas der Stazionslinie g h, nach dem verjüngten Maasstabe auf die Linie g x, von g aus nach x hin: so findet man den Punkt h, welcher mit dem Punkt g die Stazionslinie auf der Mensel bestimmt.

7) Man messe die Linie k h mit einem Zollstabe, trage sie auf die Stazionslinie im Felde von h nach g hin, so findet man den Punkt m auf dem Felde. Diesen bemerke man mit einem Zählpflocke.

8) Messe man auch die Linie i k auf der Mensel mit dem Zollstabe, und errichte, nach eben diesem Maaße, auf dem Punkt m, im Felde einen kleinen Perpendikel m l, und setze in l einen Stab.

9) Man suche den Punkt i auf der Erde, lothrecht unter i auf der Mensel. Man nehme darauf die Mensel weg, und setze sowohl in i, als auch in g, einen Stab senkrecht.

10) Man bringe die Mensel mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über l, stelle sie horizontal, schraube die Nuß fest, richte nun die Linie u v nach den Stab i hin, und schraube in dieser Richtung nun das Tischblatt fest: so wird auch x g in die Stazionslinie einpassen, und h auf der Mensel wird just lothrecht über h auf der Erde zu liegen kommen.

11) Nun lege man das Diopterlineal an h, visire von h aus nach A, B, C, D, E, F hin, und ziehe darnach die Visirungslinien h 7, h 8, h 9, h 10, h 11, h 12: so findet man, wo diese Linien, die in der ersten Stazion, von g aus, nach allen Ecken der Figur hingezogenen Visirungslinien durchschneiden, die Punkte a, b, c, d, e, f, welche die Figur A B C D E F, im Kleinen richtig abbilden.

§. 49.

Der Punkt l auf dem Felde hat in dieser Auflösung just eine solche Lage gegen den Punkt h auf dem Felde bekommen, daß, wenn man die Mensel mit ihrem Mittelpunkt über den Punkt l auf dem Felde bringt, und die Linie v u nach dem Stab i hinrichtet, auch h auf der Mensel, und h auf der Erde in einen Punkt zusammenfallen müssen. Daher hat man hier die Parallellinien nicht nöthig, welche die vorigen Auflösungen etwas erschwerten.

Daß aber, wenn man die Mensel horizontal mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über l bringt, und die Linie v u nach dem Stab i hinrichtet, der Punkt h auf der Mensel, und der Punkt h auf der Erde, in einer senkrechten Linie über einander zu liegen kommen müssen, beweise ich also:

h m auf dem Felde ist = h k auf der Mensel, nach N. 7.

m l auf dem Felde ist = k i auf der Mensel, nach N. 8.

Der Winkel l m h auf dem Felde ist = i k h auf der Mensel; denn es sind beide rechte Winkel, nach N. 5. und N. 8.

Folglich muß auch l h auf dem Felde = i h auf der Mensel, und der ganze Triangel h l m auf dem Felde, dem Triangel h i k auf der Mensel, gleich sein.

Wenn nun die Mensel in der zweiten Stazion so gestellet wird, daß der Punkt i auf der Mensel, über l auf dem Felde, lothrecht zu liegen kommt, und die Mensel hier, mit ihrer ersten Stellung in parallele Richtung gebracht wird, nach N. 10: so müssen die beiden gleichen Triangel h l m und h i k sich nothwendig einander decken, und also auch h auf der Mensel auf h im Felde passen.

Weiter werde ich hier nichts nöthig haben zu beweisen, um die Richtigkeit meines gezeigten Verfahrens darzuthun.

Auch bei dieser dritten Aufgabe ließe sich eine fünfte, sehr leichte Auflösung hinzufügen, wenn man nämlich die bei der dritten Auflösung der ersten Aufgabe gezeigten Vortheile, die Mensel in der zweiten Stazion zu stellen, auf den gegenwärtigen Fall anwendete. Oder noch bequemer, wenn man das, bei der 5ten Auflösung der ersten Aufgabe, §. 25. Fig. 13. gelehrte Verfahren, auch bei dieser Aufgabe, Fig. 16 anbrächte. Alsdann würde man die Richtungslinie u v, in der ersten Stazion, nicht mit g x parallel ziehen dürfen, sondern nach dem Stabe h zu. Man brauchte auch den Punkt l nicht zu suchen, weil die Mensel alsdann, in der andern Stazion, mit ihrem Mittelpunkte, über dem Punkt h zu stehen kommen würde. Doch da man dieses, bei aufmerksamer Vergleichung, leicht von selbst finden wird, so will ich das dazu erforderliche Verfahren hier nicht umständlich beschreiben, zumal da es noch eine besondere Kupfertafel erfor-

erfordern würde. Wir gehen also zu einer andern Aufgabe über, und zwar zu derjenigen, welche bisher den Feldmessern das meiste zu schaffen gemacht hat.

§. 50.

Vierte Aufgabe. Fig. 17.

Einen Platz, A B C D E, mit der Mensel aufzunehmen, den man ganz umgehen kann.

1) Man messe die Linie A B, und merke sich ihr Maas.
2) Man bringe die Mensel über den Punkt A, in horizontale Richtung, und suche auf derselben den Punkt a, der lothrecht über A liegt.
3) An diesen Punkt a lege man das Diopterlineal, visire nach dem Punkt B, ziehe die Linie a m, und nachgehends, mit ihr parallel, die Linie 1, 1, durch den Mittelpunkt der Mensel.
4) Man trage das gefundene Maas von A B, auf die Linie a m, von a aus nach m hin: so findet man den Punkt b.
5) Man visire auch, aus dem Punkte a nach dem Stabe E hin, und ziehe darnach die Linie a l.
6) Nun lasse man aus dem Mittelpunkt der Mensel einen Perpendikel f x, auf die Linie a m fallen.
7) Man messe b x, ingleichen x f, nach Dezimalzollen, oder auch gemeinen Zollen, nur nicht nach dem verjüngten Maasstabe, und merke sich das Maas von beiden Linien.

8) Man

8) Man lege das Diopterlineal wieder an a m, visire nach B, und lasse durch einen Gehülfen den Stab h einsetzen, so, daß er in diese Visirungslinie passet, und einige Schritte von B entfernt zu stehen komme *).

9) Darauf setze man in y einen Stab ein, so daß er um eben so viele Zolle von b entfernt stehe, als x von b auf der Mensel entfernt ist, und die Stäbe B und h decke.

10) In y errichte man einen Perpendikel y g = x f, und bemerke auch den Punkt g mit einem Stabe.

11) Man messe die Linie B C, und merke sich ihr Maas.

12) Nun nehme man die Mensel weg, setze in f und A einen Stab. f bedeutet hier den Punkt auf der Erde, der lothrecht unter dem Mittelpunkte der Mensel in der ersten Stazion zu suchen ist.

13) Man bringe darauf den Meßtisch mit seinem Mittelpunkte lothrecht über g, gebe ihm eine horizontale Richtung, und wende nachgehends das Tischblatt so, daß 1, 1, nach dem Stabe f hingerichtet ist: so wird auch die Linie m a, nach dem Stabe

*) Man kann auch den Stab h einsetzen, so, daß er B und A decke, ohne daß an a m das Diopterlineal angelegt, und nach B hinvisiret wird, wenn nur in A ein senkrechter Stab stehet. Durch das Diopterlineal, welches an a m angelegt ist, kann man aber am sichersten bemerken, ob der Stab h richtig eingesezt sei. Denn er muß, wenn man von a aus visiret, durch den Stab B gedecket werden.

Stabe A hingerichtet sein, oder auf BA im Felde hinstreichen, und der Punkt b auf der Mensel wird lothrecht über B zu liegen kommen.

14) Man lege das Diopterlineal an den Punkt b auf der Mensel, visire nach dem Stab C hin, und ziehe darnach die Linie b n, und mit ihr parallel 2, 2, durch den Mittelpunkt der Mensel.

15) Auf die Linie b n trage man nun das gemerkte Maas von BC, von b aus nach n hin: so findet man den Punkt c.

16) Man lege das Diopterlineal an die Linie 2, 2, und lasse, durch einen Gehülfen, in i einen Stab einsetzen, so, daß er in die Visirungslinie 2, 2, einpasset, und zugleich in die Linie CD *).

17) Man messe die Linie C D, und merke sich ihr Maas.

18) Nun nehme man die Mensel weg, und setze in g und in B einen Stab.

19. Man bringe die Mensel mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über i, richte sie horizontal, und wende

*) Um den Punkt i ausfindig zu machen, verlängere man die Linie D C durch den Stab p. Wenn nun der Gehülfe von C aus, sich langsam rückwärts nach D hin bewegt, und den in i einzusetzenden Stab immer senkrecht vor sich hält, daß er C und p decke; so wird er immer in der Linie C D bleiben, und durch das Diopterlineal, welches in der Stazion B, an 2, 2, liegt, wird man sehen können, wenn er mit dem einzusetzenden Stabe in die Visirungslinie 2 g 2 kommt. Alsdann ruft man ihm zu, daß er stehen bleibe, und seinen Stab einsetze. Auf die Art wird es nicht schwer fallen, den Punkt i zu finden.

de das Tischblatt so, daß die Linie 2, 2, nach dem Stab g hinweiset: so wird auch die Linie n b in die Linie C B eintreten.

20) Man lege das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel, visire nach D, und ziehe darnach die Linie 3, 3, und mit ihr parallel c o.

21) Auf die Linie c o trage man nun das gemerkte Maas von C D, von c aus nach o hin: so findet man den Punkt d.

22) Nun nehme man die Mensel weg, setze in C den Stab wieder ein, und bringe endlich die Mensel mit ihrem Mittelpunkte, lothrecht über D, richte sie horizontal, und wende das Tischblatt so, daß die Linie 3, 3, nach dem Stabe C hinweiset.

23) Man visire ferner, aus dem Mittelpunkt der Mensel, nach E hin, und ziehe darnach die Linie 4, 4.

24) Zulezt ziehe man d e mit 4, 4, parallel: so werden die Punkte a, b, c, d, e, die auf dem Felde abgesteckte Figur A, B, C, D, E, nach dem verjüngten Maasstabe richtig abbilden.

§. 51.

Dies ist, wie schon gesagt, die Aufgabe, die bisher beim Gebrauche der Mensel die mehresten Beschwerden verursacht, und die wenigste Richtigkeit verschaft hat. Denn ich kann mich hier dreist auf jedes eigene Erfahrung berufen, der je diese Aufgabe, nach der gewöhnlichen Art die Mensel zu richten, versucht hat, ob wohl irgend einmal die aufzunehmende Figur

zulezt

zulezt auf der Mensel sich geschlossen habe? Nach meiner Anweisung aber wird sie gerade diejenige, die mit der größten Leichtigkeit zu machen ist, und allezeit muß die Figur sich schließen.

Sonst häufte man hier Fehler auf Fehler, weil hier die Mensel immer von einem Stazionspunkt zum andern, nach allen Ecken der Figur herumgetragen werden mußte, und man sie in keiner Stazion richtig stellen konnte. Nach meiner Angabe aber ist das Verfahren dabei so simpel als möglich, und alle Schwierigkeiten, die man sonst bei der Richtung der Mensel in mehrern Stazionen vorfand, verschwinden hier. Die Erfahrung wird einen jeden, der es selbst versuchen will, auf eine angenehme Art davon überzeugen.

§. 52.

Uebrigens bedarf die Richtigkeit meines gezeigten Verfahrens hier keines besondern Beweises, weil meine Auflösung, von der bekannten, im Wesentlichen nicht abweicht. Denn auch hier werden, wie gewöhnlich, alle Seiten gemessen, nach dem verjüngten Maasstabe auf die Mensel gebracht, und nach ihren Winkeln in gehöriger Ordnung zusammengesezt, so daß dadurch die Figur auf der Mensel nothwendig der großen Figur auf dem Felde ähnlich werden muß, vermöge der beobachteten Gleichheit aller gleichnamigen Winkel, und der beibehaltenen Proporzionen der Seiten.

Die Abänderungen aber, in Ansehung der Richtung der Mensel, die ich dabei angebracht habe, sind in dem Vorhergehenden schon vorgekommen, und

bedür-

bedürfen also hier nicht aufs neue gerechtfertiget zu werden.

Obgleich die gezeigte Auflösung gar keinen Schwierigkeiten unterworfen ist, so füge ich doch noch eine andere von eben dieser Aufgabe bei, die vielleicht noch mehrern Beifall finden wird.

§. 53.

Zweite Auflösung der vierten Aufgabe.

Fig. 18.

1) Man messe die Linie A B, und merke sich ihr Maas.

2) Man bringe die Mensel über dem Punkt A, in horizontale Richtung, und suche auf derselben den Punkt a, der lothrecht über A liegt.

3) An diesen Punkt a lege man das Diopterlineal, visire nach B hin, und ziehe die Linie a m.

4) Auf diese Linie a m trage man das gefundene Maas von A B, von a aus nach m hin: so findet man den Punkt b.

5) Man visire auch aus a, nach E hin, und ziehe die Linie a l.

6) Man ziehe durch den Mittelpunkt der Mensel, mit a m parallel, die Linie 1, 1.

7) Man lasse, durch einen Gehülfen, in den Punkt g, einen Stab einsetzen, der in die Visirungslinie 1, 1, einpasset, und zugleich in die Linie B C. Wie dieses zu machen sei, sehe man §. 5, 6, 7. Fig. 8.

8) Nun

8) Nun nehme man die Mensel von A weg, und bemerke f und A mit einem Stabe.

9) Man messe B C, und merke sich ihr Maas.

10) Man bringe die Mensel mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über g, stelle sie horizontal, und wende das Tischblatt so, daß die Linie 1, 1, nach dem Stabe f, hinweiset.

11) Man lege das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel, visire nach C hin, und ziehe darnach die Linie 2, 2, desgleichen mit ihr parallel die Linie b n.

12) Auf die Linie b n trage man das gemerkte Maas von B C, von b aus nach n hin: so findet man den Punkt c.

13) Man nehme darauf die Mensel weg, setze in B den Stab wieder ein, messe die Linie C D im Felde, und merke sich ihr Maas.

14) Darauf bringe man die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, lothrecht über C, richte sie horizontal, wende das Tischblatt so, daß die Linie 2, 2, nach dem Stabe B gerichtet stehe.

15) Nun lege man das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel, und visire nach D, ziehe darnach die Linie 3, 3, und mit ihr parallel die Linie c o.

16) Auf diese Linie c o trage man das gemerkte Maas von C D, von c aus nach o hin: so findet man den Punkt d.

17) Nun nehme man die Mensel von C weg, bringe sie lothrecht mit ihrem Mittelpunkte über D, in horizontaler Richtung, und wende das Tischblatt so, daß die Linie 3, 3, auf den Stab C weise.

18) Man lege das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel, und visire nach E hin, ziehe darnach die Linie 4, 4, und mit ihr parallel die Linie d e: so wird die Figur a b c d e, der Figur A B C D E ähnlich sein.

§. 54.

Diese Auflösung unterscheidet sich von der vorhergehenden hauptsächlich dadurch, daß man hier in der Stazion bei A nicht nöthig hat, einen Perpendikel, f x, (siehe Fig. 17.) von dem Mittelpunkte der Mensel, auf die Linie a m zu fällen, die Linien b x und x f zu messen, die Stäbe h und y einsetzen zu lassen, b y nach b x abzumessen, und in y wieder einen Perpendikel y g, nach dem Maaße von x f, zu errichten. Alles dieses fällt hier weg. Dagegen wird der Punkt g auf die Art bestimmet, daß man einen Stab in die Visirungslinie, 1 f 1, und zugleich in die Linie B C einpasset. Denn wo diese sich schneiden, da muß man den Punkt g finden. Dies leztere Verfahren ist also noch vortheilhafter und leichter, als das erstere. Uebrigens hoffe ich, wird man hier von der Richtigkeit des gezeigten Verfahrens keine weitere Beweise verlangen, da alle Grundsätze dazu, in den vorhergehenden Aufgaben, schon vorgekommen sind.

§. 55.

Das Neue in beiden Auflösungen bestehet hier wieder bloß in der vortheilhaften Art, die parallele Richtung der Mensel herauszubringen, und dieser Vortheil ist darin zu suchen, daß ich die Mensel aus ihrem Mittelpunkte richte, durch Hülfe der Linien 1, 1; 2, 2; 3, 3; 4, 4; da man sonst die parallele Richtung durch die auf der Mensel verzeichneten Seiten der Figur, auf eine wunderliche Art, herauszubringen suchte, die niemals durch den Mittelpunkt laufen. Nach meiner Anweisung aber, da immer die Mensel aus ihrem Mittelpunkte gerichtet wird, kommt die Mensel sehr leicht in die gehörige Lage, sobald ich das Tischblatt so wende, daß die darauf gezeichnete Richtungslinie nach dem Punkt hinweiset, über welchem vorher die Mensel mit ihrem Mittelpunkte gestanden hatte. Alsdann passen auch jederzeit die Seiten der Figur auf der Mensel, in die Seiten der Figur auf dem Felde ein, wie wir bei jeder Aufgabe gezeiget habe.

§. 56.

Nun erfolgt die leichteste, und zugleich die vortheilhafteste unter allen Auflösungen dieser Aufgabe, nämlich eine solche, bei welcher man nur eine von allen den Seiten der aufzunehmenden Figur zu messen hat, ja nach welcher man allenfalls die ganze Figur, nach ihrem Umfange, richtig auf die Mensel bringen kann, ohne irgend eine Linie dabei zu messen.

§. 57.

Dritte Auflösung der vierten Aufgabe.

Fig. 19.

A B C D E sei hier das aufzunehmende Feld.

1) Man messe die Linie A B, und merke sich ihr Maas.

2) Man bringe die Mensel über A, so, daß dieser Punkt, wenn man ihn lothrecht auf der Mensel sucht, unterwärts, rechter Hand auf derselben zu liegen komme, und richte sie horizontal.

3) Nun suche man diesen Punkt a auf der Mensel, lege an ihn das Diopterlineal, und ziehe die Visirungslinie a z, a y, a x, a β.

4) Auf die lezte trage man, von a aus, das gefundene Maas von A B: so findet man den Punkt b.

5) Man ziehe die Richtungslinie 1, 1, durch den Mittelpunkt der Mensel o, nach dem Stab B hin.

6) Man suche den Punkt o auf der Erde, nehme die Mensel weg, und setze in o einen Stab.

7) Nun bringe man die Mensel mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über B, richte sie horizontal, und wende das Tischblatt so, daß die Richtungslinie 1, 1, nach dem Stab o hinweiset.

8) Man lege das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel, ziehe die Richtungslinie 2, 2, nach dem Stabe C hin, und mit ihr parallel b γ.

9) Man

9) Man nehme die Mensel weg, und bringe sie, nachdem man den Stab in B wieder eingesezt hat, mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über C, richte sie horizontal, und wende die Linie 2, 2, nach dem Stab B hin.

10) Man ziehe durch den Mittelpunkt der Mensel die Linie 3, 3, nach dem Stabe D hin, und mit ihr parallel c δ, aus dem Punkte, wo die Linien b γ und a x sich einander schneiden.

11) Man nehme die Mensel weg, seze in C den Stab wieder ein, und bringe den Meßtisch mit seinem Mittelpunkte lothrecht über D, richte ihn horizontal, und wende die Linie 3, 3, nach C hin.

12) Man ziehe endlich die Visirungslinie 4, 4, durch den Mittelpunkt der Mensel, nach E hin, und mit ihr parallel die Linie d e, aus dem Punkte, wo c δ und a y sich einander schneiden: so wird man die Figur a b c d e auf der Mensel haben, welche der großen A B C D E, vollkommen ähnlich ist, und zwar nach eben dem Maaße, nach welchem man A B auf die Mensel gebracht hat.

§. 58.

Hätte man aber etwa schon die Linie a b auf einem andern Risse, so trage man sie von diesem auf a β, verfahre übrigens wie vorhin: so wird man die ganze Figur, nach eben dem Maasstabe, nach welchem dieser Riß aufgenommen ist, aufs Papier bekommen.

Ist es bloß um die Aehnlichkeit der Figur zu thun, ohne ein gewisses Maas derselben vorher festgesezt zu haben: so kann man den Punkt b in der ersten Stazion willkürlich auf aβ bestimmen, und übrigens verfahren, wie gezeiget worden. Die kleine Figur, a b c d e, wird allezeit der großen ähnlich werden, ohne daß man irgend eine Linie dabei gemessen hat.

Die Parallellinien, bγ, cδ, de, kann man auch füglich zu Hause erst auftragen, wenn dieses im Felde zu beschwerlich sein sollte.

§. 59.

Das Neue und Vortheilhafte dieses leztgezeigten Verfahrens wird jedem von selbst in die Augen leuchten. Viele Linien mit der Meßkette zu messen, zumal auf ungleichem Boden, ist allemal eine höchst beschwerliche Sache, und je mehr man zu messen hat, desto mehr Fehler können in der Messung vorfallen; desto unsicherer wird der aufzunehmende Plan werden: je weniger man aber mit der Meßkette dabei zu messen hat, desto sicherer und richtiger, wie ich schon §. 33. bemerkt habe.

Sowohl nach der gewöhnlichen bekannten Anweisung, ein Feld nach seinem Umfange mit der Mensel aufzunehmen, als auch, wenn man sich der Zollmannischen Scheibe dazu bedienet, muß man jede Seite desselben mit der Meßkette messen, und nach dem verjüngten Maasstabe auf den Riß bringen. Welch eine mühsame, langwierige Arbeit, wenn man

ein

ein großes Feld vor sich hat! Wie leicht kann bey jeder zu messenden Linie um etwas gefehlet werden, sowohl im Messen selbst, als auch im Auftragen der Linien nach dem verjüngten Maasstabe! Und oft ist auch hierin mit ein Grund zu suchen, warum die Figur nicht schließen will, wenn man, nach der gewöhnlichen Art, einen Platz, nach seinem Umfange, mit der Mensel aufzunehmen sucht.

Die gezeigten Handgriffe, um das mühsame Messen aller Seiten der Figur in dieser Aufgabe ersparen zu können, sind jedoch nur da anwendbar, wo man ein freies, übersehbares Feld vor sich hat; nicht bei einem Platze, der mit Waldung, Bergen oder Gebäuden in der Mitte ausgefüllet ist. Die hier gezeigten Vortheile aber, in Ansehung der Richtung der Mensel, lassen sich auch in dem lezten Falle benutzen. Und auch diese sind von Wichtigkeit. Denn dabei fallen auch die kleinen Beschwerlichkeiten weg, welche in der ersten und andern Auflösung das Suchen des Punkts verursachte, wo die Mensel in der zweiten Stazion sollte zu stehen kommen. Den Beweis von dieser dritten Auflösung glaube ich hier ersparen zu können. Die nöthigsten Grundsätze dazu sind in dem Vorhergehenden schon vorgekommen. Die Anwendung derselben auf den gegenwärtigen Fall will ich den eigenen Einsichten meiner Leser überlassen.

§. 60.

Fünfte Aufgabe. Fig. 19.

Eine Gegend, die man ganz umgehen kann, so aufzunehmen, daß man nicht nur ihren Umfang, sondern auch mehrere, in der Mitte derselben gelegene Objekte zugleich mit auf die Mensel bekommt.

A B C D E sei hier der Umfang des aufzunehmenden Feldes; F ein Objekt, das innerhalb desselben zu sehen ist, und auf dem Risse mit angebracht werden soll.

Man verfahre hier, wie in der vorhergehenden dritten Auflösung der vierten Aufgabe; nur daß man

1) in der Stazion bei A, die Visirungslinie a ζ nach F hinziehet;
2) Daß man in der zweiten Stazion aus o, dem Mittelpunkte der Mensel, die Linie o μ, gleichfalls nach F hinziehet; und
3) b η mit o μ parallel: so wird der Punkt f, wo b η und a ζ sich einander schneiden, eben die Lage gegen a b c d e bekommen, als F im Felde gegen A B C D E hat.

§. 61.

Der Beweis ist in der Aehnlichkeit des Triangels b f a mit B F A zu suchen.

Der Winkel f a b ist = F A B, oder vielmehr eben derselbige.

Der

Der Winkel f b a ist = F B A, weil a b mit A B, und b f mit B F parallel läuft.

Folglich muß auch der Winkel b f a = B F A sein.

Weil nun auch der Triangel b f a, nach eben dem Maasstabe gezeichnet ist, als die ganze Figur a b c d e, so muß auch der Punkt f, zu a b, und folglich auch zu allen übrigen Theilen der Figur a b c d e, eben die Lage haben, die F gegen A B und alle übrigen Theile der Figur A B C D E hat.

Ich habe nur ein Objekt mitten in dem Felde angenommen, um die Figur nicht gar zu kraus zu machen. Aber man wird hoffentlich schon von selbst aus der gegebenen Anweisung sehen, wie man zu verfahren habe, wenn mehrere Objekte innerhalb des Platzes angebracht werden sollten.

§. 62.

In dieser Aufgabe, so wie auch in der dritten Auflösung der vorhergehenden Aufgabe, wird vorausgesezt, daß man aus einem der Poligonwinkel nach allen übrigen Ecken der Figur frei hinsehen könne. Gesezt aber, man hätte ein solches Feld vor sich, das in der Mitte mit Anhöhen, Waldung oder Gebäuden besezt wäre, so, daß man nicht aus einem gewissen Poligonwinkel nach allen übrigen frei hinsehen könnte: so ist es auch schon genug, wenn man nur innerhalb des Platzes ein gewisses Objekt, einen Baum, einen Thurm, oder sonst eine Spitze, aus allen Poligonwinkeln sehen kann, um dasselbe so, nach seinem Umfange, aufzu-

nehmen, daß man die Seiten des Feldes nicht dabei zu messen nöthig hat.

Sollte von Natur ein solches Objekt in der Mitte des Platzes nicht vorhanden sein, so muß man es durch Kunst anzubringen suchen, indem man eine große Stange oder Fahne so innerhalb des Platzes aufstellet, daß sie von allen Ecken der Figur her gesehen werden kann. Wie man aber alsdann zu verfahren habe, das will ich jezt deutlich zu machen suchen.

§. 63.

Sechste Aufgabe. Fig. 35.

Ein geradlinigtes Feld, ohne die Seiten desselben zu messen, nach seinem Umfange aufzunehmen, wenn man auch nicht aus einem gewissen Poligonwinkel desselben, nach allen übrigen frei hinsehen kann.

A B C D E sei hier das aufzunehmende Feld.

1) Man merke sich in der Mitte ein gewisses Objekt, das man aus allen Poligonwinkeln sehen kann, eine Thurmspitze, einen Baum, oder dergleichen. Findet man nicht von Natur ein solches bequem liegendes Objekt, so errichte man, wie schon erinnert worden, eine hohe Stange oder Fahne, in der Mitte des aufzunehmenden Feldes, auf einem erhabenen Orte. Dies Objekt wollen wir F nennen.

2) Nun bringe man die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, lothrecht über A, lege an den Mittelpunkt

punkt der Mensel das Diopterlineal, visire nach E hin, und ziehe darnach die Linie g g. Man visire nach F hin, und ziehe darnach die Linie 1, 1. Man visire auch nach B hin, und ziehe die Linie h h.

3) Man bringe die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, lothrecht über B, wende das Tischblatt so, daß die Richtungslinie h h, nach A hinweiset, visire nach F und C hin, und ziehe darnach die Linien 2, 2, und i, i. (Es verstehet sich von selbst, daß hier, so wie auch in allen übrigen Stazionen, nicht anders, als aus dem Mittelpunkte der Mensel visiret werden müsse.)

4) Man bringe die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, über C, wende die Linie i i nach B hin, und ziehe die Visirungslinien 3, 3, und k k.

5) Endlich bringe man die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, über D, wende die Linie k k, nach C hin, und ziehe die Linien 4, 4, und l l.

6) Nun wähle man sich auf der Linie 1, 1, den Punkt a, ziehe aus ihm mit h h eine Parallellinie a b, bis zur Linie 2, 2. Mit 2, 2, ziehe man eine Parallellinie b c, bis zur Linie 3, 3; mit k k, eine Parallellinie c d, bis zur Linie 4, 4; mit l l, eine Parallellinie d x; mit g g, eine Parallellinie a y: so ergiebt sich der Punkt e, und die kleine Figur a b c d e, wird der großen Figur A B C D E ähnlich sein.

§. 64.

§. 64.

Der Triangel a f b ist ähnlich dem Triangel A F B, weil der Winkel a f b = dem Winkel A F B ist, und a b mit h h parallel läuft.

Eben so läßt sich auch erweisen, daß die Triangel b f c, c f d, d f e, und e f a, den Triangeln B F C, C F D, D F E, und E F A ähnlich gemacht sind. Und hieraus wird die Aehnlichkeit der kleinen Figur, a b c d e, mit der großen, A B C D E, begreiflich.

Die Zeichnungen der Parallellinien a b, b c, c d, u. s. w. kann man zu Hause verrichten.

Will man die Figur, a b c d e, nach einem gewissen Maasstab aufgezeichnet haben, so ist auch dieses auf mancherlei Weise zu bewerkstelligen.

Man messe nur eine Linie in der Figur A B C D E F, welche man will, oder welche man am bequemsten dazu findet, und trage das Maas derselben, nach dem verjüngten Maasstabe, auf diejenige Linie in der Figur a b c d e f, welche die gemessene Linie vorstellet: so kann man sehen, um wie viel die Figur auf der Mensel vergrößert oder verkleinert werden müsse, wenn sie nach dem angenommenen Maasstabe aufgezeichnet werden soll. Die Vergrößerung oder Verkleinerung kann man leicht auf sehr verschiedene Art herausbringen. Ich will nur zwei davon anführen.

Man messe z. B. die Linie A B, in Fig. 35, mit der Meßkette. Man nehme dies Maas, nach dem

dem verjüngten Maasstabe, in den Zirkel, und trage es, von a aus, in Fig. 36, auf die Linie a b, wo a b c d e, den Grundriß des Feldes vorstellet, welches, in Fig. 35, mit A B C D E bezeichnet war. Das aufgetragene Maas soll hier a i sein. Man siehet also, daß a i über a b wegraget, und folglich die Figur a b c d e auf der Mensel vergrößert werden müsse. Man ziehe also aus a die Diagonalen, a f, a g, und nun i f parallel mit b c; f g parallel mit c d; g h parallel mit d e: so ist die verlangte Vergrößerung geschehen.

Oder man messe die Linie F A im Felde, nach Fig. 35, nehme das gefundene Maas, nach dem verjüngten Maasstabe, in den Zirkel, und trage es, in Fig. 37, von f nach a zu, so findet man den Punkt g. Nun ziehe man g h parallel mit a b; h i parallel mit b c; i k parallel mit c d; k l mit e d, und l g mit e a: so wird die verkleinerte Figur, g h i k l, eben so gut dem Felde, A B C D E, Fig. 35, ähnlich sein, als a b c d e, in Fig. 37.

§. 65.

In dieser Auflösung findet man also wieder eine ganz andere Art, die Mensel zu richten, als in allen vorhergehenden. Wir haben hier zwar den Fall angenommen, daß man kein offenes Feld vor sich habe, wo man aus einem Poligonwinkel alle übrigen übersehen kann. Allein eben dies Verfahren kann man, auch bei einem freien Felde, mit Vortheil anwenden, wenn man nämlich in der Mitte des aufzunehmenden Platzes

einen

einen Stab einstecket, nach welchem, aus allen Poligonwinkeln, die Visirungslinien 1, 1; 2, 2; 3, 3; u. s. w. über die Mensel gezogen werden können.

Es braucht dieser Punkt, wo der Stab F, (Figur 35.) eingesezt wird, just nicht genau der Mittelpunkt des aufzunehmenden Platzes zu sein. Aber dennoch hat man Ursach, so viel als möglich, die eigentliche Mitte des Platzes zum Einsetzen des Stabes F, aufzusuchen. Denn je genauer hier die Mitte getroffen ist, desto besser wird die Figur auf die Mensel passen, weil der Punkt, wo der Stab F im Felde stehet, der Mittelpunkt der Mensel wird.

§. 66.

Die vielen Linien, die sich bei dieser Aufgabe in dem Mittelpunkte der Mensel durchkreuzen, geben diesem Verfahren ein etwas schweres Ansehen. In der That aber macht dies kein Hinderniß. Denn auf einer großen Mensel machen diese sich durchkreuzenden Linien bei weitem so viele Umstände nicht, als in der kleinen Zeichnung auf der Kupfertafel.

Es ist auch ein großes Hülfsmittel, um die Linien aus einander zu finden, wenn man, wie ich gethan habe, die Linien, welche nach dem Objekt F hingezogen sind, und die Ecken der Figur bestimmen sollten, mit Zahlen bezeichnet, die übrigen aber, welche die Seiten ausdrücken, mit Buchstaben.

Wenn man befürchtet, daß die vielen Linien das Zentrum unsicher machen würden: so kann man um dasselbe einen kleinen Zirkel beschreiben, und diesen kleinen

nen Zirkel frei lassen, oder auch nur die mit Zahlen bezeichneten Linien durch diesen Zirkel durchziehen, die andern aber nicht: so wird man auch die Linien desto leichter unterscheiden können. Man sehe Fig. 38.

§. 67.

Selbst die schwereste Aufgabe mit der Mensel, nämlich ein Feld nach seinem Umfange aufzunehmen, wird also, nach meiner Anweisung die Mensel zu gebrauchen, sehr leicht, bequem und sicher, und die Beschwerlichkeiten, die das widersinnige Richten der Mensel dabei verursachte, womit man sich nun beinahe 200 Jahre hindurch gequälet hat, fallen gänzlich weg. Diese haben, wie schon bemerkt worden, zur Erfindung der Zollmannischen Scheibe Anlaß gegeben, weil bei derselben alle diese Schwierigkeiten in der Richtung des Instruments nicht statt finden. Kann man nun aber mit der Mensel eben diese Aufgabe noch weit leichter, sicherer, und kürzer zu Stande bringen: so ist, durch meine Auflösungen, schon die Zollmannische Scheibe ein ganz entbehrliches Instrument geworden; zumal da man bei dem Gebrauche der Mensel Vortheile hat, die man bei der Zollmannischen Scheibe nicht haben kann, und sich bei der Meßscheibe einige andere Ungemächlichkeiten vorfinden, die bei der Mensel nicht vorkommen.

§. 68.

Es ist bekannter Maaßen ein wichtiger Vortheil, den man durch den Gebrauch der Mensel, bei dem Aufnehmen

nehmen eines Feldes nach seinem Umfange, erlangt, daß man gleich die ganze Figur aufs Papier bekommt, da man nach der Zollmannischen Scheibe sie zu Hause erst auf ein anderes Blatt Papier bringen muß. Und ich habe nun noch die besondere Gemächlichkeit hinzugefügt, daß man nicht alle Seiten des aufzunehmenden Feldes mit der Meßkette zu messen, und nach dem verjüngten Maasstabe aufs Papier zu bringen nöthig hat, mit Wegräumung aller Hindernisse, die sonst beim Richten der Mensel vorfielen. Solche Vortheile kann ich durch die Meßscheibe nicht erlangen. Dagegen habe ich die schon erwähnten Ungemächlichkeiten bei derselben, daß das Papier auf dem Rande der Scheibe nicht so glatt aufgespannt werden kann, als auf der Mensel; daß man eine Art von Protokoll dabei führen muß; daß man sich in dem Abtragen der Linien leicht irren kann; daß das Papier, wenn man es wieder auf ein anderes Reißbrett kleben will, sich leicht verziehet, wodurch gar bald Unrichtigkeiten in der Figur entstehen können, oder daß es gar faltig wird. Hierzu kann man endlich auch rechnen, daß die Meßscheibe, wegen des starken Randes vom Messinge, der sie umgiebt, auch ein weit kostbareres Instrument, als eine Mensel ist.

Sollte aus diesem allen nicht sattsam erhellen, daß man nun der Zollmannischen Scheibe völlig entübriget sein könne, nachdem man gelernet hat, wie zu dieser Aufgabe, zu welcher eigentlich die Meßscheibe erfunden ist, die Mensel weit bequemer und auch sicherer zu gebrauchen sei?

§. 69.

§. 69.

Diese Behauptung wird noch mehr bestätiget werden, wenn ich zeige, daß diejenigen, die so sehr von der Vortrefflichkeit des Verfahrens bei der Meßscheibe eingenommen sind, daß sie immer dabei bleiben wollen, wenn ich diesen, sage ich, zeige, wie man auch dasselbe Verfahren vollkommen mit der Mensel nachahmen könne.

Der Herr Professor Mayer hat dieses zwar schon zu zeigen gesucht, wie wir in dem Vorhergehenden gesehen haben. Aber er hat dabei die Schwierigkeiten nicht gehoben, welche bei dem gewöhnlichen Richten der Mensel unvermeidlich sind, bei der Zollmannischen Scheibe aber gar nicht vorkommen. Daher will ich jezt zeigen, wie man, ohne alle Schwierigkeit, bei meiner Art die Mensel zu richten, einen Platz nach seinem Umfange aufnehmen könne, eben so, wie man es mit der Zollmannischen Scheibe zu machen pflegt.

§. 70.

Siebente Aufgabe. Fig. 20.

Die Mensel als eine Zollmannische Scheibe zu gebrauchen, bei der Aufnahme eines Platzes, den man ganz umgehen kann.

1) Nachdem man alle Ecken des aufzunehmenden Platzes, A B C D E, mit einem Stabe bezeichnet hat, so bringe man die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte

telpunkte, lothrecht über A, und richte sie horizontal, lege das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel a, visire von da aus nach E und B hin, und ziehe darnach die Linien 1 a 1, und 2 a 2.

2) Darauf nehme man die Mensel weg, setze in A den Stab wieder ein, bringe die Mensel mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über B, richte das Tischblatt horizontal, und wende nachgehends dasselbe so, daß die Linie 2 a 2 auf den Stab A hingerichtet ist.

3) In dieser Stellung schraube man die Mensel fest, visire aus dem Mittelpunkte nach C hin, und ziehe darnach die Linie 3 a 3.

4) Man setze in B den Stab wieder ein, bringe die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, senkrecht über C, in horizontaler Stellung, drehe darauf das Tischblatt so, daß die Linie 3 a 3, nach dem Stab B hinweiset, schraube das Tischblatt in dieser Richtung fest, visire aus a nach D hin, und ziehe darnach die Linie 4 a 4.

5) Nun bringe man die Mensel auch lothrecht über D, nachdem man in C den Stab wieder eingesezt hat, und richte die Linie 4 a 4, nach dem Stab C hin.

6) Nachdem man das Tischblatt in dieser Richtung festgeschroben hat, so visire man nach E hin, und ziehe die Linie 5 a 5.

7) Endlich messe man auch alle Seiten der Figur A B C D E, schreibe sich ihr Maas auf, und gehe nach Hause.

8) Zu

8) Zu Hause löse man das Papier von der Mensel ab, klebe es mit seinen vier Ecken auf ein großes Reißbrett Q, nach einer Seite hin, und entwerfe, nach den aufgezeichneten Winkeln, und dem angemerkten Maaße jeder Seite des Feldes die Figur A B C D E, im Kleinen, nach einem beliebigen Maasstabe, neben dem aufgeklebten Papiere, das auf der Mensel gesessen hatte. Die Linien bringe man nämlich, mit einem hölzernen Winkelmaaße, und einem Lineale, von einem Papiere auf das andere, wie dieses in dem Vorhergehenden schon beschrieben ist (Kap. I. §. 23. 24.) und gebe einer jeden Seite die Länge, nach dem verjüngten Maasstabe, die sie auf dem Felde nach der Meßkette enthält: so wird das aufzunehmende Feld auf dem Reißbrette richtig erscheinen.

§. 71.

Nun urtheile man, ob dieses Verfahren nicht eben so leicht, und im Grunde eben dasselbe sei, als welches man mit der Zollmannischen Scheibe in diesem Falle zu beobachten pflegt? Der Unterschied ist bloß dieser: Bei der Zollmannischen Scheibe bewegt sich das Lineal um einen festen Stift, der im Mittelpunkte der Scheibe angebracht ist; und hier, auf der Mensel, legt man das Lineal an einen feinen Punkt an, der in die Mitte der Mensel gezeichnet ist. Aber das lezte wird bei einer geringen Uebung eben so leicht als das erste. Und wenn ich auch zugeben wollte, daß An-

fänger nicht so geschwind an einem vorgezeichneten Punkte das Lineal richten können, als wenn das Lineal sich um einen Stift herumdrehet: so wird diese Kleinigkeit doch wohl keinen nöthigen, sich darum eine Meßscheibe, die ein weit theurer Instrument als eine Mensel ist, noch neben dem Meßtische anzuschaffen, wenn er gelernet hat, desselben sich auf eine bequeme und sichere Art, eben so, als einer Zollmannischen Scheibe zu bedienen; zumal da man, nach der vierten Aufgabe, den Umfang eines Platzes weit leichter und sicherer gleich ganz auf die Mensel bekommen kann, ohne so viele Umstände dabei nöthig zu haben, als bei der Zollmannischen Scheibe dazu erfordert werden, und wobei man doch nur einzelne Linien und Winkel erhält, die man nachgehends erst auf einem andern Reißbrette zusammensetzen muß.

§. 72.

In Ansehung einiger Nebendinge lassen sich bei dieser Auflösung manche Abänderungen anbringen. So kann man z. E. statt der Ziffern 1, 1; 2, 2; 3, 3; u. s. w. welche in Fig. 20, die Richtungslinien nach ihrer Ordnung bezeichnen, sich auch der Buchstaben bedienen, die jede Seite der Figur einschließen, wie Fig. 21. ausweiset.

Man kann auch eine jede Seite der großen Figur, in seinem Brouillon, noch in der Mitte der Linie mit einem besondern Buchstaben bezeichnen, und diesen Buchstaben auf der Mensel derjenigen Richtungslinie an beiden Enden beifügen, auf welche die mit dem Buchstaben

be-

bezeichnete Seite Bezug hat. Als z. E. man hätte jede Seite des aufzunehmenden Feldes in seinem Brouillon, nach Fig. 20, in der Mitte mit einem einzelnen Buchstaben bezeichnet: so könnte man die Richtungslinie auf der Mensel, nach Fig. 22. bemerken.

§. 73.

Manche scheinen mir auch, bei der Bezeichnung der Richtungslinien, gar zu umständlich und sorgfältig zu sein, und dadurch die Aufgabe ohne Noth zu erschweren. Sie rathen nämlich, jede dieser Linien, außer den zu beiden Enden beigefügten Nummern, oder Buchstaben, noch durch einen Punkt oder Buchstaben, auf der einen Hälfte jeder Linie, zu bezeichnen, damit man nicht, bei dem Abtragen der Linien auf ein anderes Papier die unrechte Hälfte der Linie ergreife *). Allein ich frage: Warum nimmt man nicht gleich beide Hälften, oder die ganze Linie? Trägt man immer die ganze Linie ab, so darf man ja nicht besorgt sein, die unrechte Hälfte zu ergreifen, und kann mehrerer Bezeichnungen, die nur zu Verwirrung Anlaß geben, dabei überhoben sein. Beide Hälften dieser geraden Richtungslinien sind in dieser Absicht immer einerlei; beide haben immer einerlei Lage. Warum will man denn nur immer eine Hälfte davon sorgfältig aufsuchen, und sich dadurch die Arbeit erschweren?

*) Man sehe hiervon die §. 24. wörtlich eingerückte Anweisung des Herrn Prof. Mayers.

§. 74.

Wenn man nachweisen will, wo jeder Poligonwinkel der Figur an dem Mittelpunkte der Mensel oder Scheibe, hingebracht sei, so darf man freilich nicht die ganze Richtungslinie, die von einem Ende der Mensel zum andern gezogen ist, sondern nur eine Hälfte davon, als Schenkel dieses Winkels betrachten. Z. E. in Figur 5, in der Stazion bei A, stellet die halbe Richtungslinie auf der Mensel, von 1 bis m, welche mit einem Punkte in der Mitte bezeichnet ist, die Seite D A vor; nicht die andere Hälfte, von m bis 1, die in der Mitte keinen Punkt hat. Und die halbe Richtungslinie von 2 bis m, welche wieder mit einem Punkte in der Mitte bezeichnet ist, stellet die Seite B A vor; nicht die andere Hälfte, von m bis 2, welche keinen Punkt in der Mitte hat. Und der Winkel an dem Mittelpunkte der Mensel, den beide mit Punkten bezeichneten Linien bilden, ist der Poligonwinkel A. Wenn ich also jeden Poligonwinkel der Figur, A B C D, auf der Mensel nachweisen soll, so muß ich freilich die Schenkel derselben mit Punkten, oder andern Merkmalen, bezeichnen, und da ist es nicht gleichgültig, welche Hälfte der Richtungslinie ich als den Schenkel des Poligonwinkels ansehen will. Aber zum Abtragen der Linien auf ein anderes Papier, da kann ich immer die ganze Linie 1 a 1, als die Seite A D betrachten, und die ganze Linie 2 a 2, als die Seite A B.

Will man durch die Zeichen bei x und y (Fig. 5. Stazion A) verhüten, daß man die Mensel so verkehrt

aus

aus A nach B bringe, daß dasjenige Ende der Linie I, I, wo x stehet, unterwärts, und wo q stehet, oberwärts zu liegen komme, welches freilich ein grober Fehler wäre: so halte ich dies für eine unnöthige Besorgniß. Wer so grob fehlen könnte, dem sollte man billig nie ein mathematisches Instrument in die Hände geben. Man sehe was ich hierüber, bei der ersten Aufgabe §. 4., schon gesagt habe.

§. 75.

Noch manche nicht unnütze Bemerkung würde ich hier, über diese Aufgabe, beibringen können. Allein, da ich schon gezeiget habe, wie man ein Feld, nach seinem Umfange, auf eine weit leichtere und vortheilhaftere Art, mit der Mensel so aufnehmen könne, daß man die Figur sogleich ganz auf die Mensel bekommt, und dennoch keines von den gewöhnlichen Hindernissen in der Richtung der Mensel dabei findet, auch nicht einmal nöthig hat, alle Seiten des aufzunehmenden Feldes nachzumessen, und nach dem verjüngten Maasstabe aufs Papier zu bringen: so glaube ich, daß man nun das Aufnehmen mit der Zollmannischen Scheibe, so wie auch den Gebrauch der Mensel nach Art der Meßscheibe, gänzlich entbehren könne, und will daher nichts weiter von diesem Verfahren gedenken.

§. 76.

Endlich komme ich noch zur Auflösung einer Aufgabe, die ich für besonders wichtig im Aufnehmen der Felder halte, die nicht so allgemein bekannt zu sein

scheinet, und die man bisher zwar mit der Mensel ziemlich herausgebracht hat, aber bloß mit einem Diopterlineale, das mit einer guten Magnetnadel versehen ist. Auch diese Aufgabe mache ich, durch Hülfe meiner eigenen Art die Mensel zu richten, ohne einer Magnetnadel dazu benöthigt zu sein. Die Aufgabe ist folgende:

§. 77.

Achte Aufgabe. Fig. 23.

Die Weite eines gegebenen Orts von drei andern, durch die Mensel, zu finden, deren Lage gegen einander schon bekannt ist, ohne diese Distanzen selbst unmittelbar, noch irgend eine Standlinie, dabei messen zu dürfen.

A B C sind hier die 3 Oerter, deren Weite von einander, A B, B C und C A, schon bekannt ist. Man soll nun angeben, wie weit jeder dieser drei Oerter von einem gewissen Punkte F, entfernt liegen, ohne die Distanzen F A, F B, F C, unmittelbar, oder irgend eine Stazionslinie dabei messen zu dürfen.

Man gedenke sich hier den Fall, der Triangel A B C, sei aus den Standpunkten D und E mit der Mensel aufgenommen worden, und man wollte nun auch den Punkt F noch dazu auf der Mensel gehörig bestimmt haben: so verfahre man also:

1) Nachdem man in der Stazion N. 2, den Triangel a b c, welcher dem großen A B C im Felde ähnlich

lich ist, auf die Mensel gebracht, so ziehe man die Linie h g, durch den Mittelpunkt der Mensel nach dem Stabe F hin.

2) Nun bringe man die Mensel in die Stazion N. 3, und zwar mit ihrem Mittelpunkte k lothrecht über den Punkt F, und nachdem man sie in eine horizontale Richtung gebracht hat, wende man die Linie g h nach i hin, wo man vorher einen Stab eingesezt haben muß.

3) Nun lege man das Diopterlineal an den Mittelpunkt der Mensel, visire nach A, nach B, und nach C hin, und ziehe darnach die Visirungslinien k α, k β, k γ: so ist die ganze Operazion auf dem Felde vollendet.

4) Zu Hause ziehe man nun die Linie a f, parallel mit α k. Ferner ziehe man c f, parallel mit γ k, und endlich b f parallel mit β k. Diese drei Linien werden in einen Punkt zusammenlaufen, und wo sie zusammentreffen, da ist der gesuchte Punkt f, welcher zu a b c eben die Lage haben wird, als F auf dem Felde, zu A B C. Die lezte Linie, b f, kann man allenfalls weglassen. Sie dienet hier bloß, die Aehnlichkeit der kleinen Figur auf der Mensel, mit der großen im Felde, desto auffallender zu machen.

Wenn man nun die Linien a f, b f, und c f, nach eben dem verjüngten Maasstabe mißt, nach welchem die Figur a b c aufgezeichnet ist: so findet man das Maas, welches A F, B F, C F auf dem Felde haben.

§. 78.

Bei dieser Figur ist zu merken, daß man sich, in der Stazion N. 3, den Punkt k und den Punkt F, als einen Punkt gedenken müsse. Denn F ist der Punkt auf der Erde, und k der Mittelpunkt der Mensel, der lothrecht über F gebracht ist. Ehe man die Mensel aus der Stazion N. 2, nach der Stazion N. 3, hinbringt, muß man, in der Stazion N. 2, den Punkt i auf der Erde suchen, über welchem die Mensel, in dieser Stazion, mit ihrem Mittelpunkte gestanden hatte, um ihn mit einem Stabe bezeichnen zu können, nach welchem man in der Stazion N. 3. die Mensel richten muß.

§. 79.

Der Punkt f kann zwar leicht außerhalb der Mensel fallen, wenn F weit von A B C entfernt liegt. Um aber auch in diesem Falle die Figur ganz aufs Papier zu bekommen, so zeichne man den bekannten Triangel a b c, und, wenn man will, auch die beiden Stazionspunkte, e und d, in ihrer gehörigen Lage, auf ein großes Reißbrett. Man errichte auf der Linie a b den Winkel f a b, in dem Punkt a; ingleichen auf b c, den Winkel f c b, in dem Punkte c. Dies sind die Winkel, deren äußerste Schenkel man, aus Mangel des Raums, auf der Mensel nicht ausziehen konnte. Nun aber ziehe man sie so weit aus, daß sie sich einander berühren: so wird dieses den gesuchten Punkt f geben, und die Linie f b ergiebt sich alsdann von selbst.

§. 80.

Von der Richtigkeit dieser Auflösung kann man sich folgender Maaßen überzeugen. Es kommt bei dieser Aufgabe nur darauf an, daß der Triangel a f c auf dem Papiere, dem Triangel A F C auf dem Felde, ähnlich werde.

Wenn aber beide Winkel an der Grundlinie a c, in der kleinen Figur, den beiden Winkeln an der Grundlinie A C, in der großen Figur gleich sind: so muß auch der oberste Winkel f = F, und folglich der kleine Triangel a f c, dem großen A F C ähnlich sein. Und dies ist hier der Fall.

Denn die Linie a c liegt parallel mit der Linie A C, wegen der parallelen Richtung der Mensel.

f a ist parallel gezogen mit F A, nach N. 4.

Folglich muß der Winkel f a c = F A C sein, weil in beiden die gleichnamigen Schenkel mit einander parallel laufen.

Eben so läßt sichs nun auch beweisen, daß der Winkel f c a = F C A sei, aus der parallelen Richtung der Schenkel, f c mit F C, und a c mit A C.

Daher muß denn auch der Winkel f = F, und folglich der ganze Triangel a f c ∽ A F C sein.

§. 81.

Auf eben diese Art, als hier die Lage des Punkts F gegen A B C richtig auf dem Papiere bestimmt worden, kann man nicht nur jeden andern gegebenen Punkt im Felde, auf einem zu entwerfenden Plane bestimmen,

men, sondern auch mehrere solcher gegebenen Punkte zugleich. Man ziehe nämlich nur nach jedem dieser, auf dem Felde gegebenen Punkte, in dem Standorte N. 2. auf der Mensel, gerade Linien hin, durch den Mittelpunkt der Mensel: so wird man, durch Hülfe dieser Richtungslinien, in jedem gegebenen Punkt auf dem Felde, die Mensel mit ihrer Lage in der Stazion N. 2, parallel richten, und folglich den Winkel, den jeder der gegebenen Punkte im Felde mit A und C macht, an seinem gehörigen Orte, und in seiner gehörigen Lage, auf a c aufsetzen können.

Und wie leicht muß es nach diesem Verfahren werden, große Felder aufzunehmen, und richtige Plane zu entwerfen, ohne dabei viel unmittelbar messen zu dürfen, welches nicht nur sehr beschwerlich ist, sondern auch weniger Richtigkeit giebt, als wenn man eine große Figur, durch ähnliche Triangel, bloß nach den Winkeln, zusammen setzen kann. Denn wenn der Boden nicht recht gleich ist, und horizontal liegt, so wird man nie genau darauf messen können. Und beim Auftragen der gemessenen Linien auf das Papier ist wieder nicht die strengste Genauigkeit zu erwarten. Einige Unrichtigkeiten werden bei jeder Linie vorfallen. Je mehr Linien man in einem Plane unmittelbar zu messen und aufzutragen hat, desto mehr häufen sich die Fehler; desto unsicherer wird der Plan werden. Daher pflegt man auch, bei großen Rissen und Charten, die längsten Standlinien gern durch trigonometrische Berechnungen zu suchen. Aus diesen angeführten Gründen wird man also einsehen, daß man die Distanzen,

F A, F B, F C, nach der gegebenen Auflösung, weit sicherer findet, als wenn man jede derselben unmittelbar messen, oder eine jede aus zwei besondern Standpunkten aufnehmen wollte.

§. 82.

Diese herrliche Aufgabe, aber ganz anders aufgelöset, habe ich zuerst in dem Clairaut gefunden, und nachgehends auch in des Herrn Prof. Mayers praktischen Geometrie. Lezterer beruft sich auch dabei auf den Clairaut, und des Herrn Lamberts Beiträge zur praktischen Geometrie, und scheinet sie gleichfalls erst aus einem dieser beiden Autoren erlernet zu haben *).

Clairaut giebt die Anweisung dazu so, daß man die Winkel F A B und B F C auf dem Felde messen, und nachgehends durch eine sehr künstliche, aber eben daher etwas schwere, und leicht unsicher ausfallende Konstrukzion verschiedener, sich einander durchkreuzender Linien und Zirkel auf dem Papiere, die wahre Lage von F, gegen A B C herausbringen muß. Man muß nämlich, nach seiner Anweisung, die Linien a b und b c auf dem Reißbrette, als Sehnen solcher Zirkel betrachten, die just die Größe haben, daß, wenn man in die Peripherie des einen, der zur Sehne a b gehöret, den Winkel F A B, mit seinem Scheitelpunkte

*) Man findet sie auch in den Zusätzen zur zweiten Auflage der Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, von dem Hrn. G. R. von Böhm.

punkte legt, die Schenkel dieses Winkels auf die Endpunkte der Sehne a b auftreten; und wenn man in die Peripherie des andern, der zur Sehne b c gehöret, den Winkel B F C anlegt, die Schenkel dieses Winkels auf die Endpunkte der Sehne b c auftreten. Durch künstliche Zeichnung muß man diese beiden Zirkel ausfindig machen, und wo sich diese Zirkel einander durchschneiden, da findet man den Punkt f auf dem Papiere. Eine Auflösung, die offenbar mehr zur Uebung des Nachsinnens, als zur bequemen und sichern Ausübung dienlich ist; die mehr bewundert, als nachgeahmt zu werden verdienet.

Der Herr Prof. Mayer hingegen, der sich auf den Clairaut beruft, gehet weiter. Er zeiget erstlich, wie man diese Aufgabe, anstatt durch solche krause Aufzeichnung so vieler sich durchkreuzender Linien und Zirkel, durch trigonometrische Berechnung, die aber auch ziemlich weitläuftig ausfällt, herausbringen könne, nachdem man die beiden Winkel bei F gemessen hat. Zum andern zeigt er auch, wie diese Aufgabe mit der Mensel sich machen lasse, aber bloß durch Hülfe der Magnetnadel. Er bedauert zugleich, daß man noch kein Mittel ausfindig machen können, auch ohne Magnetnadel, diese herrliche Aufgabe mit der Mensel herauszubringen, weil man sich auf den Gebrauch der Magnetnadeln nicht ganz sicher verlassen könne.

Ferner führt er auch an, daß der berühmte Mechanikus, Herr Brander, in Augspurg, ein eigenes Instrument erfunden, auf eine mechanische Art

die

die Lage des gegebenen Punkts F, gegen A B C auf dem Papiere zu bestimmen. Und endlich macht er noch die wichtige und gegründete Bemerkung, daß die drei bekannten Punkte auf dem Felde, A, B, C, bei dieser Aufgabe just nicht allezeit einen Triangel bilden dürfen, wie man durch den Vortrag des Clairaut leicht zu schließen veranlaßt werden kann, sondern daß diese drei Punkte auch in einer Linie liegen können. Und ich füge noch hinzu, daß es auch bei meiner Auflösung einerlei sei, ob die Punkte A, B, C einen Triangel, oder eine gerade Linie, bilden; ja daß auch, anstatt der drei bekannten Punkte, nur zwei Oerter, deren Weite von einander bekannt ist, gegeben werden dürfen, um einen dritten Punkt darnach zu bestimmen, auf welchen Fall aber weder das Branderische Instrument, noch die geometrische Zeichnung nach dem Clairaut, anwendbar ist.

Aus diesem allen siehet man, daß diese Aufgabe von der größten Wichtigkeit sei, und besonders die gezeigte Erfindung, auch ohne Magnetnadel mit der Mensel diese Aufgabe, auf eine so leichte Art, verrichten zu können.

§. 83.

Man erlaube mir, hier einige Bemerkungen des Herrn Prof. Mayers, mit desselben eigenen Worten, anzuführen, aus dem zweiten Theile seiner praktischen ausführlichen Geometrie. Hier sagt er nämlich, nachdem er gezeiget hat, wie man sowohl nach der Trigonometrie, als auch durch Hülfe des Branderischen

derischen Instruments, auf eine mechanische Art, diese Aufgabe herausbringen könne, §. 188.

„Diese Aufgabe ist nicht nur, wie bisher gelehret worden, in der Messung der Weiten, von großem „Nutzen, sondern kann auch bei Entwerfung ganzer „Landschaften mit Nutzen gebraucht werden. Herr „Clairaut (Anfangsgr. der Geometrie, aus dem Französischen, von F. J. Bierling, III. Theil, §. XXII.) „und Herr Lambert in seinen Beiträgen zur praktischen Geometrie, §. 109, behandeln die bisherige „Aufgabe gleichfalls, und empfehlen sie den Feldmessern.“

Und nachdem er, §. 233, gezeiget hat, wie man auch mit der Mensel diese Aufgabe verrichten könne, so sagt er, §. 234:

„Auf diese Art erhellet, daß man eine Messung „sehr weit ausdehnen könne, ohne daß es nöthig ist, „sehr viele Stand- und andere Linien unmittelbar zu „messen, und man hat den Vortheil, daß sich in jedem „Orte, wo man den Meßtisch hinbringt, und wo man „zwei oder mehrere von den bereits auf den Meßtisch „bestimmten Objekten sehen kann, die Messung weiter „fortsetzen läßt. Ein anderer Vortheil bei dieser Vermessungsart ist, daß man nicht so leicht besorgen „darf, daß sich beim Fortgang der Messung Fehler auf „Fehler häufen, oder sich von einer Stazion auf die „nächstfolgende fortpflanzen. — Man vergleiche hiermit die gewöhnliche Art, eine Figur aus ihrem Umfange zu entwerfen. — Wenn die bekannten Gegen-

„stände

„stände von der Art sind, daß man sie auf eine be„trächtliche Weite sehen kann, so wird man, vermit„telst derselben, eine große Strecke Landes aufnehmen „können, und dann erhellet, daß diese gewiesene Me„thode von großem Nutzen ist. — — Da nun so„wohl wegen der Unvollkommenheit der Magnetnadel, „als auch wegen anderer zufälligen Ursachen, gar leicht „die wahre Richtung der Mensel verändert wird, auch „selbst bei dem Forttragen der dioptrischen Regel von „einer Stazion zur andern, wenn man nicht sehr vor„sichtig zu Werke geht, gar leicht der Stift, auf dem „sich die Nadel drehet, etwas schadhaft werden kann: „so sind in so fern bei dieser Methode freilich auch Un„bequemlichkeiten und Irrthümer zu besorgen, die ins„gesammt wegfallen würden, wenn man Mittel hätte, „die Magnetnadel dabei gänzlich zu entbehren.“

§. 84.

Ein solches Mittel wäre nun freilich schon der mechanische Gebrauch des Branderischen Instruments. Allein wenn ich eben diesen Endzweck, ohne ein neues kostbares Instrument mir anzuschaffen, mit der gewöhnlichen Mensel, die jeder Feldmesser haben muß, verrichten kann, so dächte ich, würde meine Erfindung durch die Branderische von ihrer Wichtigkeit nichts verliehren.

Dieser Gelehrte erkennt zwar das mechanische Verfahren des Herrn Brander noch für sicherer, als das mit der Mensel, wenn man nämlich, bloß durch Hülfe der Magnetnadel, die parallele Richtung her-

ausbringen muß; aber einzig und allein, wegen des unzuverläßigen Gebrauchs der Magnetnadel. Da ich nun eben diese Aufgabe mit der Mensel herausbringe, ohne eine Magnetnadel dabei zu gebrauchen: so, hoffe ich, werden Sachverständige einsehen, daß meine Angabe, sowohl durch Richtigkeit, als auch durch Bequemlichkeit, sich auszeichne.

§. 85.

Man hat aber, wie schon gesagt, in dieser Aufgabe just nicht nöthig, zwei Standpunkte D und E anzunehmen, um den im Felde gegebenen Punkt auf der Mensel zu bestimmen. Ich habe hier nur die Figur beibehalten, deren sich der Herr Prof. Mayer bedienet hat, indem er zeigen will, wie man mit der Mensel, durch Hülfe der Magnetnadel, den Punkt F bestimmen könne. Wenn man just den Triangel A B C aus beiden Standpunkten gemessen hätte: so kann man freilich, nach Figur 23, verfahren. Allein wir wollen den Fall setzen, der Triangel A B C wäre zwar schon gemessen, aber die Standpunkte D und E wären nicht mehr bekannt, aus welchen dieser Triangel gemessen worden; oder man hätte denselben unmittelbar gemessen, oder er wäre von einem schon entworfenen Plane als bekannt angenommen, und man sollte nun noch den Punkt F, nach seiner natürlichen Lage hinzufügen: so ist auch dieses möglich zu machen, und zwar auf folgende Art.

§. 86.

Zweite Auflösung der achten Aufgabe.

Fig. 24.

1) Man wähle sich die Stazion N. 1, aus welcher man nach A, B, C, und auch nach dem Punkt D, dessen Entfernung hier von A, B, C, gesucht werden soll, frei hinsehen kann, und richte daselbst die Mensel horizontal.

2) Nun ziehe man aus dem Mittelpunkte der Mensel o, die Visirungslinien o 1, o 2, o 3, nach A, nach B, und nach C hin, und durch den Mittelpunkt der Mensel die Visirungslinie g h, über die ganze Mensel, nach D hin.

3) Man merke sich den Punkt E auf der Erde, worüber der Mittelpunkt der Mensel, o, lothrecht gestanden hatte, nehme die Mensel weg, und setze in E einen Stab.

4) Man bringe die Mensel, nach der Stazion N. 2, stelle sie, mit ihrem Mittelpunkte, senkrecht über den Punkt D, und nachdem man sie horizontal gerichtet, wende man das Tischblatt so, daß die Visirungslinie, die über die ganze Mensel durch den Mittelpunkt derselben gezogen ist, nach dem Stab E hinweise.

5) Nun ziehe man auch hier, aus dem Mittelpunkte der Mensel, nach A, B, C, hin, die Visirungslinien, o 4, o 5, o 6: so ist man auf dem Felde fertig.

6) Zu Hause ziehe man auf ein großes Reißbrett, Figur 25, eine lange Linie d e. An den Punkt d lege man die Winkel nach ihrer Ordnung an, welche durch die Visirungslinien entstanden sind, die in der Stazion bei D aus dem Mittelpunkte der Mensel gezogen wurden, und an den Punkte, die Winkel, welche durch die Visirungslinien entstanden sind, die in dem Standpunkte E, aus dem Mittelpunkte der Mensel, gezogen wurden.

7) Man ziehe die Schenkel dieser Winkel aus, bis sie einander durchschneiden oder berühren: so geben ihre Durchschnitte oder Berührungspunkte, die Punkte a, b, c, welche den Triangel A B C abbilden, und die ganze Figur, a b c d e, auf der Mensel, wird der Figur A B C D E, ähnlich sein.

Folglich wird auch der Punkt d auf dem Reißbrette, eben die Lage zu a b c haben, welche D im Felde zu A B C hat.

§. 87.

Hat man den Triangel A B C vorher schon nach einem gewissen Maasstabe zu Papiere gebracht, und wünscht nun auch die Distanzen D A, D B, D C, nach diesem Maasstabe zu finden, so verfahre man also: (Siehe Fig. 25.)

1) Man theile die Linie a c, durch den Punkt f, in zwei gleiche Theile, und eben so theile man auch die Linie m n, welche hier die Linie A C, nach dem

dem verjüngten Maasstabe gezeichnet, vorstellen soll, in zwei gleiche Theile, durch den Punkt o.

2) Man trage nun o m, die eine Hälfte dieser abgemessenen Linie m n, von f nach a hin, so findet man den Punkt g; und die andere Hälfte o n, von f nach c hin: so findet man den Punkt h, auf der Linie a c.

3) Ziehe man g i parallel mit a d; und h i parallel mit c d: so wird der daraus entstandene Triangel, g i h, dem größern, a d c, ähnlich sein, und folglich auch dem im Felde abgesteckten Triangel, A D C. (Fig. 24.) Wenn man nun noch den Punkt l dazu auf dem Reißbrette, (Figur 25.) durch Parallellinien bestimmt, welches sehr leicht ist: so wird man endlich auch das gesuchte Maas der Distanzen, D A, D B, D C, nach eben dem verjüngten Maasstabe finden können, nach welchem die Linie m n, welche A C vorstellen sollte, gezeichnet war. Denn i g stellet die Linie D A vor; i h die Linie D C; und i l die Linie D B.

§. 88.

Der Beweis dieser Auflösung ist leicht, aus der Aehnlichkeit der gleichliegenden Triangel in der großen und kleinen Figur, zu finden, welche von der beobachteten Gleichheit der sich auf einander beziehenden Winkel abhängt.

Ich will ihn daher nicht umständlich aus' einander setzen, sondern gleich wieder zu einer andern Auflösung dieser Aufgabe übergehen, die vielleicht, weil sie leichter zu

übersehen und auszuführen ist, manchen noch angenehmer sein möchte. In der jezt gezeigten Auflösung ist gewiesen, wie man den gesuchten Abstand des gegebenen Punkts D finden könne, ohne vorher den Triangel, A B C, aus zwei Standpunkten gemessen zu haben, wie bei der Mayerschen Auflösung der Fall war. In der folgenden werde ich zeigen, wie man dieses bewerkstelligen könne, ohne just die Figur von der Mensel auf ein anderes Reißbrett abtragen zu dürfen, welches Abtragen auch zu der Mayerschen Auflösung erfodert wurde.

§. 89.

Dritte Auflösung der achten Aufgabe.

Fig. 27.

1) Man wähle sich die Stazion E, aus welcher man nach A, B, C, und auch nach dem Punkt D, dessen Entfernung von A B C hier gesucht werden soll, hinsehen kann. Hier, in E, stelle man seine Mensel horizontal, visire erstlich aus h, dem Mittelpunkte der Mensel, nach D hin, und ziehe darnach die Richtungslinie, f g, über die ganze Mensel.

2) Nun wähle man sich unten, fast am Rande der Mensel, den Punkt e, auf der Linie f g; visire von e aus nach A, B, C, hin, und ziehe die Visirungslinien auf der Mensel, e α, e β e γ.

3) Man suche den Punkt E, der lothrecht unter dem Punkt e auf der Mensel liegt, auf der Erde,

merke

merke ihn genau, nehme die Mensel weg, und setze in den gefundenen Punkt E einen Stab.

4) Nun gehe man mit der Mensel nach der Station D, bringe sie in horizontale Stellung, und wende das Tischblatt so, daß die Linie g f, die durch den Mittelpunkt über die ganze Mensel gezogen war, nach dem Stab E hinweiset.

5) Man visire aus dem Mittelpunkt der Mensel h, nach A, B, C hin, und ziehe die Visirungslinien h α, h β, h γ.

6) Man wähle sich nun einen Punkt d, in der Linie f g, weiter als h, von e entfernt, nahe am Rande der Mensel, und ziehe die Linie d i parallel mit h α; d b parallel mit h β: und d k parallel mit h γ.

Wo diese, aus d gezogenen Parallellinien, die aus e gezogenen Visirungslinien durchschneiden, da findet man die Punkte a, b, c, welche den Triangel A B C, abbilden, und so hat man die ganze Figur, a d c b, auf die Mensel gebracht, welche der großen A D C B, ähnlich ist. Die Parallellinien kann man auch zu Hause, mit mehrerer Gemächlichkeit, ziehen.

Will man sie auch nach einem bestimmten Maasstabe haben, so trage man die Linie A C, nach diesem Maasstabe auf a c, wie in dem Vorhergehenden gezeigt ist, und vergrößere oder verkleinere die ganze Figur durch Parallellinien, nach Maasgabe der auf a c aufgetragenen Linie: so kann man auch die gesuchten Distanzen, D A, D B, D C, nach dem angenommenen Maasstabe bestimmen.

§. 90.

Dies ganze Verfahren scheinet mir hier weder eines besondern Beweises, noch einer Erläuterung zu bedürfen. Ein jeder, der die vorhergehenden Auflösungen durchdacht und verstanden hat, wird von selbst einsehen, wie man hier wieder, die Entfernung des gegebenen Punkts D, von A, C und B, finden könne, ohne den Triangel A B C, aus zwei Standpunkten, als in der ersten Auflösung, nach Figur 23, gemessen zu haben, und ohne die Figur von der Mensel erst auf ein anderes Papier bringen zu dürfen, als nach der zweiten, und auch nach der ersten Auflösung erfordert wurde, und wie auch nach der Mayerschen Auflösung nöthig ist.

Sollte indessen die Größe des angenommenen Maasstabes dem ohngeachtet es nothwendig machen, die Figur auf ein größeres Reißbrett zu bringen, weil die Durchschneidungspunkte der Schenkel, der in d und e aufgetragenen Winkel, außerhalb der Mensel fielen: so wird man dennoch aus den vorhergehenden Anweisungen von selbst finden können, wie nach der Zeichnung auf der Mensel, die ganze Figur auf ein anderes Reißbrett zu bringen, und ihr das verlangte Maas zu geben sei.

§. 91.

In Ansehung dieser achten Aufgabe muß ich aber überhaupt noch dieses erinnern, daß sie zwar in so fern dieselbige ist, welche Herr Clairaut in der angezogenen Stelle vorträgt, daß hier die Entfernung eines gegebenen

Punkts

Punkts D, von einem schon gemessenen oder aufgenommenen Triangel, A B C, gesucht wird, und zwar ohne die zu suchenden Distanzen unmittelbar, oder jede besonders, oder irgend eine Standlinie dabei messen zu dürfen, auch ohne zu dem bekannten Triangel hinkommen zu können.

Allein es wird dabei vorausgesezt, daß man den Triangel müsse umgehen, oder wenigstens einen Standpunkt jenseits des Triangels annehmen können, wenn diesseits der zu bestimmende Punkt liegt. Auch nach der Anweisung, welche der Herr Prof. Mayer gegeben hat, durch Hülfe der Magnetnadel diese Aufgabe mit der Mensel zu machen, wird dieses erfordert.

Dies ist aber, nach des Clairaut Anweisung, durch künstliche Zeichnung die Lage des gegebenen Punkts zu dem bekannten Triangel zu finden, nicht nöthig, sondern man braucht dabei gar nicht von dem gegebenen Punkte sich zu entfernen. Auch wenn man diese Aufgabe durch trigonometrische Berechnung macht, ist dieses nicht nöthig.

Jedoch dies benimmt dem gezeigten Verfahren, mit der Mensel diese Aufgabe zu machen, ihren Werth nicht. Es möchte auch wohl selten der Fall sein, wo es gar nicht verstattet wäre, zu beiden Seiten des Triangels hinzukommen.

§. 92.

Es ließen sich freilich verschiedene Methoden angeben, die zu suchenden Distanzen auch in diesem Falle mit der Mensel zu finden, aber nicht anders, als meh-

rere Stazionspunkte dabei anzunehmen. Alsdann aber hätte man auch mehrere Linien unmittelbar zu messen, und dieses überhoben zu sein, ist eben der große Vortheil, den man durch die ganze Aufgabe zu erreichen sucht, der sie so schätzbar macht, und dessen Wichtigkeit sich vorzüglich bei sehr großen Distanzen äußert.

Sobald ich aber den Triangel A B C, umgehen kann, zu welchem der gegebene Punkt auf dem Felde noch hinzugefüget werden soll: so würde ich meine lezte Auflösung allen übrigen vorziehn, und jeder wird einsehen, daß sie weit vortheilhafter sei, als wenn man sich mit einem Diopterlineale, das mit einer Magnetnadel versehn ist, in diesem Falle zu helfen sucht, selbst nach den eigenen Erinnerungen des Herrn Prof. Mayers über den Gebrauch der Magnetnadel.

§. 93.

Bei der Branderischen Erfindung, diese Aufgabe mechanisch aufzulösen, davon ich §. 82. Erwähnung gethan habe, macht der Herr Prof. Mayer die Bemerkung *), daß sie bloß dazu dienen könne, die Lage des bekannten Triangels, A B C, gegen den gegebenen Punkt D zu finden, wenn man diesen Punkt D schon auf der Mensel willkührlich angenommen hätte; aber nicht dazu, wenn man den bekannten Triangel schon auf die Mensel oder auf das Reißbrett gebracht, und nun den Punkt D dazu auf der Mensel suchen sollte, wel-

*) Im zweiten Theile seiner ausführlichen Anweisung zur praktischen Geometrie, §. 188.

welches eigentlich, nach dem Clairaut, verlangt wird. Bei meiner Erfindung aber kann ich beides thun. Ich kann, wenn ich den gegebenen Punkt auf der Mensel willkührlich angenommen habe, den Triangel darnach bestimmen. (Siehe §. 86. 87. Fig. 24. 25. §. 89. Fig. 27.) Ich kann aber auch, wenn der Triangel schon aufgezeichnet ist, den Punkt nach diesem Triangel bestimmen. (Siehe §. 77. 78. Fig. 23.) Nach der Mayerschen Auflösung hingegen kann man bloß den auf dem Felde gegebenen Punkt D auf der Mensel bestimmen, nachdem man schon den bekannten Triangel darauf gezeichnet hat, nämlich wenn man die Mensel nach der Magnetnadel richtet. Auch hieraus ergiebt sich ein bemerkenswürdiger Vorzug meiner Erfindung.

§. 94.

Es ist aber eben nicht nöthig, daß man just drei Punkte, A, B, C, schon richtig auf dem Papiere haben, oder den Triangel, den sie bilden, gemessen haben müsse, um noch einen neuen Punkt, der auf dem Felde gegeben wird, den schon bekannten Punkten auf dem Papiere, nach seiner gehörigen Lage, beizufügen. Es können auch nur zwei Punkte sein, die man schon auf seinem Plane bestimmt, oder deren Abstand von einander man schon gemessen hat, um darnach seinen Plan durch einen neuen Punkt, der auf dem Felde gegeben wird, auf eine ähnliche Art zu erweitern.

Dies erhellet schon daraus, daß die drei Punkte, A, B, C, in der achten Aufgabe, nicht just einen Triangel

gel bilden dürfen, sondern auch allenfalls in einer geraden Linie liegen können. Wie man aber alsdann am besten verfahren könne, wenn nur zwei bekannte Punkte vorhanden sind, und man den dritten gegebenen Punkt auf dem Papiere dazu bestimmen soll, dies sehe man aus folgender Aufgabe.

§. 95.

Neunte Aufgabe. Fig. 28.

Aus zwei Punkten im Felde, A, B, deren Entfernung von einander schon bekannt ist, die Lage eines dritten im Felde gegebenen Punkts C auf der Mensel zu bestimmen, ohne irgend eine Linie auf dem Felde dabei zu messen, oder nach A und B hinzukommen.

1) Man wähle sich den Standort D, von welchem man nach A, B und C hinsehen kann, ziehe hier, durch den Mittelpunkt der horizontal gerichteten Mensel, eine gerade Linie, e f, nach C hin, über die ganze Mensel. Auf dieser Linie wähle man sich den Punkt n, visire aus demseben nach A und B hin, und ziehe die Visirungslinien n α, n β.

2) Man suche den Punkt D auf der Erde, der lothrecht unter n auf der Mensel liegt, merke sich ihn, nehme die Mensel weg, und setze in D einen Stab ein.

3) Nun gehe man mit der Mensel nach dem gegebenen Punkt C hin, bringe sie mit ihrem Mittelpunkte

telpunkte i, lothrecht über dem Punkt C im Felde, stelle sie horizontal, und wende das Tischblatt so, daß die durch den Mittelpunkt über die ganze Mensel gezogene Richtungslinie f e, nach dem Stabe D hinweiset.

4) An den Mittelpunkt der Mensel i, lege man das Diopterlineal, visire nach A und nach B hin, und ziehe darnach die Visirungslinien, i α, i β.

5) Auf der durch den Mittelpunkt über die ganze Mensel gezogenen Richtungslinie e f, wähle man sich den Punkt m, nahe am Rande der Mensel, und ziehe m p parallel mit i α; und m q parallel mit i β: so werden die Durchschneidungspunkte g, h, die bekannte Linie A B auf dem Felde, in ihrer gehörigen Lage gegen C abbilden, und der ganze Triangel, g m h, wird dem großen Triangel im Felde A C B ähnlich sein.

6) Will man ihn nach einem gewissen Maaße aufgezeichnet haben, so theile man die Linie g h, durch den Punkt o, in zwei gleiche Theile, und trage die Hälfte des Maaßes der Linie A B, aus dem Mittelpunkt o, der Linie g h, von o nach g zu, nach dem angenommenen Maasstabe, und auch von dem Mittelpunkt o nach h zu, auf die Linie g h: so findet man die Punkte a, b. Nun ziehe man a c parallel mit g m; und b c parallel mit h m: so wird der Triangel a c b, den großen Triangel A C B, nach dem angenommenen Maasstabe darstellen; so wird denn auch c a das gesuchte

suchte Maas von C A geben, gleichwie c b das gesuchte Maas von C B giebt.

§. 96.

Den Punkt C auf dem Felde muß man sich lothrecht unter i gedenken, so, daß i auf der Mensel, und D auf dem Felde, als ein Punkt zu betrachten sind.

Die Richtigkeit dieser Auflösung ist aus den schon oft angeführten Grundsätzen leicht einzusehen. Uebrigens verschaft diese Aufgabe eben die Vortheile und eben die Bequemlichkeit, als die vorhergehende, und auch von dieser gilt es, was wir bei der vorhergehenden gefunden haben, nämlich daß man durch sie im Stande sei, einen entworfenen Plan, nach Belieben, immer mehr zu erweitern, ohne von neuem sich mit Ausmessung der Linien auf dem Felde beschäftigen zu dürfen, welches allezeit sehr mühsam ist, und sich selten genau bewerkstelligen läßt.

Sollte etwa die Mensel zu klein sein, die in Grund zu legende Figur nach dem angenommenen Maasstabe zu fassen, so verfahre man wie folget.

§. 97.

Andere Auflösung der neunten Aufgabe.

Fig. 26.

1) Man bringe die Mensel in die Gegend C, woher man die Objekte A B, deren Entfernung von einander schon bekannt ist, und auch den Punkt D, dessen

dessen Abstand von diesen beiden gesucht werden soll, übersehen kann, und ziehe durch den Mittelpunkt der Mensel o, die Richtungslinie h g nach d hin, über die ganze Mensel aus.

2) Man ziehe aus o, dem Mittelpunkte der Mensel, die Visirungslinien, o α, und o β, nach A und B hin.

3) Nun nehme man die Mensel weg, setze in C einen Stab senkrecht, und bringe den Meßtisch lothrecht mit seinem Mittelpunkte über D, stelle ihn horizontal, und wende die Linie h g nach dem Stabe C hin.

4) Darauf ziehe man aus o, dem Mittelpunkte der Mensel, die Visirungslinien, o f, o h, nach A und B hin: so ist man auf dem Felde fertig.

5) Zu Hause ziehe man auf einem großen Reißbrette Q, die Linie d c, lege an den Punkt c die Winkel h o α, und h o β an, die man auf der Mensel in dem Standpunkte C erhalten hatte, ingleichen an den Punkt d, die Winkel g o f und g o h, die man auf der Mensel in dem Standpunkte D bekommen hatte, und ziehe die Schenkel dieser Winkel so weit aus, daß sie sich einander durchschneiden, oder auch nur berühren: so wird der Triangel a d b auf dem Reißbrette, dem Triangel A D B im Felde ähnlich sein, und der Punkt d wird auf dem Risse eben die Lage gegen die Linie a b haben, als D gegen A B hat.

§. 98.

§. 98.

Will man das Maas von D A und D B wissen, so theile man a b durch den Punkt i auf dem Reißbrette in zwei gleiche Theile, und trage die Hälfte des Maaßes A B, von i aus nach a hin, und nach b hin: so findet man die Punkte e, f. Nun ziehe man e g parallel mit a d; und f g parallel mit b d: so wird der Triangel e g f eben sowohl dem Triangel A D B ähnlich sein, als der Triangel a d b.

Man messe also e g und f g, nach dem verjüngten Maasstabe: so hat man das gesuchte Maas von A D und B D.

Dies ganze Verfahren ist aus den vorhergehenden Aufgaben klar. Anstatt des einen Punkts D, kann man auch, fast auf eben diese Art, gleich mehrere auf einmal suchen, wie folgende Aufgabe zeigen wird.

§. 99.

Zehnte Aufgabe. Fig. 29.

Die Entfernung zweier gegebener Oerter von zwei andern Oertern zu finden, deren Entfernung von einander schon bekannt ist, ohne zu den bekannten Oertern hinzukommen.

A, B sind hier die beiden Oerter, deren Entfernung von einander schon bekannt ist.

C und D sind die beiden gegebenen Oerter, deren Abstand von A und B gesucht werden soll.

1) Man

1) Man bringe die Mensel, mit ihrem Mittelpunkt o, über den Punkt C, richte sie horizontal, visire aus dem Mittelpunkte o, nach D hin, und ziehe darnach die Linie g h, über die ganze Mensel.

2) Man visire auch aus o nach A und B hin, und ziehe die Visirungslinien o α und o β.

3) Nun nehme man die Mensel weg, setze in C einen Stab, und bringe die Mensel mit ihrem Mittelpunkt o über D, und stelle sie horizontal.

4) Hierauf richte man das Tischblatt so, daß die Linie h g, die über die ganze Mensel gezogen ist, genau nach dem Stabe C hinweiset.

5) Ferner visire man, aus dem Mittelpunkte der Mensel, nach A und B hin, und ziehe die Visirungslinien o f und o k: so ist man auf dem Felde fertig.

6) Zu Hause ziehe man nun eine lange Linie D C, auf ein mit Papier überzogenes Reißbrett R. An den einen Endpunkt, d, bringe man die Winkel g o f und g o k, die man auf der Mensel in dem Standpunkte D erhalten hatte, nach ihrer gehörigen Lage, und an den Punkt c die Winkel h o α, und h o β, die man auf der Mensel in dem Standpunkte C bekommen hatte.

7) Man ziehe die Schenkel dieser Winkel so weit gegen einander aus, daß sie sich einander durchkreuzen oder berühren: so werden die Durchschneidungspunkte a und b, die bekannte Linie

A B, in ihrer gehörigen Lage zu C D abbilden, oder die Figur a d b c auf dem Reißbrette, wird der Figur A D B C auf dem Felde ähnlich sein.

8) Will man sie auch nach einem gewissen Maasstabe aufgezeichnet haben, so verfahre man, wie in der Auflösung der neunten Aufgabe, §. 98, gezeiget worden ist: so wird man auch die gesuchten Distanzen, D A, D B, C A, C B, nach dem verjüngten Maasstabe bestimmen können.

Bei dieser Aufgabe finde ich nichts besonders zu erinnern. Das Verfahren hierbei kömmt mit dem vorhergehenden sehr überein. Bloß daß in jener Auflösung der neunten Aufgabe, der Punkt C im Felde willkürlich angenommen wird, hier aber in der zehnten Aufgabe, mit zu den gegebenen Oertern gehöret. Ich will also nun sogleich auch zeigen, wie man mehrere gegebene Punkte, auf eine ähnliche Weise, am leichtesten finden könne.

§. 100.

Eilfte Aufgabe. Fig. 30.

Die Lage von vier gegebenen Punkten C, D, E, F, gegen eine bekannte Linie, A B, durch die Mensel zu erfahren.

1) Man bringe die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, lothrecht über den Punkt F, visire aus diesem Punkte nach allen Ecken der Figur hin, und ziehe dar-

darnach die Visirungslinien, g a, g c, g d, g b, g e. Die Linie g d, als die Richtungslinie, kann man zum Unterschiede von den andern Linien, ganz über die Mensel weg ausziehen.

2) Nun bringe man die Mensel nach D, so daß ihr Mittelpunkt g, lothrecht über D zu liegen komme, und wende das Tischblatt so, daß die Richtungslinie d g k nach F hinweiset.

3) Man visire aus dem Mittelpunkte g wieder nach allen Ecken der Figur hin, und ziehe darnach die Visirungslinien g h, g i, g l, g m.

4) Nun gehe man nach Hause, und ziehe auf einem Reißbrett P, eine lange Linie, d f. An den Punkt f lege man die Winkel an, die in der Stazion F, durch die Visirungslinien nach allen Ecken der Figur entstanden sind. An den Punkt d lege man alle die Winkel an, die in der Stazion D, durch die Visirungslinien nach allen Ecken der Figur entstanden sind. Man ziehe diese Schenkel aus, so werden sie, durch ihre Durchschneidungspunkte, a, b, c, e, mit f, d, die ganze Figur A B C D E F, abbilden.

§. 101.

Hat man etwa schon die Linie A B im Felde gemessen, und sie, nach dem verjüngten Maasstabe, aufs Papier getragen, und wollte nun die übrigen Linien nach eben diesem Maasstabe wissen: so verfahre man dabei eben wie in der vorhergehenden Aufgabe. Man theile nämlich die Linie a b durch den Punkt o, in zwei

gleiche Theile. Man trage die Hälfte von A B, nach dem verjüngten Maasstabe, aus o nach a hin, und aus o nach b hin: so findet man die Punkte h und l. Nun ziehe man h i parallel mit a c; i k parallel mit c d; so wird sich k l von selbst ergeben. Man ziehe ferner h n parallel mit a f, und m n parallel mit f e: so wird sich auch m l von selbst ergeben. Nun wird auch das Vieleck h i k l m n, der großen Figur auf dem Felde, A B C D E F, ähnlich sein, und man kann die Distanzen C A, C B, D A, D B, F A, F B, E A, E B, nach dem angenommenen Maasstabe bestimmen.

§. 102.

Dies ist im Grunde eben die Aufgabe, welche wir schon in dem vorhergehenden, §. 27. Fig. 10, gehabt haben, nämlich: ein geradlinigtes Feld aus zwei Poligonwinkeln, aus welchen man nach allen Ecken der Figur hinsehen kann, aufzunehmen. Aber die jezt gezeigte Auflösung unterscheidet sich von jener erst gegebenen sehr. Sie ist leichter und bequemer als jene; nur daß man hier nicht die ganze Figur gleich auf die Mensel bekommt, sondern erst auf einem andern Reißbrette zu Stande bringen muß, welches aber, bei Entwerfung großer Felder, oder ganzer Gegenden, gewöhnlich erfodert wird. Denn auf der Mensel lassen sich keine großen Plane entwerfen.

Man kann auch bei der dritten Aufgabe, wo die beiden Stazionspunkte innerhalb des aufzunehmenden Platzes angenommen werden, eben dieses, §. 100, gezeigte Verfahren, mit großem Vortheil anwenden; so

wohl

wohl wenn die Stazionslinie mitten durch den in Grund zu legenden Platz hinstreicht, wie in Figur 12, als auch, wenn sie nur nach einer Seite hin angebracht werden kann, als in Figur 14, 15, 16. Man bringt nämlich die Mensel, mit ihrem Mittelpunkte, lothrecht über beide Stazionspunkte, und ziehet aus jedem derselben, nach allen Ecken der Figur hin, Visirungslinien. Ihre Durchschnitte geben den verlangten Grundriß.

Auch schon bei der ersten Aufgabe könnte man mit großer Leichtigkeit eben so verfahren; nur daß man dabei allezeit die verlangte Figur auf einem andern Reißbrette erst zusammensetzen muß.

§. 103.

Nach eben dem, §. 100, gezeigten Verfahren kann man auch, aus zwei Standpunkten, die außerhalb eines gewissen Feldes liegen, das aufgenommen werden soll, wenn man aus diesen beiden Standpunkten das ganze Feld übersehen kann, sehr leicht dasselbe zu Papiere bringen. Man stelle sich nämlich vor, D und F, in der Figur 30, wären diese beiden Standpunkte, und A, C, B, E wären gewisse Objekte im Felde, die man auf den Riß zu bringen hätte: so würden die Visirungslinien aus D und F, alle diese zu bestimmenden Punkte im Felde, richtig auf dem Reißbrette angeben.

Wenn man nun eine von diesen Linien, z. E. die Standlinie F D mißt, und darnach den Maasstab

bestimmet, so kann man, nach diesem Maasstabe, auch alle die übrigen Distanzen, auf dem Papiere, messen.

Doch um nicht zu weitläuftig zu werden, will ich dieses alles nicht noch durch besondere Figuren umständlich zeigen, sondern es eines jeden eigenem Nachdenken überlassen.

§. 104.

Auch die bekannte Aufgabe, eine solche Distanz zu messen, zu deren einem Endpunkte man nur hinkommen kann, wird man aus den gezeigten Messungsarten leicht nach der neuen, vortheilhaften Art, die Mensel zu richten, herausbringen können. Weil diese unter allen Aufgaben, die mit der Mensel gemacht werden, und mehr als einen Standpunkt erfodern, die einfacheste ist: so war ich erst Willens, mit dieser im gegenwärtigen Kapitel den Anfang zu machen. Allein, da alsdann das dabei zu zeigende Verfahren eine besondere Figur erfodert haben würde, so entschloß ich mich, diese Aufgabe bis zulezt zu versparen. Denn die Auflösung derselben läßt sich nun schon leicht, aus der zuerst gesezten Aufgabe, nach Figur 8, 9, 11 und 13, erklären. Wir wollen es jezt nach Fig. 13. thun.

§. 105.

Zwölfte Aufgabe. Fig. 13.

Eine Distanz zu messen, zu deren einem Endpunkte man nur hinkommen kann.

D, B sei hier die zu messende Distanz; B der unzugängliche Endpunkt derselben.

1) Man wähle sich die Stazionslinie D C, messe dieselbe, und schreibe sich ihr Maas auf.

2) Nun bringe man den Meßtisch in die Stazion bei D, so, daß der Punkt d, unterwärts, rechter Hand, auf der Mensel zu liegen komme, und richte den Meßtisch horizontal.

3) Man suche den Punkt d auf der Mensel, der lothrecht über D auf dem Felde liegt, lege das Diopterlineal an diesen Punkt, visire von da nach B und nach C hin, und ziehe darnach die Linien d β und d γ.

4) Auf die Linie d γ trage man, von d aus, das gemerkte Maas von C D auf dem Felde: so findet man den Punkt c auf der Mensel.

5) Man ziehe die Richtungslinie, g h, durch den Mittelpunkt der Mensel i, nach dem Stabe C hin.

6) Man suche den Punkt i auf der Erde, nehme die Mensel weg, und setze in i einen Stab senkrecht ein.

7) Man bringe die Mensel mit ihrem Mittelpunkte lothrecht über den Punkt C, stelle sie horizontal, und wende die Linie h g nach dem Stab i hin.

8) Nun lege man an den Mittelpunkt der Mensel das Diopterlineal, visire nach B hin, ziehe die Linie i l, und mit ihr parallel c b: so wird b d die gesuchte Linie sein, die so viel Ruthen, Schuhe und Zolle, nach dem verjüngten Maasstab enthält, als B C, nach der Meßkette, in sich faßt.

§. 106.

Ein Beweis ist hier nicht nöthig. Man könnte auch bei C den ersten Standpunkt wählen, und nachgehends die Mensel über D bringen. Es würde einerlei sein. Wie man alsdann zu verfahren habe, wird man leicht finden können.

Aus diesem gezeigten Verfahren wird man nun auch leicht zu beurtheilen wissen, wie man die Breite eines Flusses oder Grabens, nach meiner Art die Mensel zu richten, messen könne. Denn eine Distanz zu messen, zu deren einem Endpunkte man nur hinkommen kann, und die Breite eines Flusses zu finden, sind in dem Wesentlichen einerlei. Weil ich hier keinen vollständigen Unterricht von dem mannichfaltigen Gebrauch der Mensel zu geben Willens bin, sondern nur für solche Leser schreibe, welchen der gewöhnliche Gebrauch der Mensel schon bekannt ist: so werde ich nicht nöthig haben, auf jeden besondern Fall, der dabei vorkommt,

kommt, und wo man meine bisher gezeigten Vortheile in der Richtung der Mensel anbringen kann, mich einzulassen.

Ich hoffe nunmehro, durch diesen Abschnitt dasjenige hinlänglich geleistet zu haben, was ich anfänglich in demselben zu leisten versprach. Und ich kann versichern, nichts darin behauptet und beschrieben zu haben, was ich nicht durch eigene Versuche bewährt gefunden habe.

§. 107.

Zum Beschlusse dieses Abschnitts muß ich noch anführen, daß ich nach der Zeit noch so glücklich gewesen bin, Schwenters praktische Geometrie wieder in die Hände zu bekommen. Ich habe daraus ersehen, daß der, §. 40, angeführte Ausdruck aus dem Schwenterischen Werke, daselbst nicht von der Mensel gebraucht werde, sondern bei der Beschreibung einer sonderbaren Erfindung des Curtius Casatus, mit einem der Mensel ähnlichen Instrumente, aus zwei erhabenen Standpunkten, mehrere Oerter, die man von da übersehen kann, in den Grund zu legen. Der Autor verstehet aber daselbst unter dem Centro, aus welchem das Instrument füglich könne gerichtet werden, nicht den Mittelpunkt des Tischblatts, sondern den darauf angenommenen Visirungspunkt, aus welchem die Visirungslinien auslaufen.

In Ansehung der Richtung der Mensel in der zweiten Stazion, finde ich bei dem Schwenter

dieselbige Anweisung, von welcher ich, §. 13, 16 und 38 des vorhergehenden Kapitels, behauptet habe, daß sie die gewöhnliche sei. Erstlich soll man nämlich die Mensel horizontal und so stellen, daß der bestimmte Punkt auf der Mensel über den Stazionspunkt auf der Erde senkrecht zu liegen komme, und nachgehends das Tischblatt so lange drehen, bis auch Linie auf Linie passe. Man sehe die dritte Aufgabe des ersten Buchs seines dritten Traktats.

Ferner habe ich aus diesem alten Werke gesehen, daß Schwenter schon Anweisung giebt, die Mensel nach Art der Zollmannischen Scheibe zu gebrauchen. Es ist im Grunde eben das Verfahren, welches ich, §. 24. des vorhergehenden Kapitels, aus der Mayerschen praktischen Geometrie angeführt habe, jedoch mit dem Unterschiede, daß er einen Stift in den Mittelpunkt der Mensel einschlägt, an welchem das bewegliche Lineal, wie an der Zollmannischen Scheibe, befestiget ist, da hingegen der Herr Prof. Mayer sich keines solchen Stifts dazu bedienet, an dem die Regel herumläuft, und auch einen willkürlichen Punkt auf der Mensel annimmt, aus welchem visiret werden soll, und endlich, daß Schwenter eine andere mühsamere Art, die Winkel von der Mensel auf ein anderes Reißbrett zu bringen, lehret, die der Herr Prof. Mayer, nach der Zollmannischen Anweisung, vorträgt. Ich glaubte, der Herr Prof. Mayer sei zuerst darauf gekommen, die Mensel

als eine Zollmannische Scheibe zu gebrauchen. Aber Schwenter nennet dieses Verfahren eine vortreffliche Erfindung des Herrn Prätorius. Man sehe in Schwenters praktischer Geometrie, die 5te Aufgabe, aus dem dritten Buche des dritten Kapitels.

Von der Aufgabe, eine Figur nach ihrem Umfange aufzunehmen, ist sein Urtheil dieses: Man wird in der That erfahren, daß wenn man eine vieleckigte Figur, nach diesem Wege, in den Grund legt, sie entweder am Ende offen bleibe, oder sich zu weit über einander schlage, man gehe auch so fleißig damit um, als man immer wolle. Man sehe die dritte Aufgabe, im dritten Buche des dritten Traktats.

Es war mir angenehm, von diesem alten Mathematiker mein Urtheil so vollkommen bestätiget zu finden, wodurch ich veranlasset worden bin, eine bessere Art auszusinnen, die Mensel zu richten.

§. 108.

Ich würde zwar gern noch auf mehrere Fälle die Anwendung meiner neuen Art, die Mensel zu richten, zeigen, und vielleicht noch manche gute Handgriffe dabei angeben können; aber ich scheue mich, den Preis des Buchs, durch mehrere Kupfer zu erhöhen, die jeder Zeit, zur deutlichen Beschreibung solcher Dinge, unentbehrlich sind. Wer selbst über die vorkommenden Umstände im Feldmessen nachdenkt, nach

Grün-

Gründen arbeitet, und sich nicht sklavisch an die Regeln anderer bindet, der wird dasjenige, was in den zwölf erklärten Aufgaben gesagt ist, leicht auf jeden besondern Fall mit Nutzen anzuwenden wissen, und indem er darüber nachsinnet, auch auf manche andere gute Vortheile gerathen, die er in keinem Buche beschrieben findet.

Drit-

Dritter Abschnitt.

Einige wichtige Bemerkungen in Ansehung der Nuß und des Stativs.

§. 1.

Nachdem ich gegenwärtiges Buch schon dem Herrn Verleger zum Drucke übersandt hatte, habe ich noch die, in dem andern Abschnitte, Kap. II., beschriebenen Messungsarten verschiedenemal zu prüfen Gelegenheit genommen, und das Vergnügen gehabt, mich, durch die Erfahrung, immer mehr von der Richtigkeit derselben zu überzeugen, aber dabei noch eine wichtige Entdeckung gemacht, welche die Einrichtung des Stativs und die Nuß betrifft. Sie schien mir vorzüglich einer öffentlichen Bekanntmachung würdig zu sein, und dieses nöthigte mich zur Einrückung des gegenwärtigen dritten Abschnitts.

§. 2.

Kaum wird man es glauben, wenn ichs sage, daß die allgemein beliebte Nuß, womit man die

Mensel,

Mensel, oder ein anderes mathematisches Instrument auf das Stativ bringt, ein völlig unnützes und unbrauchbares Werkzeug sei, womit man nie eine richtige Vermessung, wozu mehrere Standpunkte erfordert werden, veranstalten könne, und daß auch das bisher üblich gewesene Stativ noch sehr fehlerhaft sei. Ich will es beweisen, und nachgehends zeigen, wie man, anstatt der Nuß, andere bessere Vorrichtungen treffen, und auch eine vernünftigere Einrichtung des Stativs veranstalten könne.

§. 3.

Ein Winkelmesser, es sei ein Astrolabium, eine Boussole, eine Meßscheibe, oder wie es sonst Namen haben mag, muß bekanntermaaßen, bey Flächenmessungen, so gerichtet werden, daß er eine horizontale Lage erhalte, und der Mittelpunkt desselben, welcher der Scheitelpunkt des zu messenden Winkels wird, genau über den Stazionspunkt auf der Erde lothrecht zu stehen komme. Auch bei dem Gebrauche der Mensel ist dieses, in den von mir gezeigten, neuen Messungsarten nöthig, daß der Mittelpunkt der Mensel genau über dem Mittelpunkt des bestimmten Stationspunkts auf der Erde, lothrecht zu stehen komme, und daß auch das Tischblatt, in allen Fällen, eine horizontale Lage erhalte.

Der Mittelpunkt der Mensel muß aber darum immer lothrecht über dem Stazionspunkt zu stehen kommen, weil die Mensel dabei immer aus ihrem Mittelpunkte gerichtet wird. Und nie sollte man die Men-

sel anders, als aus ihrem Mittelpunkte richten, so bald man aus mehrern Stazionspunkten zu messen hat, wie dies in dem zweiten Kapitel des vorigen Abschnitts umständlich gezeiget ist.

Diese beiden Erfordernisse, nämlich daß das Instrument horizontal stehe, und der Mittelpunkt desselben lothrecht über den Stazionspunkt zu liegen komme, sucht man nun dadurch zu erhalten, daß man das Loth, welches unter dem Stativ angebracht ist, genau über dem Stazionspunkt auf der Erde, bringt, und nun dem Instrumente, durch die Bewegung der Nuß, eine horizontale Stellung giebt. Dieses Verfahren entspricht aber seinem Endzwecke ganz und gar nicht, wie aus folgenden Bemerkungen augenscheinlich erhellen wird.

§. 4.

Die Nuß kann als zwei Glieder betrachtet werden, welche durch die in zwei Kapseln eingeschlossene Kugel der Nuß, beweglich an einander gesezt sind. (Man sehe Fig. 39.)

Ein Glied ist der Theil a b, welcher sich von der obersten Spitze des Halses, der aus der Kugel herausraget, und worauf das Instrument gesezt wird, bis zum Punkte b, erstrecket, wo die Kugel zu Ende ist.

Diesen Theil will ich das oberste Glied der Nuß nennen.

Das andere Glied ist b c, oder derjenige Theil der Nuß, von der Kugel angerechnet, bis dahin, wo der Schuh, der über den hölzernen Zapfen des Sta-

tivs

tivs tritt, auf das dreieckigte Prisma des Stativs, oder auf den zilinderförmigen Kopf desselben stößt. Diesen Theil will ich das unterste Glied der Nuß nennen.

Dies unterste Glied macht allezeit, mit dem dreieckigten Prisma des Stativs, c d, an welches die Füße des Stativs angeschroben werden, eine gerade Linie, b d, vorausgesezt, daß der hölzerne Zapfen, auf welchen die Nuß gesezt wird, senkrecht, wie sichs gehöret, auf dem Mittelpunkte des Stativs stehe.

Unter diesem dreieckigten Prisma hat man gemeiniglich, in dem Mittelpunkte der dreieckigten Grundfläche desselben, eine Schnur, d e, an welcher eine Kugel befestiget ist, um dadurch den Punkt auf der Erde zu finden, über welchem der Mittelpunkt des Instruments perpendikular gestanden hat, oder welche auch dienen soll, um das Instrument mit seinem Mittelpunkte, lothrecht über einen bestimmten Punkt auf der Erde zu bringen.

§. 5.

So lange das Instrument so gerichtet ist, daß die beweglichen Glieder der Nuß, nämlich a b, und b c, das dreieckigte Prisma c d, und die Schnur d e, eine gerade senkrechte Linie mit einander bilden, als a b c d e, in Fig. 39, so lange wird man richtig messen. So bald aber die beiden Glieder der Nuß einen Winkel machen, er sei so gering als er immer wolle, so muß man offenbar unrichtig messen, weil der Mittelpunkt des Instruments, und der Punkt auf der Erde,

Erde, den das Loth ausweiset, nicht vertikal über einander liegen.

§. 6.

Man sehe nur, um sich davon zu überzeugen, Figur 40. an. Die Linie, g a h, sei hier das horizontal gestellte Instrument, man mag sich dabei eine Mensel, ein Astrolabium, oder eine Boussole gedenken; a b das oberste Glied der Nuß; b c das unterste Glied der Nuß; c d das dreieckigte Prisma des Stativs; und d e das unten angebrachte Loth, oder der Faden mit einer Kugel.

Das oberste Glied der Nuß bildet hier, mit dem untersten Gliede der Nuß, und dem dreieckigten Prisma, einen stumpfen Winkel, a b c. Sobald in dem Punkte b der geringste Winkel entstehet, so wird auch bei d ein Winkel, c d e entstehen, der dem Winkel bei b gleich ist, weil beide, Wechselwinkel von einander sind. Alsdann werden auch die Theile a b, b c, c d, und d e, keine gerade Linie zusammen bilden, und wenn dieses ist, wird auch das Instrument nicht mit seinem Mittelpunkte, a, lothrecht über den Stazionspunkt, e, zu stehen kommen. Ueber den Punkt f auf der Erde, wird der Punkt a lothrecht liegen, da er doch eigentlich über den Stazionspunkt, e, auf der Erde, senkrecht zu stehen kommen sollte. Und solche falsche Stellung des Instruments giebt offenbar, im Messen, einen ganz unrechten Winkel, eben so, als wenn man mit einem Astrolabium mißt,

das nicht genau aus seinem Mittelpunkte gerichtet werden kann.

Wenn auch die Winkel bei b und d, dem Auge fast unmerklich sind, so können sie doch schon einige Zolle Unterschied zwischen den Punkten f und e, verursachen, und dieser Unterschied wird desto größer sein, je länger der Theil b d ist.

§. 7.

Man bedenke nun, was daraus für Unrichtigkeiten entstehen müssen, wenn man insonderheit mehrere Winkel aus einem Punkte, e, messen soll, da jeder unter diesen zu messenden Winkeln natürlicher Weise unrichtig ausfallen muß. Der eine soll ein spitziger Winkel werden, durch den falsch angenommenen Scheitelpunkt aber, wird er vielleicht ein stumpfer; der andere soll ein stumpfer Winkel werden, aber die falsche Stellung des Instruments macht ihn zu einem rechten, oder gar spitzen Winkel. Kurz, ein jeder weicht von der Wahrheit auf verschiedene Weise ab.

Hat man nun aus mehr als einem Standpunkte ein Feld aufzunehmen, und in jedem Standpunkte verschiedene Winkel zu messen, ein jeder dieser Winkel wird aber, durch den falsch angenommenen Standpunkt, nur etwas abgeändert: was wird aus der Figur werden, die man nach solchem Verfahren zu Papiere bringt? Sollte sie wohl je der aufzunehmenden Figur im Felde ähnlich werden können?

Ist

Ist es daher wohl zu verwundern, daß man so viel verzeichnete und verkrüppelte Risse und Plane zu sehen bekömmt *)? Ist es zu verwundern, daß, wenn auch ein und eben derselbe Feldmesser, ein Feld mehrmalen mißt, die Messung dennoch immer verschieden, und oft gar sehr ungleich ausfällt?

§. 8.

Man irret sich also sehr, wenn man glaubt: wenn nur das oberste Gelenke der Nuß, a b, senkrecht stehet, und das Loth, d e, gerade auf den bestimmten Stazionspunkt weiset: so sei das Instrument schon

*) Ich habe mich zwar bei meinem herausgegebenen Grundrisse von Quedlinburg und den anliegenden Feldern, auch eines Stativs mit einer Nuß bedienet: aber dennoch bin ich von seiner Richtigkeit vollkommen überzeugt. Denn erstlich war dies ein Stativ mit einem Fuße, also ohne Loth. Wenn solcher Fuß senkrecht gestellet, und das Instrument darauf immer in horizontaler Richtung erhalten wird, so kann der Stazionspunkt nicht verfehlet werden. Zum andern hatte ich auch verschiedene Vortheile zur genauesten Berichtigung des ersten Entwurfs, wovon ich schon im 2ten Abschnitte, Kap. II. §. 34. etwas erwähnet habe, die ich hier aber nicht alle beschreiben kann.

Damals hielt ich es noch für einen Fehler des Stativs, daß es nur einen Fuß hatte, und ließ mir nachgehends ein dreifüßiges machen, unten mit einem Lothe versehen. Durch eignes Nachdenken und durch Erfahrung eines bessern belehet, habe ich aber diese Einrichtung noch fehlerhafter gefunden, als die erste, und das Stativ abermals umändern lassen. Diese neue vortheilhaftere Einrichtung werde ich in dem Folgenden beschreiben.

vollkommen richtig gestellet. Man erhält dabei allezeit, anstatt der erforderlichen, geraden, senkrechten Linie, a b c d e, (Figur 39.) eine zwiefach eingeknikte Linie, wie Figur 40. zeigt. Und wenn in derselben die Theile a b und d e senkrecht stehen, so harmoniren die Punkte a und e niemals mit einander.

Aus den angezeigten Gründen wird man nun hinlänglich einsehen, daß durch die Nuß, und durch die gewöhnliche Einrichtung des Stativs, dieser Endzweck gar nicht erreicht werde. Denn eine jede Bewegung der Nuß, wodurch das oberste Glied von der geraden Linie mit der untersten abweicht, und also mit demselben einen Winkel bei b verursachet, macht unfehlbar, daß der Punkt a, der Mittelpunkt des Instruments, nicht lothrecht über den Stazionspunkt e bleiben kann. Und dann kann man nie das rechte Maas des Winkels erhalten.

§. 9.

Will man also noch fortfahren, eine Nuß zu gebrauchen, so muß man das oberste Glied genau so stellen, daß es mit dem untersten Gliede eine gerade Linie bilde, wie in Figur 39, in dieser Richtung die Kugel unverrückbar festschrauben, oder gar einkütten, und sie in keinem Falle aus dieser Stellung bringen.

Allein man siehet leicht, daß es alsdann eben so gut sei, als ob man gar keine Nuß an dem Instrumente habe. Denn was hilft eine Nuß, wenn man sie nicht bewegen kann? Ein gerader Stab, der oben

einen

einen meßingenen Zapfen hat, auf welchen das Instrument mit seiner Hülse gesezt werden kann, an welchem es sich horizontal bewegen, und nach Gefallen festschrauben läßt, thut eben dieselbigen, und noch bessere Dienste, als eine theure Nuß leisten kann, wenn man die Kugel in ihren Kapseln nicht bewegen darf.

§. 10.

Oder man kann auch, um die Nuß noch einigermaaßen zu gebrauchen, in der untersten Kapsel, in der Mitte, da wo sonst der Kork zu liegen pflegt, einen konischen Zapfen senkrecht einschrauben, und in die Kugel unterwärts ein Loch bohren lassen, in welches dieser konische Zapfen genau einpaßt, damit die Kugel keiner andern, als einer horizontalen Wendung fähig bleibe, und das oberste Glied immer mit dem untersten eine gerade Linie bilde. Dies wäre insonderheit bei solchen Instrumenten gut, wo der Hals der Kugel gleich an dem Instrumente unmittelbar befestiget ist, und nicht in einer Hülse sich drehet, welche unten an dasselbe angeschroben ist. An einem alten holländischen Astrolabium, das mit besonderm Fleiße ausgearbeitet war, habe ich schon eine ähnliche, sehr künstliche Einrichtung mit Verwunderung wahrgenommen.

§. 11.

Ferner ist die gewöhnliche Art von Stativen unbequem und fehlerhaft, welche in einem dreieckigten Prisma bestehet, das auf drei beweglichen Füßen ruhet, und wobei unten, an dem dreieckigten Prisma, ein

Loth angebracht ist, den Stazionspunkt sicher zu treffen. Denn daß das Loth auf den Stazionspunkt hinweiset, ist zur richtigen Stellung des Stativs noch nicht genug. Das Prisma, und die ganze Nuß, müssen gleichfalls senkrecht stehen. Dieses wird aber, durch das Loth allein, nicht erlanget. Dieses kann richtig stehen, obgleich die übrigen Theile, die auch senkrecht stehen sollten, schiefe Richtung haben. Und wenn dieses ist, so wird auch der richtige Stazionspunkt, durch Hülfe des Loths, nimmermehr getroffen werden können.

§. 12.

Ein gewöhnliches Stativ, oben mit einer Nuß, und unten mit einem Lothe versehen, ist also eine sehr wacklichte, unbrauchbare Maschiene, die lange genug den Feldmessern das Leben sauer gemacht. Man muß daher auf eine andere Erfindung denken, der ganzen Maschiene, deren Theile in Figur 39, mit a b, b c, c d, d e bezeichnet sind, eine sichere senkrechte Richtung zu geben. Und dieses glaube ich ist leicht.

§. 13.

Ich habe zu dem Ende an meinem Stative folgende Einrichtung getroffen. (Man sehe Figur 43.) Unter dem dreieckigten Prisma, a a, an meinem Stative, habe ich unten das Loth weggenommen, und dagegen senkrecht einen langen Stachel, b c, oder einen länglichten, hölzernen Kegel ansetzen lassen, der ungefähr $\frac{1}{4}$ Elle kürzer ist, als die Füße des Stativs, wenn es zusammengelegt ist.

Oben

Oben auf das Prisma habe ich einen zilinderförmigen Aufsatz, d d, setzen lassen, in der Dicke des äußersten Umfangs, welchen das Prisma hat. In der Mitte desselben raget oben der senkrechte Zapfen, e, heraus, auf welchen die Nuß gesezt wird, oder was man sonst dafür substituiren will.

An dem zilinderförmigen Aufsatz habe ich, auf 4 Seiten, senkrechte Linien gezogen, und an jeder ein Loth angebracht. f, f sind zwei von den Schrauben, an welche die Füße, wie gewöhnlich, angeschroben werden. Zur Ersparung des Raums auf der Kupfertafel habe ich, in der Zeichnung, die Füße weggelassen, weil an denselben nichts besonderes zu sehen ist.

Wenn ich nun das Stativ mit dem Stachel, in den gegebenen Stazionspunkt, aufrecht eingesezt habe, so kann ich ihm leicht, durch Hülfe der 4 Lothe, die nöthige senkrechte Stellung geben. Bei dieser Operation werden die drei Füße des Stativs ganz schräge gelegt, oder auch durch einen Gehülfen in die Höhe gehalten, damit sie der Richtung des Stativs nicht hinderlich sind.

Wenn nun das Stativ senkrecht gerichtet ist, so lasse ich die drei Füße mit ihren beschlagenen Spitzen niedersinken, schraube sie fest, und drücke nachmals das ganze Stativ hart in die Erde, daß alle Füße mit ihren Stacheln fest stehen.

Ich habe hiervon den Vortheil, daß ich nicht, wie sonst, bald diesen, bald jenen Fuß verrücken darf, um das Loth auf den rechten Punkt zu bringen, welches immer viele Umstände machte. Denn hier fallen die Füße, durch ihre eigene Schwere, in ihre gehörige Lage, der Boden mag gleich oder ungleich sein.

Nun setze ich die Nuß auf, nachdem ich vorher den Hals der Kugel senkrecht gestellet, und unbeweglich festgeschroben habe, so daß beide Glieder mit einander eine unverrückbare senkrechte Linie machen. Endlich setze ich das Instrument selbst, mit seiner Hülse, auf den Hals der Kugel, richte es nach dem entfernten Meßstab, oder was es sonst für ein Objekt sein soll, das den ersten Schenkel des zu messenden Winkels bestimmt, und schraube es fest.

Auf die Art bekomme ich allezeit, mit leichter Mühe, die richtige senkrechte Stellung des Stativs heraus, und durch diese zugleich auch die horizontale Lage der Mensel, oder des Astrolabiums. Denn die leztere hängt von der erstern ab. Und nun bin ich versichert, daß mein Instrument, mit seinem Mittelpunkte, senkrecht über dem Scheitelpunkt des zu messenden Winkels stehe.

Auch des Gebrauchs der Setzwage, der Wasserblase, oder eines andern Werkzeuges, wodurch man sonst die horizontale Richtung des Instruments herauszubringen sucht, kann man, bei dieser Einrichtung des Stativs, gänzlich überhoben sein.

§. 14.

Wenn man ja nicht die Mensel unten mit einem Stachel machen lassen will, so muß man wenigstens solche Vorkehrung zu treffen suchen, daß auch das Prisma c d, in Figur 39, eben so gut als das Loth d e, senkrecht zu stehen komme. Aber keine Einrichtung scheinet mir hierzu bequemer und sicherer zu sein, als wenn man, wie ich gezeiget habe, das Prisma unterwärts kegelförmig verlängert, daß die Spitze des Kegels senkrecht auf dem Stazionspunkte ruhen kann.

Man könnte allenfalls auch die drei beweglichen Füße des Stativs völlig entbehren, und es bloß mit dem zugespizten Kegel, der aber alsdann gut beschlagen sein muß, senkrecht in die Erde drücken. Solche Arten von Stativen hat man auch schon hin und wieder gebraucht. Aber es scheinet mir doch das Stativ einen weit festern und sicherern Stand zu bekommen, wenn man noch überdies drei Füße dabei zu Hülfe nimmt, die sich festschrauben lassen.

§. 15.

Eine ähnliche Erfindung eines Stativs, das unten kegelförmig zugespizt ist, und mit seiner Spitze in den Stazionspunkt eingesezt wird, auch überdies noch mit drei Füßen versehen ist, die aber senkrecht angebracht sind, ist schon alt. Sie scheinet mir aber weniger Bequemlichkeit zu haben, als die, welche ich mir ausgedacht und jezt beschrieben habe. Daher will ich mich hier bei der Beschreibung derselben nicht aufhalten.

§. 16.

Die Nuß kann also gänzlich wegfallen, und auch das Loth, welches sonst unten an dem Stative angebracht ist. Bloß zu Höhenmessungen, wo das Instrument vertikal auf das Stativ gesezt werden muß, wäre allenfalls noch eine Nuß zu gebrauchen. Denn da kann man einen Faden, woran unten eine Kugel hängt, an den Mittelpunkt des vertikal gestellten Instruments anhalten, und auf die Art den Stazionspunkt auf der Erde suchen. Und wenn man auf einen gegebenen Punkt das Astrolabium vertikal stellen soll, so läßt sich allenfalls die nöthige Entfernung des Stativs von dem Standpunkte, nach der Entfernung des Mittelpunkts des Astrolabiums von dem Mittelpunkte der Nuß, abmessen und bestimmen.

Aber auch ein bloßer meßingener Zapfen, der zu diesem Gebrauche an dem Kopfe des Stativs horizontal angebracht ist, kann die Stelle der Nuß bei den Höhenmessungen vertreten.

§. 17.

Hätte ich mir nicht schon eine Nuß angeschafft, so würde ich mir gewiß jezt keine machen lassen, da ich sie, als ein völlig unnützes Werkzeug für einen Feldmesser, habe kennen gelernt. Ich würde mir lieber, statt der in Kapseln eingeschlossenen Kugel, bloß einen zilindrischen Zapfen von Messing haben abdrehen lassen, den man, wie eine Nuß, auf dem Stative befestigen könnte. Auf diesen zilindrischen Zapfen würde

ich

ich das Instrument selbst, mit seiner unten angeschrobenen Hülse, setzen, in welche der beschriebene Zapfen eingeschmörgelt sein muß.

Durch eine Schraube, die horizontal durch die Hülse gehet, und an den Zapfen antritt, würde ich das Instrument an demselben, nachdem es gerichtet worden, unbeweglich machen können. Und diese Vorrichtung wäre gewiß sehr wohlfeil und einfach.

§. 18.

Man macht sich zwar dabei die scheinbare Besorgniß, daß man, durch die geringste Berührung der Schraube, das Instrument wieder aus seiner Richtung bringen würde, indem man sie anziehen wollte: (und dies ist auch, wenn man die Vortheile dabei nicht weiß, leicht möglich.) Allein man schraube, ehe man das Instrument nach dem Objekt im Felde hinrichtet, die Schraube so weit an, daß das Instrument nicht mehr auf dem Zapfen, gleich einer Magnetnadel, horizontal herum spielen kann, sondern etwas schleift, und daß die Schraube nur noch eines kleinen Rucks bedarf, um völlig unbeweglich zu werden: so wird sich das Instrument, bei dem Anschrauben, nicht weiter verrücken können. Unvermeidlich aber ist dieses, wenn man die Schraube ein- oder zweimal herumdrehen muß, ehe sie fest stehet, welches ich schon in dem vorhergehenden Abschnitte (Kap. I. §. 11.) zu erinnern Gelegenheit genommen habe.

§. 19.

§. 19.

Noch besser aber würde man thun, wenn man die Hülse, mit welcher das Instrument auf den messingenen Zapfen aufgesezt wird, mit zwei Stellschrauben, von zwei entgegengesezten Seiten her, versehen ließe. Wenn man nun beide Stellschrauben, ehe man das Instrument gerichtet hat, so weit anschraubt, daß sie an dem Zapfen schleifen: so wird es gewiß nicht flüchtig herumlaufen, und wenn man es nach geschehener Richtung ganz festschraubt, so wird es desto sicherer und unbeweglicher stehen.

§. 20.

Am besten aber würde ein horizontales Rad, mit einer so genannten ewigen Schraube, welche in die Kammen desselben eingreift, hier anzubringen sein, als man unter einer Zollmannischen Scheibe zu haben pflegt, um die horizontale Bewegung des Instruments, nach beiden Seiten herum, recht sicher und leicht herauszubringen, jedoch mit Beibehaltung der übrigen Einrichtung des Stativs, wie ich solche jezt beschrieben habe.

§. 21.

Wohlfeiler und leichter zu haben aber ist folgende bequeme Einrichtung, welche in Figur 41. abgebildet ist, und welcher ich mich in Zukunft bedienen werde.

Die ganze Maschiene ist von Messing, und aus drei Haupttheilen zusammengesezt. aa bb cc, ist

das

das Untertheil, welches auf das Stativ zu stehen kommt. q r bezeichnet die Holung des Schuhes, in welche der hölzerne Zapfen des Stativs hineinpaßt. Das jezt beschriebene Untertheil kann aus zwei Stücken, bei b b, zusammengefuget und in einander gelöthet sein.

Das mittelste Stück bestehet aus einer runden Scheibe, e e, (hier siehet man sie en profil, darum fällt sie als ein Stab ins Auge) die um den zilindrischen Zapfen, g f, gelöthet ist. Der Zapfen f, oder das unterste Stück des Zilinders, muß in die Hülse, a a, b b, genau eingeschmörgelt sein.

Ueber den obersten Theil des Zilinders, oder den Zapfen g, paßt die Hülse, k k, l l, m m, genau auf, und macht das Obertheil der Maschiene aus.

h h ist ein viereckigte oder auch runde Platte, welche auf die Hülse, k k, l l, m m, aufgelöthet, und mit vier kleinen Schrauben an das Instrument geschroben wird, so daß der Mittelpunkt i genau auf den Mittelpunkt des Instruments paßt. n und d sind zwei Schrauben, womit die Hülsen an die Zapfen g und f festgeschroben werden können.

An dem untersten Rande, m m, der obersten Hülse ist ein viereckigtes Stäbchen, m o, horizontal angelöthet, welches über die Scheibe, e e, worauf es zu liegen kommt, bei o, etwas wegstehet. p stellet eine Schraube vor, welche an das Stäbchen, m o, andränget. Die Schraubenmutter aber, welche hier in

der

der Zeichnung nicht mit ausgedrückt werden konnte, ist auf die Scheibe e e, gelöthet. Durch Hülfe dieser Schraube, die von Stahl sein kann, wird das Obertheil der Maschiene in Bewegung gesezt. Die Schraube und das Stäbchen, wo sie andrängt, will ich nachgehends durch eine besondere Figur erklären.

Nachdem man das Untertheil, a a, b b, c c, auf den hölzernen Zapfen des Stativs gesezt hat: so legt man die Scheibe, e e, auf das Untertheil, so daß der Zapfen, f, in die Hülse, a a, b b, zu liegen komme.

Nun sezt man das Instrument, mit der darunter geschrobenen Hülse, m m, l l, k k, über den Zapfen g, und rückt das Stäbchen, m o, dicht an die Schraube.

§. 22.

Will man nun das Instrument nach einem gewissen Objekt im Felde richten, so schraubt man, durch die Schraube n, erst das Obertheil an den Zapfen g fest, die Schraube d aber löset man.

Nun faßt man die Scheibe e e, und drehet damit das Instrument, wie man es haben will.

Hat man auf die Art das Objekt, mit den Dioptern, ziemlich gefaßt, so ziehet man die Schraube d, an, daß sie an den Zapfen f antritt, und die Scheibe e e, unbeweglich macht.

Ist nun, durch dies Anschrauben, das Instrument wieder von dem Objekte abgerückt worden: so löset man die Schraube n, und schraubt mit der Schrau-

be

be p, das Obertheil der Maschiene weiter herum, bis man das Objekt wieder mit den Dioptern faßt. Ist aber das Instrument schon etwas zu weit herumgedrehet, und soll also, in der entgegengesezten Richtung, wieder zurücklaufen: so schraubet man die Schraube p wieder zurück, und drücket dabei, mit dem Finger, das Stäbchen, m o, gegen die Schraube. Soll die Bewegung wieder vorwärts gehen, so schraubt man die Schraube p wieder an. Weil dieses die sanfteste Bewegung des Instruments verursacht: so kann man es dadurch mit aller nur möglichen Genauigkeit stellen.

Mit der Scheibe, e e, wird also zuerst die gröbere Bewegung gemacht, und durch die Schraube, p, giebt man nachgehends dem Instrumente die feinste Richtung. Wenn es nun ganz genau gestellet ist, so drückt man das Stäbchen, m o, fest an die Schraube p, daß das Instrument nicht wieder verrückt werde, und ziehet dabei die Schraube n, an: so wird die ganze Maschiene unbeweglich stehen.

§. 23.

Figur 42 stellet die Scheibe e e, en face vor, nebst dem Rande m m, dem Stäbchen m o, und der Schraube p.

Die Schraubenmutter q, worin die Schraube p läuft, ist auf der Scheibe e e festgelöthet, und von Messing gemacht, die Schraube selbst aber kann von Stahl sein.

Die

Die Schraubenmutter muß aber so auf die Scheibe gesezt sein, daß sie mit dem Stäbchen n o, einen rechten, oder auch einen etwas stumpfen Winkel, bei q macht.

§. 24.

Diese jezt beschriebene Maschiene, deren man sich statt der Nuß bedienen kann, halte ich für die allersimpelste, vollkommenste, wohlfeilste. Jeder Gürtler, der eine Drehbank hat, kann sie machen.

Anstatt der Schrauben p, und des Stäbchens m o, kann man auch leicht eine ewige Schraube anbringen. Wenn man um den Rand, m m, ein Rad ansetzet, das ungefähr einen noch einmal so großen Radius hat, als der Rand m m, und in die Kammen dieses Randes die ewige Schraube eingreifen läßt, die auf der Scheibe e e angebracht ist: so kann man, nachdem man vorwärts oder rückwärts schraubt, dem Instrumente nach allen Seiten herum die sanfteste und sicherste Bewegung geben. Und bei dieser Einrichtung fällt die Schraube n weg.

Mit einer solchen Einrichtung des Stativs, und des messingenen Aufsatzes darauf, welcher die Stelle der Nuß vertritt, wird man allezeit sicher messen, und nie den rechten Stationspunkt verfehlen. Alles Wacklichte wird dabei wegfallen, was bei einem gewöhnlichen Stative, mit einer Nuß, und einem Lothe, die Arbeit erschweret und unsicher macht.

§. 25.

Einen Umstand muß ich hier noch bemerken, der zur Erläuterung der Figur 41. dienet. Man wird aus der Zeichnung sehen, daß die beiden Zapfen, g und f, nicht völlig zilinderförmig sind, sondern etwas spitzig zu laufen. Dieses halten die Arbeiter in Messing deswegen für gut, weil sich die Zapfen, auf die Art, leichter in die Hülsen einschmörgeln lassen, als wenn sie allerwärts gleiche Dicke, hätten.

Ferner wird man auch aus der Zeichnung finden, daß die Zapfen, am Ende, eine kleine konische Vertiefung in dem Mittelpunkte haben. Wenn nun, in dem Grunde der Hülsen, kleine konische Erhöhungen angebracht sind, welche in diese Vertiefungen genau einpassen: so hat diese Einrichtung den Nutzen, daß die Zapfen desto sicherer, in den Hülsen, sich herum bewegen, ohne im mindesten zu schwanken. Doch kann allenfalls auch diese Einrichtung völlig wegfallen, der Brauchbarkeit des Instruments unbeschadet, wenn die Zapfen, und die Hülsen darüber, lang genug sind, und genau in einander passen.

§. 26.

Mehrere Arten, die sanfte horizontale Richtung des Instruments herauszubringen, will ich jetzt nicht anführen. Meine Hauptabsicht war nur, zu zeigen, daß die theure Nuß, zum Feldmessen, ein völlig unnützes Werkzeug sei, und daß auch das Stativ eine andere Einrichtung, als die gewöhnliche, erfordere, wenn man richtig messen, und nicht eitel falsche Winkel

bekommen will. Und dies glaube ich nun schon hinlänglich bewiesen zu haben.

§. 27.

So einleuchtend meine angeführten Gründe für denjenigen sind, der sie, ohne von Vorurtheilen eingenommen zu sein, überdenkt: so befürchte ich dennoch, daß es manchem, aus Vorliebe zu dem Hergebrachten, und aus blindem Zutrauen zu den geschickten Männern, die sich bisher eines Stativs, oben mit einer Nuß, und unten mit einem Lothe versehen, bedienet haben, schwer fallen werde, sich zu überwinden, meinen Bemerkungen beizupflichten, und den Gebrauch eines so allgemein beliebten Werkzeuges, das sich so lange, in allen Gegenden der Welt, unter Gelehrten und Ungelehrten, in Ansehen erhalten hat, aufzugeben.

§. 28.

Wer sich also in dieser Lage fühlet, der beliebe meine Meinung nochmals, in folgender kurzgefaßten Gedankenreihe zu übersehen, und sie mit Figur 40. zu vergleichen.

g a h muß allezeit horizontal liegen.

Folglich muß a b allezeit eine senkrechte Linie machen.

d e kann nicht anders als senkrecht stehen.

Stehet nun b d nicht auch senkrecht: so kann der Punkt b nicht lothrecht über e zu liegen kommen, und folglich auch a nicht.

Soll

Soll also a lothrecht über e zu liegen kommen, so müssen alle die 3 Theile, a b, b d und d e, allezeit eine gerade Linie mit einander bilden.

Sollen sie allezeit eine gerade Linie bilden, so ist ein gerader Stab das sicherste Instrument dazu.

Ein Instrument, das allezeit eine zweifach eingeknickte Linie, a b c d e, bildet, ist hierzu nicht brauchbar.

Ein Stativ, oben mit einer Nuß, und unten mit einem Lothe versehen, bildet aber allezeit eine zweifach gebrochene Linie, so bald das oberste und unterste Glied der Nuß nur den geringsten Winkel mit einander machen.

Folglich müssen die Theile, a b und b c d, immer in einer geraden Linie bleiben, als in Figur 39, und das Gelenke der Nuß darf gar nicht gebraucht werden.

Daher ist die Nuß ein ganz unbrauchbares Werkzeug, und das Loth unter der Mensel ist nicht hinlänglich, den Punkt a über den Punkt e zu bringen, wnnn nicht die Theile, a b und b c d, mit d e eine gerade Linie machen.

Diese Gründe, dächte ich, wären hinlänglich, einen jeden, der Wahrheit sucht, zu überzeugen: die bisherige Einrichtung der Nuß und des Stativs tauge nichts. Ein gerader Stab hingegen, oder ein Kegel, wie ich ihn jezt beschrieben habe, senkrecht in die Erde gesezt, thue hier die beßten Dienste.

§. 29.

Bei dem ersten Anblicke meiner kühnen Behauptungen, wird man sich freilich wundern, und dagegen den Einwand machen: „Wie könnte man glauben, „daß die Nuß, und die bisher übliche Art des Stativs, „ganz unnütz und unbrauchbar sein sollte, da diese Ein„richtung nun schon so geraume Zeit hindurch, von „den größten und einsichtsvollsten Mathematikern ge„braucht und empfohlen worden! Sollten denn alle „Messungen, die man bisher gemacht hat, falsch und „unbrauchbar seyn? — und von keinem wäre dieses be„merkt, und die Ursach davon entdeckt worden?“ —

§. 30.

Ich bekenne es, daß dieser Einwurf auffallend, und schwer zu beantworten sei: allein was den ersten Punkt anbetrifft, wie es nämlich zugehe, daß man so lange eines fehlerhaften Instruments sich habe bedienen können? so glaube ich, die beßte Antwort darauf sei diese, welche ich schon in dem zweiten Abschnitte, Kap. I. §. 39, 40, 41, bei einer ähnlichen Gelegenheit, gegeben habe.

„Gelehrte Mathematiker pflegen sich mehr mit „tiefsinnigen Spekulazionen auf ihrer Studierstube, „als mit Instrumenten, die zum Feldmessen gehören, „abzugeben, und die mehresten praktischen Feldmesser „haben nicht Theorie genug, um die Fehler und Unbe„quemlichkeiten, welche ihnen in der Arbeit aufstossen, „zu untersuchen, ihre Folgen und Ursachen aufzuspüren, „und bessere Vorschläge auszusinnen.“

Eben

Eben der Gedanke: „Die größten Männer haben sich ja schon so viele Jahre hindurch dieser Instrumente und Handgriffe bedienet, und sie in ihren „Schriften empfohlen," macht sie sicher, bei dem erlernten Gebrauche ihrer Instrumente. Sie sind daher mißtrauischer gegen ihre eigene Geschicklichkeit, die Regeln der Gelehrten in Ausübung zu bringen, als gegen die Regeln selbst. Sie glauben, alle praktischen Regeln und angegebenen Handgriffe der berühmten Mathematiker sind eben so sicher und zuverläßig, als die Lehrsätze, die sie vortragen.

Dieses Vorurtheil scheinet es hauptsächlich zu sein, was die Ungelehrten von manchen nützlichen Untersuchungen abhält, zu welchen eigene Erfahrung sie leiten könnte.

Indessen muß ich bekennen, daß das Ansehen so vieler großer Männer, die sich bisher des von mir verworfenen Werkzeuges bedienet haben, mich selbst eine Zeitlang gegen meine Bemerkungen zweifelhaft und mißtrauisch gemacht hat, bis ich mich, durch öfteres Nachdenken und wiederholte Versuche, von der Wahrheit und Richtigkeit meiner gemachten Entdeckungen versicherte. Ich habe daher mehr Ursach, mich über mich selbst, als über andere zu wundern, daß ich bisher so viel an der Verbesserung des Meßtisches und des Astrolabiums gearbeitet, und doch nicht sogleich die Unbrauchbarkeit der Nuß, und den Fehler des Stativs bemerkt habe.

§. 31.

Was den andern Punkt anbetrifft, daß, wenn meine Entdeckung richtig wäre, alle Messungen, alle Risse und Karten, die man mit solchen verworfenen Werkzeugen gemacht hätte, falsch sein müßten: so muß ich erinnern, daß diejenigen, welche immer dahin gesehen, daß bei ihrer Richtung des Instruments der Theil des Stativs, welchen ich, in Figur 40, mit b c d bezeichnet habe, mit dem Lothe d e eine gerade Linie gemacht, wenn es auch nur nach einem guten Augenmaaße geschehen sein sollte, allenfalls richtig gemessen haben können. Auch bei meinen Versuchen mit der Mensel habe ich schon diese Vorsicht immer genau beobachtet, und sie deshalb auch in dem zweiten Abschnitte, Kap. I. §. 14. ausdrücklich empfohlen, ehe ich noch die völlige Unbrauchbarkeit der Nuß entdeckt hatte.

§. 32.

So viel sahe ich also schon damals ein, als ich den zweiten Abschnitt dieses Buchs niederschrieb, daß das Prisma des Stativs, mit dem Lothe darunter, immer eine gerade Linie bilden müsse.

Ich hätte also nur noch einen Schritt weiter gehen, und bedenken dürfen, daß also auch die beiden Glieder der Nuß immer senkrecht über einander stehen müssen, wenn man den Mittelpunkt der Mensel über den bestimmten Stazionspunkt bringen will, und daß dieses hauptsächlich auch beim Gebrauche des Astrolabiums, der Boussole und der Zollmannischen Scheibe

be allezeit unumgänglich nothwendig sei: so würde ich schon damals die Nuß als ein ganz unnützes Werkzeug erkannt, mein Stativ verbessert, und solches in dem ersten Kapitel des zweiten Abschnitts angeführt haben.

§. 33.

Ferner ist zu merken, daß, nach der bisher üblich gewesenen Art die Mensel zu gebrauchen, gar nichts darauf ankomme, ob alle Theile des Stativs, und der Nuß (siehe Figur 39.) mit einander in einer geraden senkrechten Linie liegen, oder nicht, weil da der Stazionspunkt nie in der Mitte, sondern gemeiniglich nach dem Rande der Mensel zu, angenommen wird; man müßte denn ein kleines Feld, aus einem in der Mitte liegenden Standpunkte, aufnehmen wollen.

Allein wenn auch gleich bei dem gewöhnlichen Gebrauche der Mensel, durch den verfehlten Stazionspunkt, keine Unrichtigkeiten zu besorgen wären: so sind doch andere Fehler dabei unvermeidlich, wie ich in dem ersten Kapitel des vorhergehenden Abschnitts hinlänglich gezeiget habe, so daß man billig nie anders, als aus dem Mittelpunkte, die Mensel richten sollte, es sei denn, daß man nur aus einem einzigen Stazionspunkte zu messen hätte.

Richtet man aber die Mensel aus ihrem Mittelpunkte, wie ich in dem vorhergehenden Kapitel gelehret habe, so wird nothwendig eine senkrechte Stellung des ganzen Stativs, und beider Glieder der Nuß, dazu erfordert, so wie auch vorzüglich bei dem Gebrauche des

Astrolabiums, der Boussole und der Zollmannischen Scheibe.

Und wer hierbei diese senkrechte Stellung vernachläßiget, kann sicher glauben, daß er falsch gemessen habe.

§. 34.

Aus diesem Abschnitte erhellet also, daß man bisher, bei dem Gebrauche des Winkelmessers, unstreitig große Fehler begangen habe, und aus dem vorhergehenden Abschnitte ist es offenbar, daß man mit der Mensel, aus mehrern Stazionspunkten, nicht richtig messen könne. Sollte daher das Feldmessen nicht einer großen Verbesserung bedürftig sein? —

In wiefern nun die gelehrte Welt meine jezt gelieferten Versuche, zur Erleichterung der praktischen Geometrie, diesem Endzwecke gemäß finden werde, muß ich erwarten. Leidenschaftlicher Widerspruch ist gewiß dabei vorher zu sehen, weil keiner gern geirret haben will. Aber dennoch glaube ich, durch den Beifall unpartheiischer Kenner, dagegen schadlos gehalten zu werden, weil Gründe und Erfahrung auf meiner Seite sind.

Vierter Abschnitt.

Von einem neuen Winkelmesser, mit welchem man bis auf einzelne Sekunden richtig messen kann.

§. 1.

Das beßte unter den bekannt gewordenen Astrolabien mißt noch nicht auf einzelne Sekunden richtig, sondern höchstens nur auf 11 Sekunden. Und diese Schärfe im Messen erfodert die größte Aufmerksamkeit, Vorsichtigkeit und Anstrengung des Gesichts; ja ein Vergrößerungsglas ist dabei unentbehrlich, wenn man die engen Theilstriche genau genug beobachten will. Man lese hierüber Mayers praktische Geometrie, Th. I, §. 101.

Ich habe daher darauf gedacht, einen andern Winkelmesser zu erfinden, dessen Gebrauch weniger Anstrengung des Gesichts, und doch zugleich mehrere Genauigkeit im Messen verschaft, und ich glaube, meines Zwecks dabei nicht verfehlet zu haben.

Das Instrument selbst, welches ich mir zu dem Ende ausgedacht habe, ist schon fertig, bis auf einige

Kleinigkeiten, die just nicht zur Hauptsache gehören. Aber weil diese Nebendinge noch nicht berichtiget sind, so habe ich auch eine völlig umständliche Beschreibung dieses neuen Instruments, und des Gebrauchs desselben, hier noch nicht liefern können. Denn dieses erfordert eine besondere Abhandlung, mit einigen Kupfertafeln. Erst alsdann, wenn ich selbst alle mögliche Versuche damit werde aufgestellet haben, bin ich im Stande, etwas Gründliches und Ausführliches davon zu sagen. Daher bin ich hier nur eine vorläufige Nachricht, und kurze allgemeine Beschreibung davon zu geben gesonnen.

§. 2.

Dies Instrument ist von Messing gearbeitet, und bestehet aus einer halbrunden Platte, wie ein Transporteur, oder der Bogen eines gewöhnlichen Astrolabiums. Diese Platte ist aber nicht durchbrochen, wie an solchen Instrumenten die halbe Zirkelscheibe gewöhnlich zu sein pflegt, sondern der Bogen, auf welchem die abgetheilten Grade stehen, macht hier den Rand einer zusammenhängenden Fläche aus, welche in Figur 44, durch a a a, abgebildet ist, fast wie das Zifferblatt an einer Uhr.

Der abgetheilte Rand dieser messingenen Platte ist ein Halbzirkel, der, wie bei einem gewöhnlichen Astrolabium, in seine 180 Grade eingetheilt ist, und jeder Grad wieder in Viertelgrade. In der Fig. 44 habe ich, um kürzer davon zu kommen, den Rand nur in ganze und halbe Grade getheilt. Der Bogen hat $9\frac{3}{5}$ rheinländische Zolle im Durchmesser.

§. 3.

§. 3.

Fast in der Mitte der großen halbrunden Platte, etwas oberwärts, nach dem eingetheilten Rande hin, ist ein anderer, völlig zirkelrunder, erhabener Rand, b b, aufgeschroben, von $3\frac{9}{10}$ Zoll im Durchmesser. Dieser Rand ist, wie ein Zifferblatt an einer Minutenuhr, in 60 gleiche Theile getheilet, welche die Minuten ausdrücken, und jede Minute wieder in vier gleiche Theile, die, wie man leicht aus dem angegebenen Durchmesser des Zirkels schließen kann, noch ziemlich weitläuftig ausfallen müssen, da sie auf der verkleinerten Zeichnung noch hinlänglich deutlich erscheinen. Bei der 7ten, 22sten, 37sten und 52sten Minute siehet man die vier kleinen Schrauben mit ihren Köpfen herausstehen, womit der erhabne Rand aufgeschroben ist *).

In dem Mittelpunkte dieses, in Minuten und Viertelminuten eingetheilten, erhabenen Randes raget ein viereckter Stift, i, heraus, an welchem sich eine runde Scheibe bewegen läßt, die genau in den erhabenen Rand einpaßt; oder vielmehr, der viereckte Stift läßt sich, vermittelst der Scheibe, welche darüber gelegt ist, und genau über den viereckten Stift paßt, mit der Scheibe zugleich, herumdrehen. Dieser Stift endiget sich oberwärts in einer Schraube.

Um

*) Wie ein solcher Theil des aufgeschrobenen Randes, nämlich $\frac{1}{60}$ des Zirkels, hier eine Minute, oder den 60sten Theil eines Grades, vorstellen könne, dies wird aus dem Folgenden begreiflich werden.

Um den Mittelpunkt der Scheibe ist eine kleine zirkelförmige Erhöhung, k k, auf derselben befestiget, aus welcher diese Schraube herausraget. Diese Erhöhung ist deswegen nöthig, damit die dünne Scheibe desto sicherer an dem viereckten Stifte befestiget werden könne.

Auf diese Schraube, welche aus dem Mittelpunkte der Scheibe herausraget, wird eine runde Schraubenmutter geschroben, mit der Erhöhung von gleichem Durchmesser. Diese Schraubenmutter dienet dazu, daß die Scheibe von dem Stifte nicht abfallen könne.

Auf dieser Scheibe ist ein Weiser, schwarz eingelassen, gezeichnet, wie ein Weiser an einer Uhr, oder vielmehr wie eine Magnetnadel. Dieser zeigt die auf dem erhabenen Rande bemerkten Minuten und Viertelminuten an.

§. 4.

Auf dem äußersten Rande dieser Scheibe ist wieder eine Eintheilung angebracht, die durch ihre Bewegung in dem erhabenen Rande, wo sie just hineingepaßt ist, einen Vernier bildet, oder eigentlich 4 Verniere. Zwei derselben sind oben, bei dem Theilstriche der 60sten Minute angebracht, wo einer zur Rechten, von dem Theilstriche der 60sten Minute bis zum Theilstriche der 8ten Minute sich erstrecket, und der andere linker Hand hin, bis zum Theilstriche der 52sten Minute. Der Index von beiden ist die Spitze des Weisers,

sers, der in Figur 44, auf dem Theilstrich der 60sten Minute gestellet ist.

Der Bogen, welchen ein solcher Vernier in sich faßt, macht also 8 solcher Minuten aus, als ich §. 3. beschrieben habe, d. i. $\frac{8}{60}$ des ganzen Zirkels, oder $\frac{8}{15}$ eines Quadranten. Und jeder Raum von einer solchen Minute, oder $\frac{1}{60}$ des Zirkels, ist auf dem unbeweglichen Rande, inwärts, nach der beweglichen Scheibe zu, wieder um die Hälfte getheilet; folglich der ganze Vernierbogen $= \frac{8}{15}$ des Quadranten, in 16 gleiche Theile, deren jeder eine halbe Minute ausmacht. Auf dem Rande der beweglichen Scheibe aber, die sich genau an diesem Bogen herumdrehet, ist der Bogen von 8 Minuten, oder $\frac{8}{60}$ eines Zirkels, nur in 15 gleiche Theile zerlegt.

Denen, die einen Vernier kennen, wird es also begreiflich sein, wie durch diese Einrichtung der 15te Theil einer halben Minute, das sind 2 Sekunden, gefunden werden könne.

Hat man den Weiser just auf die 60ste Minute gestellet, und drehet die Scheibe links herum, so kann man auf dem Verniere rechter Hand finden, um wie viele Sekunden der Weiser fortgerückt ist; und drehet man die Scheibe rechts herum, so kann man auf dem Verniere linker Hand finden, um wie viele Sekunden der Weiser fortgerückt ist. Die Theilung von 2, 4, 6, 8 u. s. w. Sekunden findet man, durch die Theilstriche, ganz genau. Liegt der Winkel dazwischen, so schäzt man die eine, oder die halbe Sekunde, die er größer

oder

oder kleiner ist, als die benachbarten Theilstriche anweisen, nach dem Augenmaaße.

§. 5.

Die beiden andern Verniere sind unterwärts, bei dem Theilstriche der 30sten Minute angebracht; auch einer zur Rechten, der andere zur Linken. Der eine erstrecket sich von der 14ten bis zur 30sten Minute; der andere von der 46sten bis zur 30sten Minute. Jeder faßt also 16 Minuten in sich. Der Rand an der beweglichen Scheibe, der daran paßt, ist hier wieder in 15 gleiche Theile getheilet. Folglich theilet dieser Vernier eine Minute in 15 Theile, d. i. in 4 Sekunden. Der Index von beiden ist die andere Spitze des Weisers, welche in Figur 44, auf den Theilstrich der 30sten Minute gesezt ist. Bewege ich die Scheibe so, daß der Index rechts herumgehet: so kann ich durch den Vernier linker Hand finden, um wie viel Sekunden er fortgerückt ist. Bewege ich die Scheibe so, daß der Index links herum gehet: so kann ich auf dem Vernier rechter Hand finden, um wie viel Sekunden er weiter gegangen ist.

Also habe ich 4 Verniere an dem Instrumente. Zwei, welche die Winkel von 2 zu 2 Sekunden richtig bestimmen, und zwei gegenüber, welche den Winkel von 4 zu 4 Sekunden richtig bestimmen. Wenn man beim Messen nach beiden Arten von Vernieren siehet, so kann einer zur Berichtigung des andern dienen. Denn wenn man einen Winkel nach beiden Vernieren prüft, so darf das Maas desselben nicht über zwei Sekunden zweifelhaft bleiben, oder es ist ein Zeichen, daß eine Unrichtigkeit in den Theilstrichen, welche die beiden Verniere

bilden,

bilden, vorgegangen sein müsse, welches aber nicht leicht möglich ist, oder doch bald ausfindig zu machen wäre.

Auch die beiden Verniere, die neben einander stehen, können wechselsweise einander zur Prüfung dienen, wie jeder, der den Gebrauch der Verniere kennet, bei einigem Nachsinnen von selbst finden wird.

Will man sich auch damit begnügen, nur bis auf $\frac{1}{4}$ einer Minute genau zu messen: so braucht man nur nach dem Weiser selbst zu sehen, weil der erhabene Rand in der Mitte in Viertelminuten getheilet ist.

§. 6.

Man siehet leicht, daß man die Verniere auch füglich so einrichten könne, daß man jede einzelne Sekunde, ja auch noch kleinere Theile eines Winkels, dadurch finden könne. Denn man brauchte nur den Raum von 4 Minuten auf der beweglichen Scheibe, welche ich in Zukunft die Vernierscheibe nennen werde, in 15 gleiche Theile abzutheilen, so würde der Vernier, zur Bestimmung einzelner Sekunden, schon fertig sein, weil man auf dem unbeweglichen Rande schon jede Minute in 4 Theile getheilet findet, und also auf dem Raume von 4 Minuten 16 gleiche Theile hat. Allein dies hielt ich für überflüßig, weil dennoch andere Hindernisse, worüber ich mich hier nicht weiter erklären kann, eine genauere Messung unmöglich machen würden, wenn man auch die Verniere, zu noch mehrerer Genauigkeit im Messen, abgetheilet hätte. Auch hielt ich es für einen großen Vortheil, einen Vernier mit weitläuftigen Theilstrichen zu haben, welcher aber durch

einen

einen Vernier, der zu noch mehrerer Schärfe eingerichtet wäre, vermindert werden würde.

§. 7.

In dem Mittelpunkt, d, der großen Scheibe, oder vielmehr des in 180° eingetheilten Randes der großen Scheibe, raget wieder ein stärkerer Zapfen heraus, um welchen sich ein bewegliches Diopterlineal c, herumdrehen läßt, das man durch eine Schraube, nach Gefallen, leicht beweglich, oder auch fest stellen kann, und das die ganzen, halben und Viertelgrade auf dem Rande der großen Platte anzeigt.

Dies Instrument wird auf eine Nuß gesezt, und so aufs Stativ gebracht, wie ein gewöhnliches Astrolabium. Das bewegliche Lineal ist so eingerichtet, daß der erhabene Rand auf der großen Platte es in seiner Bewegung nicht hindern kann.

§. 8.

Das Diopterlineal läßt sich zwar nicht über den aufgeschrobenen Rand, b b, wegbewegen. Dies würde auch die Beobachtung der Minuten und Sekunden verhindern, indem die Vernierscheibe und der eingetheilte Rand um derselben, durch das Diopterlineal öfters zugedeckt werden würden. Aber dennoch läßt sich das Lineal von Nullgrad bis zu 90 Grad fortrücken, und so auch wieder von 180° bis zu 90°. Denn das Diopterlineal ist, wie die Figur 44 ausweiset, nach der Rundung des aufgeschrobenen Randes, b b, ausgeschweift.

Es

Es scheinet zwar, als ob dieser Umstand verhinderte, stumpfe Winkel eben so gut, als spitze Winkel, zu messen. Allein, bei einigem Nachdenken wird man von selbst finden, wie dies Instrument, auch zu stumpfen Winkeln, zu gebrauchen sei.

§. 9.

Unter der großen Platte ist eine Art von Uhrwerk angebracht, welches durch ein Paar kleine Zapfen, h, h, oder vielmehr Knöpfchen, die auf die kleine Scheibe, welche die Minuten nachweiset, und zugleich die Verniere bildet, aufgelöthet sind, sehr leicht in Bewegung gesezt wird.

Eben dieses Uhrwerk sezt denn auch zugleich das Diopterlineal in Bewegung, nach welcher Seite man es herumwenden will. Drehet man die Vernierscheibe rechts, so gehet das Diopterlineal links herum; drehet man die Vernierscheibe links, so gehet das Diopterlineal rechts herum. Das Uhrwerk ist aber so eingerichtet, daß das Diopterlineal sich nur einen Grad weiter, auf dem in 180° getheilten äußersten Rande der großen Platte, herumbewegt, indem man den Weiser auf der Vernierscheibe den Rand, der in 60 Minuten getheilt ist, durchlaufen läßt. Und aus dieser Einrichtung wird es begreiflich sein, wie $\frac{1}{60}$ des unbeweglichen Randes, auch den 60sten Theil eines Grades bestimmen, und daher eine Minute genannt werden könne. Denn wenn der Weiser auf der Vernierscheibe, $\frac{1}{60}$ des unbeweglichen Randes, in seiner Be-

wegung zurückgelegt hat: so ist unter der Zeit das Diopterlineal just um eine Minute fortgerückt.

§. 10.

Bei diesem Räderwerke kommt es hauptsächlich auf 2 Wellen, und die abgemessene Geschwindigkeit ihrer Bewegung an. Die eine, größere Welle, d, ist diejenige, an welcher das Diopterlineal befestiget ist. Die andere, kleinere Welle, i, ist diejenige, an der die Scheibe sizt, auf welcher der Minutenzeiger und die Verniere gezeichnet sind.

Diese leztere kleinere Welle, an welcher sich die Vernierscheibe bewegt, muß 360mal herumlaufen, unter der Zeit, daß die größere Welle, an welcher das Diopterlineal befestiget ist, sich einmal herumbewegt.

§. 11.

Dieses zu bewerkstelligen, habe ich an der kleinen Welle ein Getriebe von 6 Kammen angebracht, welche in ein Stirnrad eingreifen, das 36 Kammen hat. An der Welle dieses ersten Rades ist wieder ein Getriebe von 6 Kammen angebracht, welche in ein zweites Rad eingreifen, das gleichfalls 36 Kammen hat. An der Welle dieses zweiten Rades ist abermals ein Getriebe von 6 Kammen, welche in ein drittes, größeres Rad eingreifen, das 60 Kammen hat. An der Welle dieses lezten großen Rades mit 60 Kammen, ist nun das Diopterlineal befestiget.

§. 12.

Aus dieser Einrichtung erhellet nun, nach bekannten mechanischen Grundsätzen, daß die Vernierscheibe sich unter der Zeit 360mal herumdrehen müsse, ehe das Diopterlineal den ganzen Zirkel durchläuft, und folglich 180mal, ehe das Diopterlineal den halben Zirkel vollendet.

Unter der Zeit, daß die Vernierscheibe sich einmal herumbewegt, ist also das Diopterlineal um $\frac{1}{180}$ des halben Zirkels, d. i. einen Grad weiter gerückt.

Unter der Zeit, daß die Vernierscheibe um $\frac{1}{60}$, an dem in 60 gleiche Theile abgetheilten Rand sich herumbewegt, rückt das Diopterlineal um eine Minute weiter. Folglich zeigt der Weiser auf der Vernierscheibe jede Minnte an, die das Diopterlineal weiter fortrückt, indem er mit seiner Spitze an dem in 60 gleiche Theile getheilten Zirkel, von einem Haupttheilstriche zum andern sich fortbewegt.

§. 13.

Es lassen sich zwar noch verschiedene andere Verhältnisse der Räder und ihrer Getriebe, zu dieser Absicht berechnen. Aber nach allen Berechnungen, die ich dieserhalb angestellet habe, finde ich keines so bequem, als das angezeigte Verhältniß.

Bei dem Räderwerke ist noch dieses hauptsächlich zu beobachten, daß die Kammen der Räder und ihre Getriebe auf das Genaueste in einander passen müssen, so daß die geringste Bewegung der kleinen Welle, wor-

an die Vernierscheibe sizt, sogleich Einfluß in das größte Rad hat, und es in Bewegung sezt. Bei einer Uhr ist dieses nicht nöthig. Da müssen vielmehr die Kammen der Räder und ihrer Getriebe etwas Spielraum in einander behalten. Denn da wird die ganze Maschine durch die Welle des größten Rades in Bewegung gesezt. Keine Feder, kein Gewicht würde aber im Stande sein, das Werk durch die große Welle in Bewegung zu seßen, wenn die Kammen so genau in einander paßten, weil bei dieser Einrichtung das Werk sich weit schwerer in Bewegung seßen läßt, als wenn die Kammen einigen Spielraum haben.

Dieses Werk aber, an meinem Sekundenmesser, wird durch die oberste kleine Welle in Bewegung gesezt, und von hier aus ist das Räderwerk allezeit am leichtesten in Gang zu bringen. Da macht also das genaue Einpassen der Kammen in ihre Getriebe kein Hinderniß, wenn sonst diese Theile gehörig dazu eingerichtet sind.

§. 14.

Man siehet dieses schon an einem gemeinen Haspel mit 2 Rädern, dessen man sich bei der Spinnerei bedienet. Man versuche es, ihn durch Herumdrehen des großen Rades in Bewegung zu seßen: so wird man seinen Zweck nicht erreichen. Aber man drehe die oberste Welle: so wird sich die ganze Maschine sehr leicht bewegen lassen.

Das genaue Einpassen der Kammen an den Rädern und der Getriebe in einander, ist aber zu meiner

Maschine

Maschine um deswillen unumgänglich nöthig, weil sonst nicht jede kleine Bewegung der Vernierscheibe, in die Bewegung des Diopterlineals, sogleich Einfluß haben würde, sondern der Minutenzeiger um einige Sekunden fortrücken könnte, ehe das Diopterlineal sich regete.

Ueberhaupt muß an dieser ganzen Maschine alles genau an einander passen, und nichts Schlotterndes, nichts Wackelndes daran zu finden sein. Und diese nöthige Eigenschaft ist, bei meinem Instrumente, durch sorgfältige Abmessung des Verhältnisses aller Theile zu einander richtig bewerkstelliget worden.

§. 15.

Bei dieser Gelegenheit muß ich bemerken, daß ich durch die Betrachtung eines gemeinen Haspels zuerst auf die Gedanken gekommen bin, ein ähnliches Räderwerk an einem Astrolabium anzubringen, um die Minuten eines Winkels eben so deutlich darauf zu finden, als etwa die Stunden auf dem Zifferblatte einer Stutzuhr. Es kam nur erstlich darauf an, den drei Rädern das gehörige Verhältniß zu einander zu geben. Bei einem Haspel mit 2 Rädern drehet sich die obere Welle 60mal herum, ehe das große Rad einmal herumkommt. Hier mußte ich aber dem Räderwerk ein solches Verhältniß seiner Theile geben, daß die oberste Welle sich 360mal herumdrehete, wenn das große Rad einmal herumkommt. Und nachdem ich dieses Verhältniß gefunden hatte, so kam es noch auf die Bestimmung der übrigen Theile, ihres Ebenmaaßes und ihrer Zusammenpassung an, welche mir weniger Mühe machte.

§. 16.

Indem man durch die Dioptern des beweglichen Lineals visiret, kann man, mit einer Hand, durch die beiden Knöpfchen, h, h, die auf der Vernierscheibe angebracht sind, die ganze Maschine in Bewegung setzen.

Wenn das Diopterlineal genau auf Nullgrad stehet, so zeigt der Minutenweiser auf 60.

Wenn ich also einen Winkel messen will, so verfahre ich also:

1) Bringe ich das Instrument mit seinem Mittelpunkte lothrecht über den Scheitelpunkt des zu messenden Winkels, und richte es horizontal.

2) Bringe ich das Diopterlineal, durch Herumdrehen der Vernierscheibe, auf Nullgrad, wobei der Minutenzeiger auf den Theilstrich der 60sten Minute zu stehen kommt.

3) Nun wende ich das Instrument, mit der, unter dem Mittelpunkte des großen Rades, unten angebrachten Hülse, die über den Zapfen der Nuß passet, und mit einer Stellschraube versehen ist, wie wir, in dem ersten Kapitel des zweiten Abschnitts, bei der Beschreibung der Mensel, gesehen haben, horizontal herum, bis ich den einen Stab, oder was es sonst für ein Objekt im Felde sein soll, worauf der eine Schenkel des Winkels hinweiset, durch die Dioptern fasse, und in dieser Stellung schraube ich das Instrument auf dem Zapfen der Nuß fest.

4) Dar-

4) Darauf fasse ich die beiden Knöpfe, h, h, an der Vernierscheibe, und drehe dieselbe so, daß das Diopterlineal sich von Nullgrad nach dem andern Stabe im Felde hinbewegen muß, worauf der zweite Schenkel des Winkels hinweiset, bis ich auch diesen Stab durch die Dioptern fasse.

5) Alsdann sehe ich nach, wie viel Grad das Diopterlineal fortgerückt ist: so habe ich die Grade des gesuchten Winkels.

6) Eben diese Grade finde ich auch, wenn ich nur zähle, wie vielmal ich unter der Zeit die Vernierscheibe herumdrehen müssen, ohne auf dem großen Halbzirkel den Theilstrich aufzusuchen, auf welchem das Diopterlineal stehen geblieben ist. Z. E. habe ich unter der Zeit die Vernierscheibe gerade 14mal herumdrehen müssen: so hat der Winkel just 14 Grade. Habe ich sie $14\frac{1}{2}$mal herumdrehen müssen: so hat der Winkel $14°, 30'$. Habe ich sie $14\frac{3}{4}$mal herumgedrehet: so hat der Winkel $14°, 45'$ u. s. w. Kurz, so viel Minuten der Zeiger auf der Vernierscheibe über den Strich, 60, fortgerückt ist: so viel Minuten ist auch das Diopterlineal über den lezten Grad, den es zurückgelegt hatte, fortgerückt.

Wie vielmal man die Vernierscheibe herumdrehen müssen, ehe das Diopterlineal von einem Schenkel des zu messenden Winkels bis zum andern fortgelaufen: dies weisen also die ganzen Grade aus, welche das Diopterlineal zurückgelegt hat. Wie viel Minuten

aber die Scheibe, über die ganzen Umwendungen, sich noch herumbewegt hat, oder wie viele Minuten an der lezten Umwendung der Scheibe noch fehlen: dies weiset der Minutenzeiger aus. Folglich kann man auch, ohne zu zählen, ruhig visiren.

Will man nun auch die Sekunden des Winkels wissen, so muß man diese, durch Hülfe des Verniers, herausbringen. Den Gebrauch des Verniers Anfängern zu erklären, möchte aber hier wohl zu weitläuftig fallen. Wer überhaupt einen Vernier kennet, der wird sich den Gebrauch desselben, an diesem Sekundenmesser, von selbst vorstellen können, und wer noch gar keine Begriffe davon hat, der kann in des Herrn Prof. Mayers praktischer Geometrie, im ersten Theile, §. 73, 75, 76, 77 und 102, den vollständigsten Unterricht davon finden.

§. 17.

Eine auffallende Bequemlichkeit bei dem Gebrauche dieses Instruments wird man darin finden, daß man auf einem besondern Rande die Abtheilung der ganzen, halben und Viertelminuten hat, und daß diese Theile des Bogens so groß sind, daß man auch die Viertelminuten in ziemlicher Entfernung ganz genau finden kann, da man auch bei den besten Winkelmessern sich sogar eines Vergrößerungsglases bedienen muß, wenn man die Minuten nur einigermaßen richtig darauf herausbringen will. Die einzelnen Minuten stehen hier eben so weit auseinander, als die Theilstriche von 3 zu 3 ganzen Graden auf dem äußersten Rande

des

des Instruments von einander entfernt liegen, und selbst der Vernier, wodurch man die einzelnen Sekunden findet, hat auf diesem Instrumente noch so weitläuftige Abtheilungen, daß man noch immer, ganz gemächlich, ein Paar Striche dazwischen! ziehen könnte.

§. 18.

Bei den gewöhnlichen Astrolabien sucht man die Minuten durch die zusammengedrängten Theilstriche des äußersten Randes zu bestimmen. Aber wenn man auch Vernier und Mikrometerschraube dabei zu Hülfe nimmt, so ist doch die Bestimmung der Minuten darnach, nicht nur umständlich und mühsam, sondern, nach meiner Meinung, auch ziemlich unsicher. Denn wie kann man versichert sein, daß nicht hin und wieder ein Theilstrich, um eine oder mehrere Minuten, unrichtig stehe? Und stehen diese unrichtig, so haben solche Fehler, ungeachtet des Verniers und der Mikrometerschraube, in die Bestimmung der Minuten oder der Sekunden unvermeidlichen Einfluß. Man sehe hiervon, was ich in dem ersten Kapitel des 1sten Abschnitts, §. 55, 56, von der Theilung des Zirkels gesagt habe.

Auf meinem Instrumente aber bestimme ich die Minuten, nicht nach den engen Theilstrichen des in 180° getheilten Halbzirkels, sondern nach den weit geräumigern Abtheilungen eines besonders dazu aufgeschrobenen, zirkelförmigen Randes, b b, welcher in 60 Haupttheile getheilet ist, und nach der Vernier-

scheibe, die sich in demselben herumbewegt. Hier kann nicht leicht um eine Sekunde, viel weniger um eine Minute, gefehlet werden. Eine Viertelminute zu verfehlen ist hier eine wahre Unmöglichkeit, wenn man auch keinen Vernier dabei gebraucht, sondern nur nach dem Minutenweiser siehet. So oft diese Scheibe sich einmal herumgedrehet hat, muß unfehlbar das Diopterlineal um einen ganzen Grad weiter gerückt sein. Habe ich sie um $\frac{1}{60}$ herumgedrehet, so muß nothwendig das Diopterlineal um eine Minute weiter gerückt sein: um keine mehr und keine weniger. Und die Sekunden werden gleichfalls, nach der weitläuftigen Eintheilung des erhabenen Randes, in welchem sich die Vernierscheibe drehet, bestimmt. Wie sicher und leicht kann man auf die Art die kleinsten Winkel messen!

§. 19.

Wenn ich, ohne nach einem Verniere zu sehen, bloß nach dem Minutenweiser mich richte: so habe ich schon mehr, als was ich bei einem andern guten Instrumente von der Art, mit 2 Vernieren herauszubringen vermag, nämlich das Maas eines Winkels, bis auf 15 Sekunden genau bestimmt, und wenn der Minutenzeiger auf keinen Theilstrich des festen Randes, welcher in Viertelminuten getheilet ist, genau aufpaßt: so kann ich dasjenige, was der Winkel mehr oder weniger enthält, noch nach dem Augenmaaße näher bestimmen; so weit stehen die Viertelminuten noch aus einander.

§. 20.

§. 20.

Ohne einen Vernier zu gebrauchen, messe ich also schon weit genauer mit meinem Sekundenmesser, als man mit dem besten Astrolabium, durch Hülfe beider Verniere an demselben, messen kann. Denn das beste Astrolabium, welches mir wenigstens bekannt ist, ist eines von der Art, als der Herr Prof. Mayer, in dem ersten Theile seiner praktischen Geometrie, beschreibt. Ein solches hat zwei Verniere, die von einander ganz unabhängig sind. Der eine bewegt sich an einem Quadranten hin, der, wie gewöhnlich, in 90 Grade getheilet ist, und bestimmet die Theile eines Grades auf 2 Minuten genau *). Der andere bewegt sich an einem Quadranten hin, der in 96 gleiche Theile getheilet ist, und theilet einen solchen Theil wieder in 32 Theile, wodurch denn ein Winkel bis auf 1′, 14″ genau gemessen werden soll **). Bei dem Gebrauche dieser Verniere nimmt man von beiden Maaßen des Winkels, die man durch Hülfe beider Verniere herausgebracht hat, das Medium arithm., als das richtige Maas des Winkels an, ohne Zweifel, weil man sich auf keinen der beiden Verniere ganz sicher verlassen kann. Wenn wir also das Med. arithm.

von

*) S. Mayers prakt. Geom. Th. I. §. 102.

**) S. ebendaselbst. Hier muß ich aber erinnern, daß diese Angabe des Herrn Prof. Mayer ein Irrthum sei. Es sollte nicht heißen, 1′, 14″, sondern 1′, 45″, 28‴. Dies werde ich, bei dem Beschlusse dieser Abhandlung, ausführlich darthun. Doch wollen wir hier einmal seine Angabe gelten lassen.

von 2′ und von 1′, 14″, berechnen; so finden wir die äußerste Genauigkeit, welche man, durch Hülfe der beiden Verniere, erhalten kann. Dies Med. arithm. beträgt aber 1′, 37″. Um so viel bleibt also immer der zu messende Winkel unbestimmet, wenn man ihn nach beiden Vernieren eines guten Astrolabiums mißt. Folglich mißt mein Instrument, auch ohne den Gebrauch eines Verniers, weit genauer, als jenes mit doppelten Vernieren. Denn bis auf Viertelminuten, oder 15 Sekunden, zeiget der auf der Vernierscheibe angebrachte Weiser einen zu messenden Winkel unmittelbar nach. Und nun kann man noch die Verniere mit zu Rathe ziehen, welche bis zu 2, auch bis zu einzelnen Sekunden eingerichtet sein können, wie §. 6. gezeiget worden. Auch in dem lezten Falle werden die Theilstriche noch immer weit genug aus einander zu stehen kommen, so daß kein Vergrößerungsglas zu ihrer Beobachtung nöthig ist; besonders wenn man den Radius des Instruments, gleich wie bei dem Mayerschen, zu einem Schuh annimmt. Von gleichem Durchmesser müssen aber unstreitig solche Instrumente angenommen werden, wenn man sie mit einander vergleichen will.

Schon ohne den Gebrauch der Verniere, wenn man bloß darauf siehet, was der Minutenzeiger unmittelbar nachweiset, mißt also mein Instrument $7\frac{4}{5}$mal genauer, als ein Mayersches Astrolabium. Denn $\frac{1', 37''}{15''} = 7\frac{4}{5}$. Und noch weit größer wird

dieser

dieser Unterschied, wenn man an beiden die Verniere gebraucht.

§. 21.

Denn man nehme an, die Verniere an dem Mayerschen Instrumente messen bis auf einzelne Minuten genau, der Vernier an meinem Instrumente aber bis auf einzelne Sekunden: so würde derjenige Theil eines zu messenden Winkels, der bei dem Mayerschen Instrumente unsicher bliebe, sich zu demjenigen Theile des Winkels, der bei meinem unsicher bleibt, verhalten = 60: 1. Folglich würde mein Instrument gerade 60mal genauer messen, als jenes. Nun aber beträgt der Theil des zu messenden Winkels, der bei dem Gebrauche der Mayerschen Verniere noch unsicher bleibt, 1′, 37″, bei dem Gebrauche meines Verniers aber, nur 1″, oder 2″. Daher kann ich mit Wahrheit sagen, daß mein Instrument weit über 60mal genauer mißt, wenn es auf den Gebrauch der Verniere ankommt.

Die Mikrometerschraube aber an dem Mayerschen Instrumente mißt ungefähr auf 11″ richtig. (S. Mayers praktische Geometrie, Theil I. §. 101.) Doch muß man bei dieser Behauptung auch versichert sein, daß der Grad des Zirkelbogens, wornach die Mikrometerschraube geprüft ist, nicht um ein Paar Minuten zu klein, oder zu groß, gerathen sei; sonst fällt auch die gehoffte Schärfe im Messen weg, welche man sich von der Mikrometerschraube verspricht,

und

und wie man sich diese Versicherung verschaffen könne, sehe ich nicht ein.

Wir wollen aber auch annehmen, sie mißt auf 11″ richtig: so mißt mein Instrument, da ich sogar die einzelnen Sekunden damit bestimmen kann, doch noch über 10mal genauer als jenes, wenn man auch bei jenem die Mikrometerschraube zu Hülfe nimmt, und zwar so deutlich, daß man die Sekunden mit solcher Gemächlichkeit darauf finden kann, als man an seiner Taschenuhr siehet, was es geschlagen hat *).

§. 22.

Der Herr Prof. Mayer behauptet zwar (Th. II. §. 202.), daß bei aller angewandten Vorsichtigkeit, im Gebrauche eines guten Astrolabiums, wie er beschreibt, dennoch das gefundene Maas eines Winkels, auf 2 bis 3 Minuten unsicher ausfallen könne. Allein er bringt auch dabei die Unrichtigkeiten die etwa vom unsichern Visiren, oder von unmerklichen Fehlern des Instruments, die bei der Verfertigung

*) Auch hier muß ich einen kleinen Irrthum des Herrn Prof. Mayers bemerken. Er sagt nämlich, an dem angeführten Orte: Eine Umdrehung der Mikrometerschraube gebe 7′, 20″; also müsse $\frac{1}{30}$ Umwendung 11″ geben. Allein es müssen $14\frac{20}{30}$ Sekunden durch $\frac{1}{30}$ Umwendung bestimmt werden, wenn eine Umwendung 7′, 20″ giebt. Auch dieses will ich, am Ende dieses Abschnitts, durch Berechnung zeigen. Ein bloßer Druckfehler ist es nicht, weil er auf diesen falschen Satz einen andern bauet, nämlich: $\frac{2}{30}$ Umwendungen geben also 22″.

gung desselben vorgefallen sind, und von andern dergleichen Umständen herrühren, mit in Anschlag. Weil diese aber sowohl bei meinem Instrumente, als auch bei dem Mayerschen, möglich sind, und sich schwerlich genau bestimmen lassen: so können sie bei gegenwärtiger Vergleichung nicht in Betrachtung gezogen werden.

§. 23.

Aus dieser angestellten Vergleichung läßt sich auch meine, in der Vorrede angebrachte, Behauptung rechtfertigen, daß sich mit meinem Instrumente die Sekunden eines Winkels leichter und sicherer bestimmen lassen, als mit einem andern guten Astrolabium die Minuten gefunden werden. Denn auf einem gewöhnlichen guten Astrolabium, mit Vernieren, macht es just eben so viel Mühe, die Minuten eines zu messenden Winkels genau zu bestimmen, als die Sekunden, welche der Winkel enthält. Kann ich nun mit dem meinigen die Sekunden leichter und sichrer finden, als man mit einem Mayerschen die Sekunden finden kann: so ist es auch gewiß, daß man mit meinem Instrumente die Sekunden sicherer finden könne, als mit einem Mayerschen die Minuten.

§. 24.

Mein Instrument stellet die Theile eines Grades, welche so klein sind, daß sie ganz unsern Augen unmerkbar werden, ansehnlich vergrößert dar, indem eine Minute darauf größer erscheinet, als einige Grade, die

auf

auf dem Rande des Halbzirkels stehen. Es thut folglich eben die Wirkung, als wenn man ein gemeines Astrolabium von so ungeheurer Größe vor sich hätte, daß ein Grad auf demselben dem ganzen Zirkel der Vernierscheibe gleich wäre. Und dennoch hat es die Beschwerlichkeiten nicht, welche mit einer solchen kolossalischen Maschine verknüpft sein würden, weil man es von eben der Größe, und noch kleiner haben kann, als ein gewöhnliches Astrolabium.

Hieraus siehet man also, wie wichtig der Vortheil sei, den man bei meinem Sekundenmesser dadurch gewinnet, daß man die Minuten hier nicht auf dem äußersten Rande des Instruments, wo die Abtheilungen der ganzen Grade stehen, suchen darf, sondern die Theilstriche, welche die Minuten ausdrücken, auf einem besondern Zirkelbogen findet, und zwar in solcher Entfernung von einander, welche auf dem äußersten Rande einige ganze Grade ausdrücken würde. Denn daher kommt es, daß man ganze, halbe und Viertelminuten ungemein deutlich findet, und daß auch die Verniere, die an diesen Theilstrichen angebracht sind, die einzelnen Sekunden weit sicherer und genauer nachweisen, als die Verniere, und auch die Mikrometerschraube, an einem Mayerschen Instrumente, sie angeben können.

§. 25.

Besonders bei sehr spitzen, oder sehr stumpfen Winkeln thut dieser Sekundenmesser vorzügliche Dienste, und überhaupt, wo es auf außerordentliche Schärfe

und

und Richtigkeit im Messen ankommt. Weil dies doch aber nicht immer der Fall ist, sondern man sich öfters damit begnügen kann, nur die Viertelgrade richtig zu wissen, und die wenigen Minuten, die ein Winkel etwa darüber oder darunter hat, nach dem Augenmaaße zu schätzen: so habe ich auch zugleich das Instrument so eingerichtet, daß es auch als ein gewöhnliches Astrolabium gebraucht werden kann. Nur ein kleiner Zapfen wird aus der Welle des Hauptrades gezogen, um welche sich das Diopterlineal bewegt, so läßt sich dieses frei herumdrehen, ohne daß das Uhrwerk mit in Bewegung gesezt wird. Sezt man diesen Zapfen wieder ein, so bewegt sich die ganze Maschine wieder, wenn ich die Vernierscheibe nur sanft berühre. Dieser Zapfen ist in Fig. 44, mit e e bezeichnet.

§. 26.

Hier ist zu merken, daß auf das Diopterlineal in seinem Mittelpunkt d, eine zilinderförmige Hülse, oder ein Stiefel aufgelöthet ist, der genau über die Welle des großen Rades paßt, die in dem Mittelpunkte des Halbzirkels a a a, als ein zilindrischer Zapfen, über $1\frac{1}{2}$ Zoll lang herausraget. Dieser Zapfen, mit dem darauf geschmörgelten Stiefel, ist horizontal in der Mitte so durchbohrt, daß in dieses durchgebohrte Loch der konische Zapfen e, genau hineinpaßt. Wenn man nun diesen Zapfen, e, herausnimmt, um das Instrument als ein simples Astrolabium zu gebrauchen: so wird oben auf dem Zapfen, um welchen sich das Diopterlineal bewegt, und der oben, gleich der kleinen Welle i,

sich auch in einer Schraube endiget, eine runde Schraubenmutter aufgeschroben, durch welche man das Diopterlineal entweder ganz fest auf die große Platte aufschrauben kann, so daß sichs gar nicht verrücken läßt; oder auch nur locker, daß es einer sanften Bewegung fähig ist. Denn diese angezogene Schraubenmutter, welche mit dem Stiefel, der in der Mitte des Diopterlineals aufgelöthet ist, einerlei Durchmesser hat, drückt den Stiefel nieder, und macht also, daß sich das Diopterlineal auf die große Platte fest anschließt.

§. 27.

Das Festschrauben des Diopterlineals ist in dem Falle gut, wenn man dasselbe auf Nullgrad gerichtet hat, und nachgehends das ganze Instrument auf dem Zapfen der Nuß horizontal herumbewegen will, um das Objekt im Felde mit den Dioptern zu fassen, damit sich nämlich das Diopterlineal, bei dieser Bewegung des Instruments, nicht von der Linea fiduciae wieder verrücken könne.

Nachdem ich nämlich, mit dem also festgeschrobenen Diopterlineale, das Instrument auf den einen Schenkel des zu messenden Winkels genau gerichtet, und in dieser Stellung auf der Nuß festgeschroben habe: so lasse ich nun das Diopterlineal wieder los, und lasse es zu dem andern Schenkel des zu messenden Winkels hinlaufen, wenn ich nämlich das Instrument als ein gemeines Astrolabium gebrauchen will.

Aus dieser Einrichtung des Instruments wird es auch begreiflich, warum ich bloß an der beweglichen

Regel

Regel Dioptern nöthig habe, und an dem unbeweglichen Lineale, oder an der Linea fiduciae, nicht. Zweierlei Dioptern, bewegliche und unbewegliche, darf ich, bei diesem Instrumente, deswegen nicht anbringen, weil es besonders zur Messung sehr spitzer Winkel dienen soll. Dieser Endzweck aber würde durch doppelte Dioptern vereitelt werden.

Auch bei den Höhenmessungen, wo das Instrument vertikal gestellet werden muß, ist es besonders nöthig, das Diopterlineal, nach Gefallen, locker oder klamm stellen zu können. Diese Schraube verhindert auch, daß das Diopterlineal durch diese Bewegung nicht ganz von dem Zapfen abfallen könne, welches ohne dieselbe leicht möglich wäre.

§. 28.

Die Dioptern habe ich, in Fig. 44., mit f f bezeichnet. Sie sind hier so vorgestellet, daß sie nicht senkrecht stehen, wie bei dem Gebrauche derselben erfodert wird, sondern so, daß sie niedergeklappt, horizontal liegen. Denn aus der Figur erhellet, daß sie mit einem Scharniere, bei g g, auf dem Diopterlineale befestiget sind. Weil diese Einrichtung mit dem Scharniere nichts neues enthält: so will ich mich hier bei d r Beschreibung derselben nicht aufhalten.

Die Dioptern haben, nach Verhältniß der Größe des Instruments, eine ungemeine Höhe. Beide sind in der Mitte mit einer feinen Darmsaite, oder einem, durch Wachs gezogenen, schwarzen, seidenen Faden durchspannet, und so breit, daß man zu beiden Enden des

ausgespannten Fadens noch sehr freie Aussicht hat. Dieser große Zwischenraum zwischen der aufgespannten Saite und dem Rande der Dioptern, ist sehr dienlich, das aufzusuchende Objekt im Felde desto eher mit beiden Faden in den Dioptern zu fassen. Da man, bei den gewöhnlichen Dioptern, wo nur die eine einen Faden, und zwar in einem sehr engen Schlitz, und die andere entweder verschiedene kleine Löcher in einer senkrechten Linie über einander, oder anstatt derer einen Schlitz hat, wo man das Auge dicht anlegen muß, um das Objekt mit den gegenüberstehenden Faden zu fassen, oft lange suchen muß, ehe man es findet. Die Faden müssen, wenn die Dioptern niedergeschlagen sind, genau auf die Linea fiduciae zu liegen kommen, wie auch aus der Zeichnung erhellet.

§. 29.

Auch an meinem Diopterlineale, welches ich zu meiner Mensel gebrauche, habe ich mir solche Dioptern machen lassen. Aber noch etwas höher, über 6 Zolle hoch. Ich erlange dadurch nicht nur den schon bemerkten Vortheil, das Objekt im Felde geschwind zu fassen, sondern ich kann auch ungemein hoch und tief damit visiren, und, was das wichtigste ist, ich kann sie von allen Seiten her mit gleicher Bequemlichkeit gebrauchen. Ein wichtiger Vortheil! wie jeder praktische Feldmesser eingestehen wird.

Auch finde ich, daß es meine Augen weniger angreift, durch solche Dioptern, als ich mir habe machen lassen, zu visiren, als wenn ich nur einen engen Schlitz

oder kleine Löcher vor mir habe, wo man sich mit dem Auge dicht anlegen muß. Hier, bei meinen Dioptern, kann ich 2 bis 3 Schritte davon gerade stehen, und mit Gemächlichkeit richtig visiren. Dieser Vortheil hängt indessen mit von der Schärfe des Gesichts ab, welche nicht ein jeder besitzt, ob sie gleich für einen Feldmesser, in vieler Rücksicht, ein fast unentbehrliches Erforderniß ist.

Es kann sein, daß meine beschriebene Art von Dioptern einem Kurzsichtigen nicht so gute Dienste leistet, als einem Weitsehenden. Aber wenn ein Kurzsichtiger näher davor tritt, so dächte ich, müßten sie ihm eben so bequem sein, als die gewöhnlichen, und wegen des Vortheils, das Objekt im Felde leicht finden zu können, noch brauchbarer, als andere. Für mich finde ich sie wenigstens am bequemsten, und auch gerade für mein Instrument am schicklichsten.

§. 30.

Es würde auch nicht schwer fallen, das Instrument mit einem Perspektiv oder Fernrohre zu versehen, um es dadurch desto brauchbarer zu machen. Diese Einrichtung wird man dabei desto eher vermissen, da es hauptsächlich dazu bestimmt ist, sehr große Distanzen mit einer kleinen Standlinie zu messen. Allein zu meiner Absicht kann ich es, auch ohne dergleichen kostbare Einrichtung, recht gut gebrauchen; zumal da ich ziemlich weit in die Ferne sehen kann; da mir das Sehen durch ein jedes Glas sehr beschwerlich ist, und für meine Augen weniger Wirkung thut, als gewöhnlich.

Wenn mein Instrument Beifall finden wird, so können geschickte Mechaniker es leicht, durch Hinzufügung eines guten Perspektivs, zu dem höchsten Grade der Vollkommenheit erheben. Vielleicht werde ich auch, bei der ausführlichen Beschreibung des Instruments, näher zeigen, wie solche Einrichtung zu machen sei.

§. 31.

An diesem Instrumente habe ich schon einige Jahre gearbeitet, und es bis jezt noch nicht völlig zu Stande bringen können, wiewohl auch mein mühsames Amt, und andere Nebengeschäfte, mir nicht erlauben, täglich an solche Arbeit zu denken, sondern ich nur gelegene Zeit dazu aussuchen muß; oft nur einige Augenblicke des Tages, die meine Erholungsstunden ausmachen sollten. Oft sind Monate verstrichen, daß ich gar nicht darauf habe denken können. Nun hoffe ich aber in wenig Tagen es so weit zu haben, daß ich die ersten Versuche damit machen, und es jedem Kunstverständigen zur Prüfung vorlegen kann.

§. 32.

Das Uhrwerk daran ist völlig fertig und gut gerathen. Dies hat ein hiesiger Uhrmacher nach genauen Zeichnungen von mir und mündlichen Beschreibungen verfertiget. Das übrige Zubehör daran macht ein hiesiger geschickter Gürtler, C. G. Barniske, der außer anderm guten Handwerkszeuge, das man nicht bei jedem Gürtler findet, auch eine gute Drehbank besitzt;

fißt; ein Mann, der in seiner Arbeit nicht, wie man leider bei den mehresten Handwerksleuten bemerkt, nur gleichsam blindlings das nachmacht, was er von seinem Lehrmeister gesehen hat, sondern selbst darüber nachdenket, mit Verstande arbeitet, und dadurch seine Geschicklichkeit zu erweitern sucht. Eben dieser ist es auch, welcher mir die Nuß zu meinem Meßtische, die ich auch zu meinem neuen Sekundenmesser gebrauche, nach meiner Zeichnung und unter meiner Aufsicht, verfertiget hat, ingleichen auch das Diopterlineal zur Mensel, welches beides gut gerathen ist. Nachgehends hat er auch noch mehr dergleichen für andere, nach den Rissen, die er von mir bekommen hat, und die er sorgfältig aufhebt, verarbeitet, und Ehre damit eingelegt. Ich zweifle also nicht, daß er die wenigen Kleinigkeiten, die er bei meinem Instrumente noch zu machen hat, auch vollkommen zu Stande bringen werde. Er hat sich auch eine Theilscheibe verfertiget, um dergleichen Räderwerk, und die Eintheilungen an solchem Instrumente, in Zukunft selbst machen zu können.

§. 33.

Die Eintheilung der Grade an meinem Instrumente habe ich zwar selbst übernommen, und nur die Ziffern von ihm darauf schlagen lassen. Dies ist indessen eine so schwere Sache nicht, wie man wohl denken sollte; wenigstens bei meinem Instrumente nicht, ob es gleich sonst die größte Genauigkeit erfodert. Denn wenn nur die nöthigen Zirkelbogen auf die große Platte gezeichnet sind, wo die Theilstriche darauf zu

stehen kommen sollen, und die Maschine ist so weit fertig, daß das Räderwerk und die beiden Platten zusammengesezt sind: so kann man mit leichter Mühe, durch Hülfe des Räderwerks, und des damit in Verbindung gebrachten Diopterlineals, jeden zu machenden Theilstrich leichter und sicherer finden, als auf irgend eine andere Weise. Die besondern Handgriffe dazu kann ich aber hier noch nicht deutlich machen. Man wird indessen die Möglichkeit der Sache leicht einsehen, und alsdann gestehen müssen, daß dieses ein sehr wichtiger Vortheil bei diesem Instrumente sei; weil man sonst immer, wegen der richtigen Eintheilung eines solchen Instruments, sehr besorgt sein muß.

§. 34.

Um das Instrument da, wo es auf die Untersuchung sehr spizer und sehr stumpfer Winkel ankommt, gehörig gebrauchen zu können, sind aber die gewöhnlichen Sinustafeln, wo man nur von Minute zu Minute die Sinusse und ihre Logarithmen findet, nicht hinlänglich, man muß sie, wenigstens in den beiden ersten Graden, von Sekunde zu Sekunde haben.

Dies sezte mich anfänglich in die größte Verlegenheit, ehe ich die vortrefflichen, aber auch kostbaren Tabellen des Herrn Schulze, welche zu Berlin 1778 herausgekommen sind, kennen lernte, in welchen die Logarithmen bis zum zweiten Grade, von Sekunde zu Sekunde berechnet sind, und auch bis zum vierten Grade, von 10 zu 10 Sekunden. Das Instrument

war

war ausgedacht, um die Winkel bis auf einige Sekunden zu finden, und doch hatte ich keine Tabellen, trigonometrische Versuche nach solcher Schärfe anzustellen. Bei jedem Gebrauche des Instruments sich die nöthigen Logarithmen, sowohl der Sinusse und Kosinusse, als auch der gemeinen Zahlen genauer zu berechnen; diese Arbeit war zu abschreckend, und würde gewiß die Nutzbarkeit des Instruments sehr vermindert haben.

§. 35.

Ich entschloß mich also zu der unglaublich mühsamen und langwierigen Arbeit, die Sinusse von einzelnen Sekunden, wenigstens bis auf einige Minuten selbst zu berechnen, mit dem Vorsatze, diese Tabelle mit der Beschreibung des Instruments zugleich herauszugeben. Und um desto genauer die Winkel und Linien nach der Trigonometrie finden zu können, nahm ich dabei den Radius zu 10000000000000000 an, Denn ich fand, daß bei dem gewöhnlichen Radius zu 10000000, die Kosinusse der spitzen Winkel, bis zum zweiten Grade, sich immer gleich blieben. Ich glaubte also in der Messung der Distanzen mit desto mehrerer Schärfe verfahren zu können, wenn ich den Radius so groß annähme, daß auch in den Kosinussen der spitzesten Winkel, wenigstens die lezten Ziffern, von Sekunde zu Sekunde, sich abänderten, und dies hat auch wirklich seine Richtigkeit. Ich theilte daher den Sinus von 90°, nach angezeigter Größe, immer zur Hälfte, oder suchte vielmehr immer einen Sinus, der

einem halb so großen Winkel zugehörte, bis ich endlich
III IV V VI VII VIII IX
auf den Sinus von 37, 4, 47, 5, 12, 11, 15,
herabkam. Den unmittelbar vorhergehenden Sinus,
II III IV V VI VII VIII IX
nämlich von 1, 14, 9, 27, 46, 24, 22, 30, fand ich
= 599211124681. Die Hälfte davon, oder den
III IV V VI VII VIII IX
Sinus zu 37, 4, 47, 5, 12, 11, 15, fand ich
= 299605633 40. Aus diesen beiden suchte ich den Sinus von einer Sekunde = 48481368235, und nachgehends die dazwischen liegenden Sinusse, und jeden Kosinus berechnete ich besonders dazu. Auf diese Weise habe ich wirklich schon eine Tabelle, von der ersten Sekunde bis zur ersten Minute, mühsam zu Stande gebracht, wobei ich aber die lezten 4 Ziffern wieder wegwarf. Nur noch einige Kosinusse sind dabei zu berechnen übrig.

Ohne Logarithmen, bloß nach der Regel Detri, wollte ich also, aus diesen genau berechneten, und in eine Tabelle gebrachten Linien, die zu messenden Seiten der Triangel trigonometrisch suchen. Weder das Umständliche dieses Verfahrens, noch die höchstmühsame Verfertigung einer solchen Tabelle, würden mich von der Arbeit abgeschreckt haben, um nur von meinem Instrumente Gebrauch machen zu können. Allein da die Schulzischen Tabellen mir bekannt wurden, so faßte ich endlich den Entschluß, von dieser Herkulischen Arbeit abzustehen.

§. 36.

§. 36.

Nachdem ich schon die Schulzischen Tabellen mir angeschafft hatte, sezte ich zwar dies beschwerliche Unternehmen noch eine Zeitlang mit größter Geduld fort. Denn ich fand da zwar eine Tabelle, in welcher die Logarithmen der Sinusse von jeder Sekunde bis zum zweiten Grade berechnet worden, aber, zu meinem Unwillen, nicht die Kosinusse dazu. Nachgehends aber sahe ich ein, daß man aus der darauf folgenden Tabelle, da die Logarithmen der Sinusse und Kosinusse von 10 zu 10 Sekunden, bis zum vierten Grade angegeben sind, auch die Kosinusse von einzelnen Sekunden, theils unmittelbar, theils durch leichte Berechnung, finden könnte. Man hat aber auch nicht einmal diese Berechnung nöthig, sondern wenn man einen Logarithmus zu einem Kosinus zu suchen hat, der in den Tabellen nicht zu finden ist, so kann man nur immer den zunächst darangränzenden Logarithmus dafür annehmen.

Denn aus den Schulzischen Tabellen erhellet, daß die Logarithmen der Kosinusse, von 10 zu 10 Minuten berechnet, von Nullgrad bis zum ersten Grad, nur in der lezten Ziffer, um 4 Einheiten von einander unterschieden sind, und vom ersten bis zum zweiten Grade höchstens bis um sieben Einheiten. Wenn ich also auch den Logarithmus des Kosinus eines Winkels, der weniger als 2 Grade hat, um 5 Sekunden zu groß oder zu klein annehme, welches der äußerste Fall ist: so kann dies doch weiter kei-

nen Einfluß haben, als in die beiden lezten Ziffern des zu berechnenden Logarithmus, welcher immer aus 8 Ziffern bestehet. Suche ich aber den Winkel oder die Linie in den Tabellen auf, welche einem durch Berechnung herausgebrachten Logarithmus am nächsten kommen: so kommen die beiden lezten Ziffern des Logarithmus nie mit in Anschlag. Folglich kann man sich allenfalls, bei dem Gebrauche meines Sekundenmessers, mit den Schulzischen Tabellen behelfen.

Diese Betrachtung bewog mich endlich, meine mühsame Arbeit, eine neue, ausführlichere Tabelle zu berechnen, liegen zu lassen. Wer also meinen Sekundenmesser, zur Untersuchung sehr spitzer oder sehr stumpfer Winkel, gebrauchen will, muß sich die Schulzischen Tabellen anschaffen.

§. 37.

Bis jezt ist, meines Wissens, noch kein Instrument von dieser Art bekannt geworden. Zwei ähnliche Erfindungen weiß ich nur, die dazu ausgedacht sind, um die Winkel, und besonders die sehr spitzen Winkel, mit ungemeiner Schärfe zu messen, und nach Sekunden zu bestimmen.

Das eine ist das sogenannte Pantometrum Paceccianum, welches der Herr Professor Mayer in seiner oft angeführten praktischen Geometrie, im zweiten Theile, §. 189, doch nur sehr kurz, beschreibt. Es soll den Namen haben von seinem Erfinder, einem gewissen

wissen Grafen Pacecco ab Ucedos und eigentlich dazu dienen, aus einem einzigen Standpunkte, oder vielmehr aus einer sehr kleinen Stazionslinie, eine unzugängliche Entfernung zu finden, oder die sogenannten parallaktischen Winkel zu messen.

§. 38.

Der Churfürst von der Pfalz, erzählt man, habe dieses Instrument mit 1000 Gulden bezahlt. In so fern dasselbe dienlich ist, sehr spitze Winkel mit ungewöhnlicher Genauigkeit zu messen, so hat es mit dem meinigen Aehnlichkeit; aber sonst weder in Absicht seiner Form und übrigen Einrichtung, noch in Absicht der Art, dasselbe zu gebrauchen. Denn, nur eines wichtigen Unterschiedes zu gedenken, jenes kann blos zur Messung sehr spitzer, oder der sogenannten parallaktischen Winkel gebraucht werden, zu andern gewöhnlich vorkommenden Winkeln aber gar nicht, so wie auch zu keinen Höhenmessungen. Das meinige hingegen kann nicht nur zu genauen Messungen parallaktischer Winkel, und also auch die Entfernung eines unzugänglichen Objekts aus einer sehr kleinen Standlinie zu finden gebraucht werden, sondern auch jeden andern Winkel, mit eben der Schärfe, als die sehr spitzen, zu untersuchen, ingleichen auch zu Höhenmessungen, eben so gut als zu Flächenmessungen. Ja auch als ein gewöhnliches Astrolabium läßt es sich gebrauchen, wo es mehr auf geschwinde, als auf sehr genaue Messungen ankommt. Auf wie viele Sekunden jenes Pantometrum richtig mißt, kann ich

nicht

nicht angeben, weil ich es nur aus einer sehr kurzen Beschreibung kenne.

§. 39.

Der Herr Professor Mayer erzählt bei der Gelegenheit, als er dies Instrument beschreibt, daß die Sozietät der Wissenschaften in Kopenhagen eine Preisaufgabe, für das Jahr 1778, aufgegeben habe, worin die beste Einrichtung solcher Instrumente, Weiten aus einem Standpunkte zu messen, und die damit zu erhaltende Genauigkeit verlangt worden, und er fügt das Urtheil hinzu: „Ich zweifle, ob irgend ein „einfacheres, als das Pazekzianische Pantometrum „diese Frage beantworten werde.“ Dieses Urtheil sowohl, als auch die allgemeine Uebersicht von dem Gebrauche dieses Instruments, läßt mich glauben, daß es ein sehr schätzbares Werkzeug sein müsse, wodurch aber das meinige, wie man schon aus dem kurz angezeigten Unterschiede zwischen beiden einsehen wird, an seinem Werthe nichts verliert.

§. 40.

Die andere Erfindung dieser Art rührt von dem Herrn E. G. Fischer her, der Prorektor der Berlinischen Schule im grauen Kloster zu Berlin ist, und sich schon durch mehrere mathematische Schriften bekannt gemacht hat. Ich fand die Nachricht davon in dem 45sten Stücke der Jenaischen A. L. Zeitung vom 3ten März 1788. Hier wurde diese Erfindung zwar dem Herrn Rektor Fischer zu Halberstadt zugeschrie-

geschrieben. Aber es ist dieses ein großer Irrthum. Dem Herrn Prorektor Fischer in Berlin, einem Bruder des Halberstädtischen Rektors bei der Domschule, kommt diese Erfindung zu.

Ich bedaure nur, daß die Nachricht davon zu kurz, und für meine Neugierde nicht befriedigend war. Ich kann daher diese Erfindung nicht deutlich beschreiben, und noch weniger die Genauigkeit im Messen, die sie verschaft, bestimmen. So viel habe ich indessen aus der kurzen Beschreibung schließen können, daß die von ihm angegebene Einrichtung einem Winkelmesser weit mehr Genauigkeit geben müsse, als man von einem gewöhnlichen Astrolabium erwarten kann, und daß übrigens seine Angabe gar keine Aehnlichkeit mit der Einrichtung meines Sekundenmessers hat.

§. 41.

Weiter sind, mir wenigstens, keine Erfindungen von dieser Art bekannt. Ich ersuche daher jeden Gelehrten, der mehr von dergleichen Erfindungen zu sagen weiß, oder auch in Ansehung der erforderlichen Tabellen zum Gebrauche eines solchen Instruments, mich mit Nachrichten oder gutem Rathe zu unterstützen im Stande ist, solches entweder, wenn es gefällig ist, durch die Jenaische A. L. Zeitung bekannt zu machen, oder mich schriftlich damit zu beehren, welches ich, als eine große Gefälligkeit, mit schuldigstem Danke erkennen werde.

§. 42.

Man hat mir zwar gegen die Nutzbarkeit meiner Erfindung schon den Einwand gemacht, daß die sehr genauen Messungen der Winkel eben keinen großen Nutzen haben könnten, weil man die so sorgfältig gesuchten Winkel doch unmöglich mit solcher Genauigkeit aufs Reißbrett bringen könnte. Aber diese Erinnerung finde ich nicht von Erheblichkeit. Freilich, wenn man die gemessene Figur nicht anders, als nach einem gewöhnlichen Transporteur zu Papiere bringen wollte, so würden wohl keine genauere Messungen, als die mit einem gewöhnlichen Astrolabium verrichtet werden, nöthig sein; so würden auch alle andere schon bekannte verbesserte Winkelmesser dabei unnütze sein. Aber es giebt mehrere, weit vortheilhaftere Verfahrungsarten bei dem Aufzeichnen der Winkel, als den kümmerlichen Gebrauch eines gewöhnlichen Transporteurs.

Ich will mich indessen hier nicht auf eine Beschreibung der mannichfaltigen bessern Hülfsmittel, die genau gemessenen Winkel mit nöthiger Schärfe aufs Papier zu bringen, einlassen, sondern bloß dieses erinnern, daß dieser ganze Einwurf nur den Nutzen eines verbesserten Winkelmessers, bei der Aufnahme eines kleinen Stückchen Landes, betrifft. Aber in großen Vermessungen, wo es auch lange Linien und große Triangel zu berechnen giebt, da wird der Nutzen eines verbesserten Winkelmessers immer wichtig sein. Und wie oft giebt es nicht große unzu-

gäng-

gängliche Distanzen, und sehr spize Winkel zu messen, ohne daß man just die zu messende Figur aufs Papier bringen will? Für die Trigonometrie gehören eigentlich dergleichen Instrumente, und da wird man es wohl nicht unwichtig finden, einen Winkel auch nach Sekunden untersuchen zu können. Meine Erfindung läßt sich auch bei großen Quadranten, die mit einem Tubus versehen sind, dergleichen man in der Astronomie zu gebrauchen pflegt, mit Vortheil anwenden.

§. 43.

Jedoch von dem mannichfaltigen Nutzen zu reden, den ich mir von meinem Instrumente verspreche, würde hier, da ich dasselbe noch nicht völlig beschrieben habe, zu weitläuftig sein. Bei der umständlichern Beschreibung desselben, wo ich auch den verschiedenen Gebrauch des Instruments zeigen muß, behalte ich mir dieses vor. Denn ich schmeichele mich, es nun bald vollendet zu sehen, und alsdann auf den Beifall der Kenner Rechnung machen zu können.

Und gesezt auch, es würde in der Einrichtung desselben, aus Unerfahrenheit des Künstlers, der es unter Händen hat, noch etwas versehen, daß es meiner Erwartung nicht ganz entspräche; so verdiente es doch näher bekannt gemacht zu werden, damit allenfalls geübtere Mechaniker es zu dem höchsten Grade der Vollkommenheit bringen könnten. Aber ich zweifle nicht, daß ich meinen Endzweck völlig erreichen werde.

§. 44.

So eben, beim Beschlusse dieses dritten Abschnitts, erhalte ich mein Instrument vollendet aus den Händen des Künstlers, und habe das Vergnügen, in dieser vorläufigen Ankündigung und kurzen Beschreibung desselben noch zu melden, daß es vollkommen gut gerathen, und so beschaffen ist, daß ich hoffen darf, auch bei den damit anzustellenden Versuchen auf dem Felde, meine Erwartung befriediget zu sehen. So bald es meine Zeit leidet, werde ich die ersten Versuche damit anstellen, welche ich bei der versprochenen vollständigern Beschreibung des Instruments zugleich mit bekannt machen werde. Alsdann will ich alles, was zur ganzen Maschine, zur Verfertigung und zum Gebrauche derselben gehöret, durch genaue Zeichnungen deutlich machen, und das Maas und Verhältniß aller Theile zu einander sorgfältig bestimmen.

§. 45.

Fast war ich schon entschlossen, nun den ganzen dritten Abschnitt umzuarbeiten, und anstatt der vorläufigen Ankündigung des Instruments, eine umständliche Beschreibung desselben zu liefern. Allein andere Arbeiten nöthigten mich, jezt davon abzustehen, zumal da eine vollständige Beschreibung des Instruments viele Zeichnungen erfodert, die viele Zeit wegnehmen. Ich will es also vorjezt bei der vorläufigen kurzen Beschreibung nur bewenden lassen, und erwarten, wie man diesen meinen zweiten Versuch mathematischer Erfindungen aufnehmen werde.

Wenigstens glaube ich, mein neues mathematisches Werkzeug so weit beschrieben zu haben, daß man sich von der Möglichkeit und dem Nutzen eines solchen Instruments schon hinlänglich überzeugen könne.

§. 46.

Ich habe, §. 20. behauptet, es sei ein Irrthum des Herrn Prof. Mayers, wenn er annimmt, daß der Vernier an demjenigen Bogen seines Astrolabiums, der in $\frac{33}{96}$ des Quadranten getheilet ist, auf $1', 14'', 21'''$ richtig messe, und habe dagegen nur zu $1', 45'', 28'''$, die äußerste Genauigkeit dieses Verniers angegeben. Hiervon will ich nun, zum Beschlusse, hier noch Rechenschaft ablegen.

§. 47.

Durch den Vernier, welcher sich an dem in 96 getheilten Quadranten befindet, wird ein Bogen, welcher 33 solcher Theile in sich faßt, in 32 Theile getheilet. Es frägt sich also: wie viel Minuten und Sekunden macht solches aus? Der Herr Prof. Mayer sagt: $1', 14'', 21'''$. Ich hingegen behaupte, ein solcher Theil beträgt, $1', 45'', 28'''$. (§. 19.) Und dieses muß ich jezt beweisen.

§. 48.

Wenn ein Bogen von 90 Grad, oder ein Quadrant in 96 Theile getheilet wird, so beträgt ein solcher Theil $56' 15''$. Dies habe ich berechnet, und bin darin mit dem Herrn Professor einig. Denn man

verwandle nur die 90° in Sekunden, und dividire mit 96 hinein: so erhält man 3375″ = 56′, 15″. 33 solcher Theile des unbeweglichen Randes faßt der Vernierbogen in sich, der aber in 32 Theile abgetheilet ist. Dadurch wird denn ein Theil des unbeweglichen Randes = 3375″, in 32 Theile getheilet. Nach der Meinung unsers Autors sollen da 1′, 14″ 21‴ herauskommen. Ich bringe aber 1′, 45″, 28‴ heraus, nach folgender Berechnung:

3375 Sekunden
60

machen 202500 Terzien. Diese 202500‴ wollen wir nun in 32 Theile theilen, und sehen, wie viel Minuten, Sekunden und Terzien wir herausbringen.

32	60	60	
202500	6328	105	1′, 45″, 28‴ = $\frac{1}{32}$ von 3375″.
192	60	60	
105	328	(45)	
96	300		
90	(28)		
64			
260			
256			
(4).			

Also hat sich der Herr Prof. Mayer geirret, wenn er glaubt, $\frac{1}{33}$ des Bogens, der $\frac{33}{96}$ eines Quadranten in sich faßt, in 32 Theile getheilet, betrage 1′, 14″, 21‴.

§. 49.

§. 49.

Eben dieses erhellet auch auf folgende Weise:

$\frac{1}{96}$ eines Quadranten beträgt 202500‴, nach voriger Berechnung.

33

607500
607500

33 solcher Theile betragen 6682500‴ | 208828$\frac{4}{32}$‴ = $\frac{1}{32}$ von $\frac{33}{96}$ eines Quadranten.

64 (32)

282
256

265
256

90
64

260
256

(4).

$\frac{1}{32}$ von $\frac{33}{96}$ eines Quadranten ist also = 208828$\frac{4}{32}$‴

$\frac{1}{33}$ solches Bogens aber ist = 202500‴

Rest = 6328$\frac{4}{32}$‴.

Diese Zahl beträgt, wenn man die $\frac{4}{32}$‴ wegwirft, gerade 1′, 45″, 28‴, wie die vorige Rechnung ausweiset, wo auch dieser kleine Bruch nicht mit in Anschlag genommen ist.

§. 50.

Hieraus erhellet denn abermals, daß ein Theil auf der Vernierplatte, wo der Bogen vom $\frac{3}{9}\frac{3}{6}$ eines Quadranten in 32 Theile getheilet ist, um $1', 45'', 28'''$, größer sei, als ein Theil des unbeweglichen Randes, an dem sie sich herumdrehet, und daß folglich der Theil eines zu messenden Winkels, welchen dieses Instrument, bei dem Gebrauche des beschriebenen Verniers, unbestimmt läßt, nicht $1', 14'', 21'''$, sondern $1', 45'', 28'''$ ausmache.

Der andere Vernier, an einem Quadranten, welcher, wie gewöhnlich, in 90° getheilet ist, läßt einen Winkel bis auf $2'$ unbestimmt. Wenn wir nun, nach der Mayerschen Anweisung, von beiden das Medium arithmeticum nehmen, so ist dieses $= 1', 52'', 44'''$, nach folgender Berechnung:

Der eine Vernier läßt unbestimmt $2'$
Der andere . . $1', 45'', 28'''$.

Die Summe davon ist $= 3', 45'', 28'''$.

Diese $3', 45'', 28'''$ um die Hälfte getheilet, giebt das gesuchte Med. arithmeticum.

3′, 45″, 28‴
60
180
45
225″
60
13500
28
13528‴ | 6764 | 112 | 1′, 52″, 44‴ = dem gesuchten Med. arithmetico.
2 60 60
60 60
76 (52)
60
164
120
(44).

§. 51.

Um 1′, 52″, 44‴, d. i. beinahe um 2 Minuten mißt also ein Mayersches Astrolabium, bei dem Gebrauche beider Verniere, unsicher.

Ohne den Gebrauch eines Verniers mißt aber mein Instrument schon auf 15″ richtig; also beinahe 8mal genauer, als jenes, mit Hülfe der Verniere.

Denn $\frac{2'}{15''} = 8$.

Und mit dem Gebrauche der Verniere mißt mein Astrolabium auf einzelne Sekunden richtig, also beinahe 120mal genauer, als ein Mayersches, wenn

es auf die Verniere ankommt. Denn 2 Minuten machen 120 Sekunden.

§. 52.

Wie der Herr Prof. Mayer auf den gezeigten Irrthum gekommen, und ob er schon von jemand bemerkt worden sei, weiß ich nicht. Ich würde es für einen Druckfehler halten, wenn es nicht so oft wiederholt, und als Grundsatz wirklich angewandt wäre, daß $\frac{1}{3\frac{1}{2}}$ b = 1′, 14″, 21‴ sei. Denn unter b verstehet der Herr Prof. $\frac{1}{3\frac{1}{3}}$ des in 96 getheilten Quadranten *).

Der Herr Prof. giebt hier den Rath, sich eine Tabelle zu machen, in welcher man jeden Theil des Winkels, den dieser Vernier anzeigt, auf Minuten und Sekunden reduzirt findet, um nicht, bei jedem Gebrauche des Instruments, mühsame Berechnungen anstellen zu dürfen. Wer also nach dem angezeigten falschen Grundsatze, $\frac{1}{3\frac{1}{2}}$ b = 1′, 14″, 21‴, seine Tabelle gemacht, und darnach die zu messenden Winkel bestimmet hat, der hat sich allezeit sehr geirret, und falsche Messungen mit dem Instrumente herausgebracht.

Denn der kleinste Verscheel, der daher bei jedem Winkel entstehet, beträgt 31″, 7‴. Es kann sich aber auch die daher erwachsende Unrichtigkeit eines Winkels bis auf 16′, 35″, 44‴ erstrecken. Denn 1′, 45″, 28‴ — 1,

*) Siehe des Hrn. Pr. Mayers praktische Geometrie. Th. I. §. 102. p. 337.

— 1′, 14″, 21‴ = 31″, 7‴. Und 31″, 7‴ × 32 = 16′, 35″, 44‴. Sachverständige werden es, ohne mein Erinnern, merken, daß ich hier den geringsten Verscheel deswegen mit 32 multiplizire, weil der Vernier just so viele Theile enthält. Was für wichtige Fehler kann nicht solche Unrichtigkeit jeder vorkommender Winkel in eine zusammengesezte Messung bringen, bei welcher mehrere Winkel genau zu messen sind!

§. 53.

Einen andern Fehler dieser Art, welcher in dem ersten Theile der praktischen Geometrie des Herrn Prof. Mayers vorkommt, habe ich in der Note zu §. 21. bemerkt, und ihn gleichfalls, am Beschlusse dieses Buchs zu beweisen versprochen. Er bestehet darin:

Unser Autor behauptet erstlich, wenn man $8\frac{5}{30}$mal die Mikrometerschraube herumdrehen müßte, unter der Zeit, daß der Index des Verniers einen Grad durchläuft, so müsse der Index 7′, 20″ durchlaufen, wenn die Mikrometerschraube einmal herumgedrehet würde. Dies habe ich nachgerechnet und richtig befunden. Aber nun fährt er fort: Wenn man also die Mikrometerschraube $\frac{1}{30}$mal herumdrehet, so hat der Index 11″ zurückgelegt, und seßet die Formel dabei:

$$\frac{7', 20''}{30} = 11''.$$

Dieser Satz ist falsch. Denn $\frac{7', 20''}{30} = 14'', 40'''$.

Giebt eine Umwendung der Schraube 7′, 20″, so muß $\frac{1}{30}$ der Umwendung $14\frac{2}{3}$ Sekunden geben, nach folgender Berechnung:

$1 : 7', 20'' = \frac{1}{30} : 14\frac{2}{3}''$

60
420
20
440″ | $14\frac{20}{30}$ | $\frac{2}{3}$ = 14″, 40‴
30
140
120
(20)

(10)

$\frac{1}{3}$ einer Sekunde macht gerade 20 Terzien, folglich sind $\frac{2}{3}'' = 40'''$.

Zum Ueberflusse multiplizire man 14″, 40‴ mit 30, so wird man 7′, 20″ wieder herausbringen.

$14'', 40''' \times 30 = 7', 20''$.

60
840
40
880‴
30
26400‴ | 440″ | 7′, 20″
240
240
240
(00).

(60)

Wenn

Wenn also eine ganze Umwendung der Mikrometerschraube 7', 20" giebt: so giebt $\frac{1}{30}$ Umwendung 14", 40"', nicht 11", wie unser Autor behauptet.

Daß dieses kein Druckfehler, sondern ein Fehler im Rechnen sei, habe ich, §. 21, schon gezeiget.

§. 54.

Es verdienet aber dieser kleine Irrthum aus bem dem Grunde, als der vorhergehende, hier bemerkt zu werden. Denn auch hier, §. 101, giebt der Herr Professor die Anweisung, sich eine Tabelle zu machen, aus welcher man immer, ohne anzustellende Berechnung, nach der Anzahl der geschehenen Umwendungen der Mikrometerschraube, die Minuten und Sekunden ersehen kann, welche der Index fortgerückt ist, und sezt dabei diesen falschen Satz zum Grunde: Eine Umwendung beträgt 11 Sekunden, folglich 2 Umwendungen 22 Sekunden, u. s. w.

Wer also ein Astrolabium hat, das genau nach der Beschreibung, die man in dem Mayerschen Werke findet, verfertiget worden, und nach diesem falschen Grundsatze seine Tabelle einrichtet, auch wohl zu den Vernieren eine unrichtige Tabelle hat, wie erst gezeiget worden: was für falsche Winkel muß der mit seinem Instrumente bisher herausgebracht haben! Sollte also dieser an sich geringscheinende Irrthum, der auch dem größten Manne leicht entwischen kann, wegen seiner wichtigen Folgen nicht bemerkt zu werden verdienen?

Der

Der gezeigte Irrthum, in Ansehung der Mikrometerschraube, kann zwar nur diejenigen betreffen, welche das Mayersche Instrument selbst besitzen. Weil die Mikrometerschrauben nicht überein ausfallen können, wofern man nicht eben des Schraubenzeuges sich dazu bedienet hätte, womit die Mayersche Mikrometerschraube eingeschnitten ist. Allein der zuerst bemerkte Irrthum in Ansehung der Verniere, muß alle diejenigen zu falschen Messungen verleiten, deren Astrolabium genau nach der Mayerschen Beschreibung verfertiget ist.

§. 55.

Ferner erhellet auch aus den bemerkten Irrthümmern, daß die äußerste Schärfe, welche dies Instrument gewähret, sich nicht so hoch belaufe, wie wir §. 21. auf das Wort des Herrn Prof. Mayers angenommen hatten, nicht auf 11", sondern nur auf 14", 40"'. Beinahe eine Viertelminute bleibt da, bei der Bestimmung eines sehr spizen Winkels, unsicher.

Wenn man meinen Sekundenmesser so einrichtet, daß eine jede Minute auf dem unbeweglichen Rande in 8 Theile getheilet wird, welches sehr bequem geschehen kann: so zeigt schon der Minutenweiser ein jedes $\frac{1}{8}$ Minute unmittelbar, deutlich nach; so mißt das Instrument auf 7", 30"' richtig; folglich noch einmal so genau, als ein Mayersches Astrolabium, wenn man auch bei dem meinigen gar keine Verniere zu Hülfe nimmt, bei dem Mayerschen hingegen alle Verniere,

niere, nebst der Mikrometerschraube anwendet, um mit der äußersten Genauigkeit das wahre Maas eines zu messenden Winkels auszuspüren.

Die entdeckten kleinen Irrungen sind indessen einem solchen verdienstvollen Gelehrten, durch dessen Bemühungen die praktische Geometrie so viel gewonnen hat, leicht zu vergeben. Sie beweisen nur, daß auch die größten Männer irren können, und da just am leichtesten, wo sie am wenigsten Fehler befürchten. Wie bald ist da, wo alles auf Berechnungen beruhet, bei Kleinigkeiten ein Fehler begangen, dessen Folgen von Wichtigkeit sein können!

Dieser Gedanke nöthiget auch mich, meine Leser im Voraus um Verzeihung zu bitten, wenn ich bei den mannichfaltigen schweren Materien, die in diesem Buche vorkommen, und alle auf Berechnung beruhen, irgendwo gefehlt haben sollte, ob ich gleich glaube, mit allem möglichen Fleiße die Sachen durchdacht zu haben. Jedem, der mich ohne Tadelsucht und Bitterkeit eines bessern belehren wird, dem werde ichs Dank wissen.

Noch einige Zusätze und Berichtigungen.

Bei Gelegenheit einer kleinen Abänderung, die ich an meinem, im 4ten Abschnitte angekündigten, Sekundenmesser machen ließ, hat er etwas Spielraum in dem Räderwerke bekommen. So unangenehm mir anfänglich dieser Vorfall war, so hat er mir dennoch zu einer wichtigen Verbesserung des Instruments Gelegenheit gegeben, und ich werde meinen Zweck, wiewohl mit doppelten Kosten, noch glücklich erreichen.

Es ist schon ein neues Instrument im Werke. Anstatt durch Zahn und Getriebe die Maschiene in Bewegung zu setzen, gebrauche ich nun seidene Schnüre dazu. Anstatt der Getriebe nehme ich Spindeln, und anstatt der Stirnräder, bloße Rollen, oder Räder ohne Zähne. Eine Schnur, die kreuzweise über die Spindeln und Räder geschlungen wird, und nach Gefallen straff oder locker gespannet werden kann, setzt jedes Rad mit seiner Spindel in Verbindung.

Bei dieser Einrichtung ist der Fehler, welcher von dem gar schwer zu vermeidenden Spielraume zwischen Zahn und Getriebe entstehet, durchaus nicht zu befürchten, und ich gewinne noch verschiedene andere Vortheile dadurch, die ich aber hier nicht beschreiben kann.

Das Instrument wird größer als das alte, und mit mehrern Vernieren versehen. Auch mit den Diop-

tern

tern werde ich eine Veränderung machen. Uebrigens bleibt die wesentliche Einrichtung dieselbige.

In Ansehung des dritten Abschnitts des gegenwärtigen Werks erlaube man mir, noch folgendes zu bemerken.

Ich habe daselbst gezeiget, daß die Nuß, womit man gemeiniglich Mensеln und Winkelmesser aufs Stativ zu setzen pflegt, ein unnützes Werkzeug sei, weil bei dem Gebrauche derselben, wenn man nicht den Hals der Kugel immer mit dem Zapfen des Stativs, worauf die Nuß gesezt wird, in einer senkrechten Linie erhält, der Winkel nie aus dem wahren Stazionspunkte gemessen werde.

Hierwider wird man vielleicht einwenden: „Der „Fehler, der daraus entstehet, kann berechnet, und „der gefundene Winkel darnach berichtiget werden.“

Dies ist wahr. Aber wie umständlich, wie mühsam wäre dieses Verfahren!

Vielleicht hält mancher auch die Unrichtigkeit im Messen, die aus dem verfehlten Stazionspunkte entstehet, nicht für erheblich. Allein gesezt auch, daß der Fehler in den mehresten Fällen nicht von Erheblichkeit ist, so kann er doch, unter manchen Umständen, sehr merklich werden. Bei denen Winkeln einer aufzunehmenden Figur, welche die kürzesten Schenkel haben, wird sich dieser Fehler allezeit mehr zeigen, als bei denen, die

längere Schenkel haben; also bei kleinen Plätzen mehr, als bei großen.

Allein gesezt auch, daß dieser Fehler nie von Bedeutung wäre; so bliebe doch die Nuß allezeit, bei horizontalen Messungen, ein unnützes Werkzeug, weil das, nach allen Seiten hin biegsame Gelenk, worin das Wesentliche der Nuß bestehet, und welches das Instrument theuer macht, dabei ohne Nutzen ist.

Man könnte mir vielleicht auch einwenden, mit meinem, statt der Nuß, vorgeschlagenen Werkzeuge ließen sich hingegen auch keine andere, als horizontale Winkel messen, schiefliegende gar nicht.

Ganz recht! Aber nach meiner Meinung kann ein Feldmesser dieses vermeinten Vortheils sehr leicht entbehren. Er wird sich immer auf andere Weise zu helfen wissen, ohne sein Instrument kippen zu dürfen. Der sonderbare Fall möchte sich wohl nicht leicht ereignen, wo er sich schlechterdings genöthiget sähe, statt eines horizontalen Winkels, einen schiefliegenden zu messen, und ihn nachgehends, durch Hülfe der sphärischen Geometrie, in einen horizontalen zu verwandeln.

Ferner muß ich noch erinnern, daß ich, beim Durchlesen der Aushängebogen, noch manche Fehler bemerkt habe, die ich jezt kürzlich anführen will. Ich hatte anfänglich Hoffnung, die Korrektur selbst zu bekommen, und dann würde ich sie alle sogleich entdeckt und verbessert haben. Allein wegen der Entfernung

des

des Druckorts konnte dieses nachgehends nicht füglich geschehen. Sie bestehen darin:

Die Berechnungen in dem ersten Abschnitte sind nicht nach den Schulzischen Tabellen berechnet worden, wie S. 8 irrig gesagt ist, sondern nach den Wolfischen. Ich besitze zwar die vortrefflichen Schulzischen Tabellen selbst, aber ehe ich mir dieselben anschaffte, waren die Berechnungen des ersten Abschnitts schon fertig. Hätte ich die ausführlichern Logarithmentafeln eher gehabt, so hätte ich, in der Berechnung der Linien, weit kürzer davon kommen können.

Seite 49 habe ich gesagt: Wenn man den Zirkel, nach §. 2, von 5 zu 5 Graden eingetheilet hat, so hat man schon die beiden Linien a o = c u, und a k = c v, auf der Hipotenuse bestimmt. Dieses muß also heißen: Wenn man den Zirkel, nach §. 2, von 5 zu 5 Graden getheilet hat, so hat man schon die kleine Linie, o h, in Fig. 2, auf der Hipotenuse bestimmt. Man darf also nur noch ihren Mittelpunkt k merken, so hat man auch die Linie a o = c u, und a k = c v in Fig. 34.

Die Periode, S. 263, welche sich mit Zeile 14 anfängt, sollte billig also lauten: Allein wenn gleich bei dem gewöhnlichen Gebrauche der Mensel nicht just, wegen der Unbequemlichkeit der Nuß und der Mensel, der wahre Stazionspunkt verfehlet wird: so geschiehet doch dieses aus andern Ursachen, und

es sind viele Fehler dabei unvermeidlich, wie ich in dem ersten Kap. — = u. s. w.

Uebrigens ist noch folgendes zu merken:

S. 3. Z. 4. für a e b, lies a e c.
" — " 11. für von b aus, lies von c aus.
" 20 " 3. lies also: 3000″: $18\frac{644}{1000}$″ = 4320: dec. dec. duod.
duod.
$26\frac{25420800}{3000000}$″.
" 21 " 6. für §. 2, lies §. 10. Kap. I.
" 25. " 22. für nach dem 41sten lies nach dem 45sten.
" 26. " 8. für Fig. 34, lies Fig. 33.
" 27. " 6. für 1033244, lies 2023244.
" — " 7. für der halben Hiopoth. lies der Hipothenuse.
" — " 9. für 2093904, lies: 2083904.
" 33 " 10. für Punkt g lies Punkt q.
" — " 12. für g k, lies q k.
" — " 23. für g k, lies q k.
" — " 26. für a b g, lies a b y.
" — " — für Fig. 33, lies Fig. 32.
" 34 " 2. für g b, lies y b.
" — " 5. für a g b, lies a y b.
" — " 7. für g b a lies y b a.
" — " 9 für a g, lies a y.
" — " — für 41°, 8′, 6″, lies 4°, 1′, 8″, 6‴.
" 35. " 13. für a q b, lies a b q.
" — " — für und b q, lies und b a q.
" — " 15. für = 15° lies = 125°.
" 38. " 5. für Fig. 34, lies Fig. 33.
" 39. " 14. für Fig. 33, lies Fig. 32.
" 41. " 3. für Fig. 33, lies Fig. 32.

S. 41. Z. 17. für 3°, 1′, 7″, 9‴, lies 31°, 7′, 9″.
„ 43. „ 6. für a k lies o k.
„ — „ 17. für Fig. 34. lies Fig. 33.
„ 48. „ 22. für gleichschenklichten lies gleichseitigen.
„ 49. „ 13. für §. 23, lies §. 22.
„ — „ 28. für §. 23, lies §. 22.
„ 51. „ 11. für b z g lies b z y.
„ 54. „ 23. für Fig. 33, lies Fig. 32.
„ 55. „ 8. für von c bis 50° lies von e bis 50°.
„ 102. „ 15. für Fig. 3, 4, 6, lies Fig. 3, 5, 6.
„ 120. „ 13. für Stab C, lies Stab e.
„ 135. „ 4. für gleichsam lies gleich.
„ 142. „ 23. für c a d = C A D, lies c d a = C D A.
„ 144. „ 23. für C D, lies E D.
„ 150. „ 2. für e k lies g k.
„ 187. „ 22. für Mit 2, 2, lies Mit i, i.
„ 251. „ 25. für Kap. I. §. 11. lies Abschn. II. Kap. I. §. 11.
„ 256. „ 9. für Schrauben, lies Schraube.
„ 281. „ 20, 21. für Kap. I. Abschn. I. §. 55, 56. lies Abschn. I. K. II. §. 29, 30.

Seite 284, in der untersten Zeile, habe ich einen kleinen Fehler im Rechnen begangen, worauf aber nicht viel ankommt. Anstatt $\frac{1', 37''}{15''} = 7\frac{4}{5}$ sollte es heißen $\frac{1', 37''}{15''} = 6\frac{7}{15}$. Daher muß man auch, in der vorhergehenden Zeile, statt $7\frac{4}{5}$mal, $6\frac{7}{15}$mal, lesen.

In Fig. 26, Tab. XIV. kommt der Buchstab h, in der Stazion D auf der Mensel, zweimal vor, welches billig nicht sein sollte. Das h rechter Hand, in der Ecke der Mensel, sollte eigentlich ein k sein. Weil

aber hier just kein Mißverstand daraus zu befürchten ist, und auch im Texte h statt k stehet: so bedarf dies keiner Abänderung, oder es müßte denn auf der Tafel und im Texte zugleich verbessert werden.

Fehler in Ansehung der Orthographie habe ich nicht anmerken wollen, weil nicht die meinige ganz beibehalten ist. Daß das y weggelassen worden, ist auf mein Verlangen geschehen. Dieses zu rechtfertigen, würde aber hier der Ort nicht sein. Maaß und Maaßstab hingegen schreibe ich nicht mit s, wie man es hier gewöhnlich findet. Das Wort Hipothenuse wird richtiger Hipotenuse geschrieben.

Nachricht an den Buchbinder.

Die Kupfer werden am Ende des Buchs, nach ihren Nummern angebracht, und zwar so, daß man sie ganz herausschlagen kann.

Tab. 1.

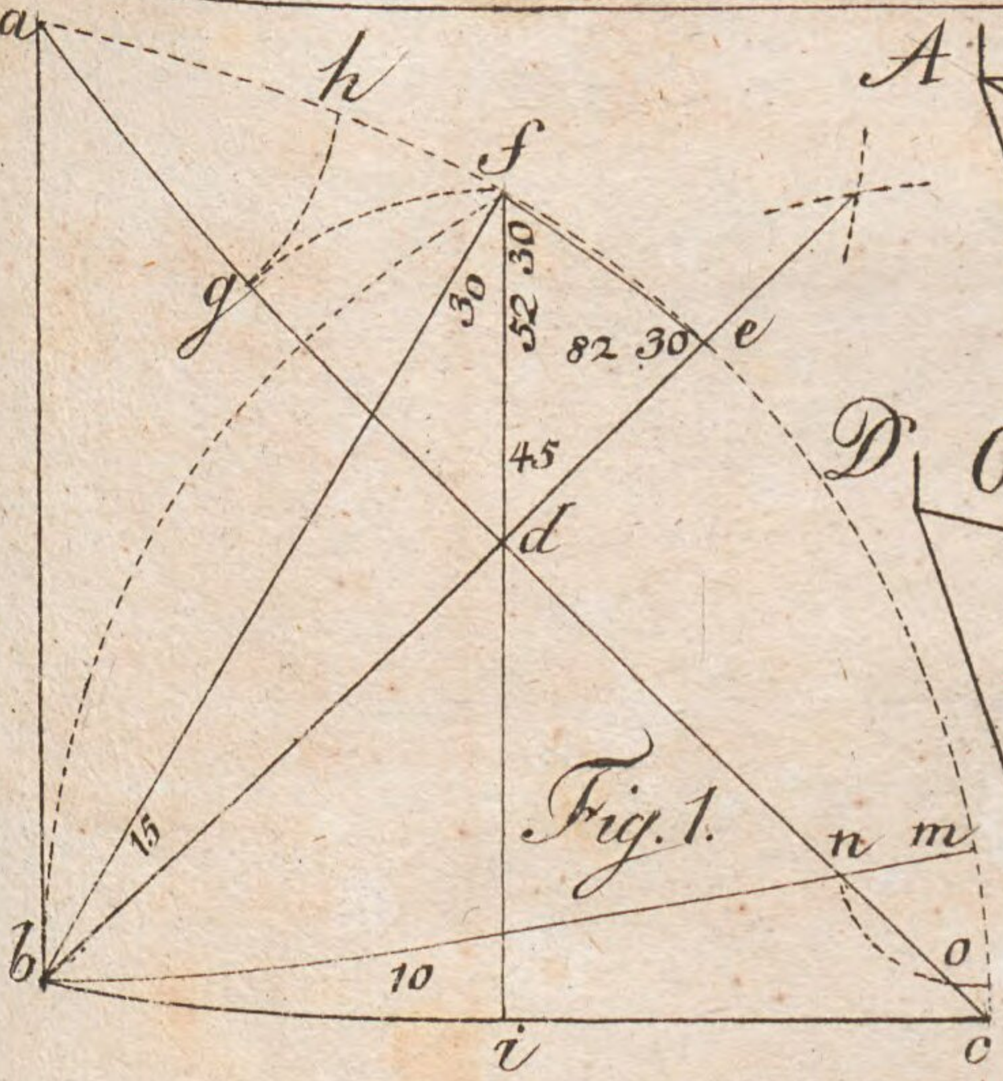


Fig. 1.

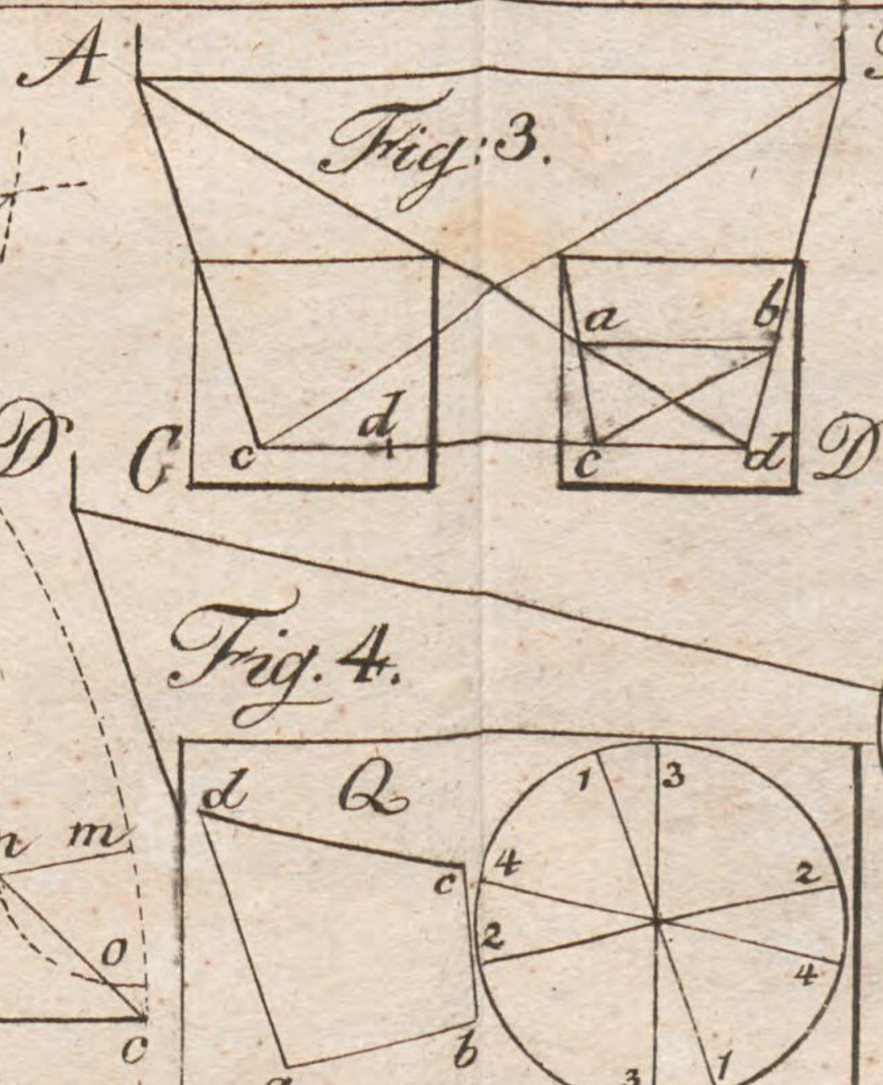


Fig. 3.

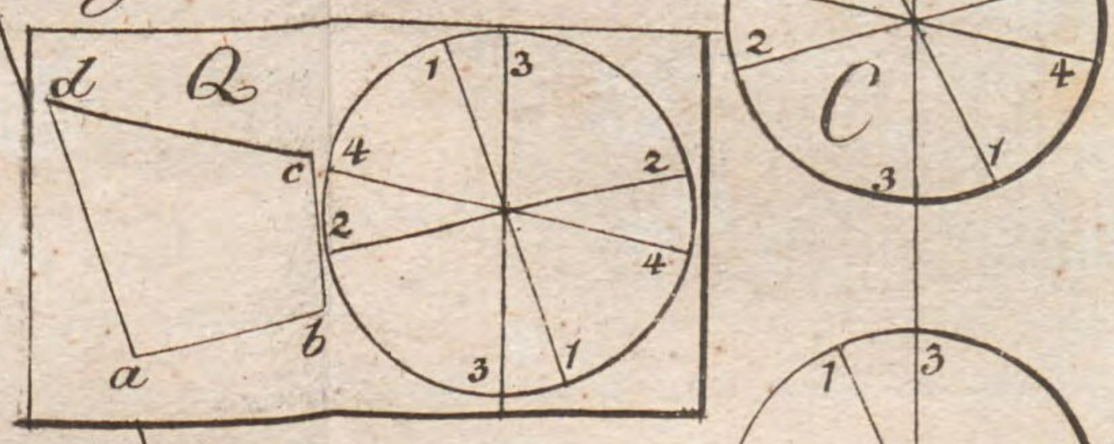


Fig. 4.

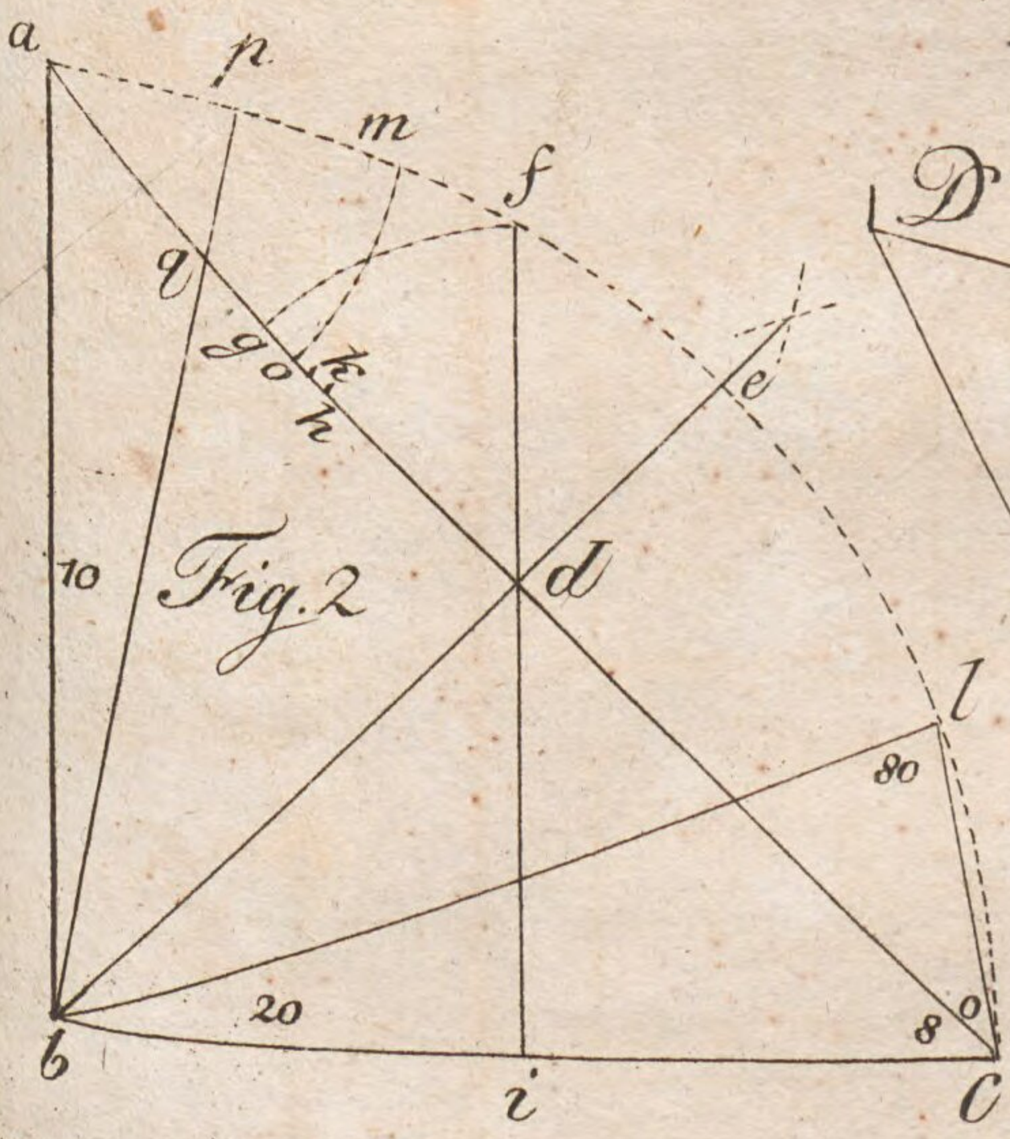
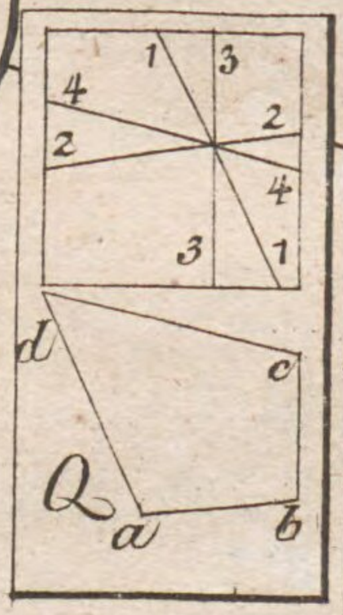
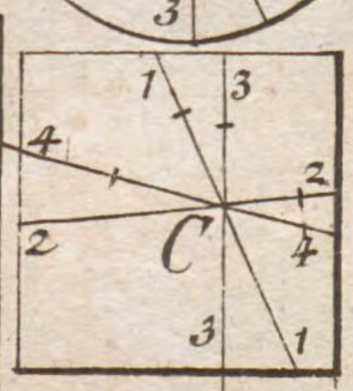
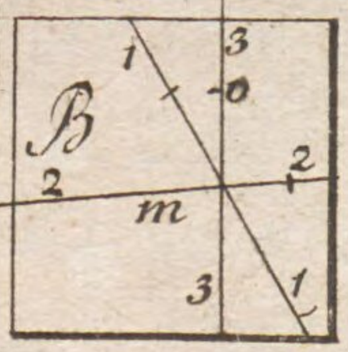


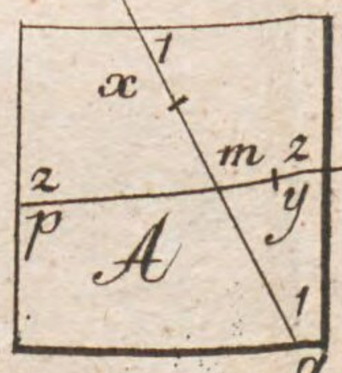
Fig. 2

Fig. 5.









Tab. II.

Fig. 6.

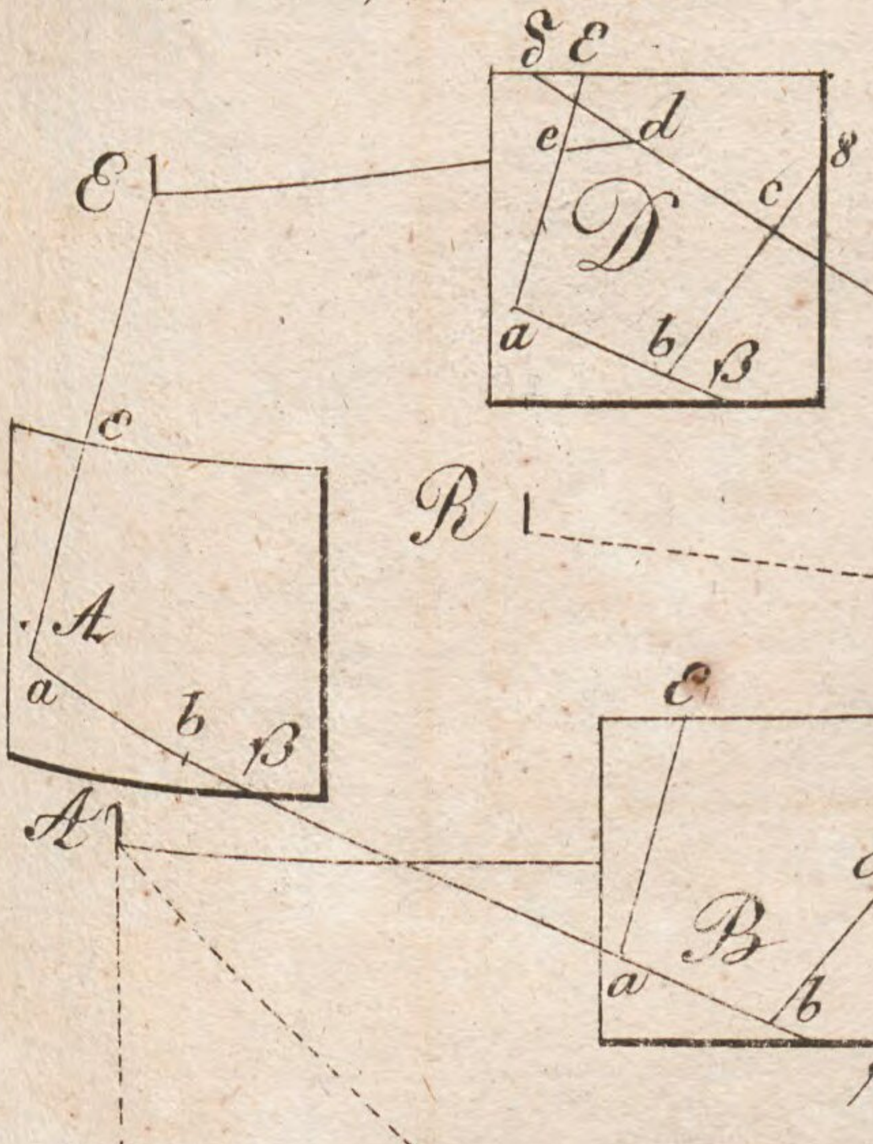


Fig. 7.

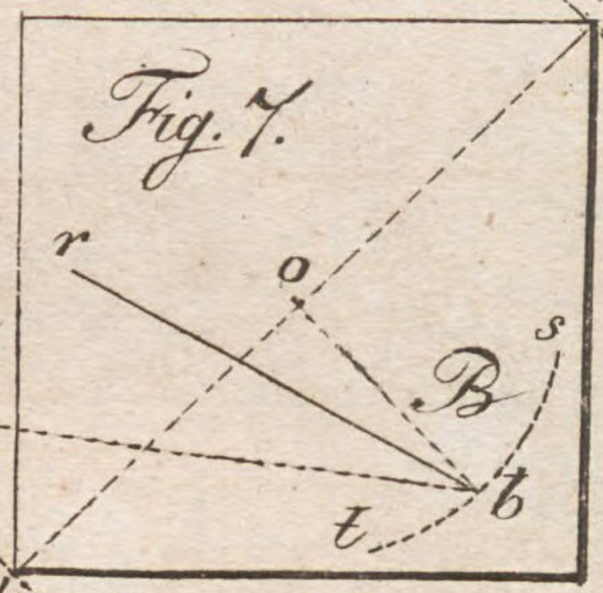
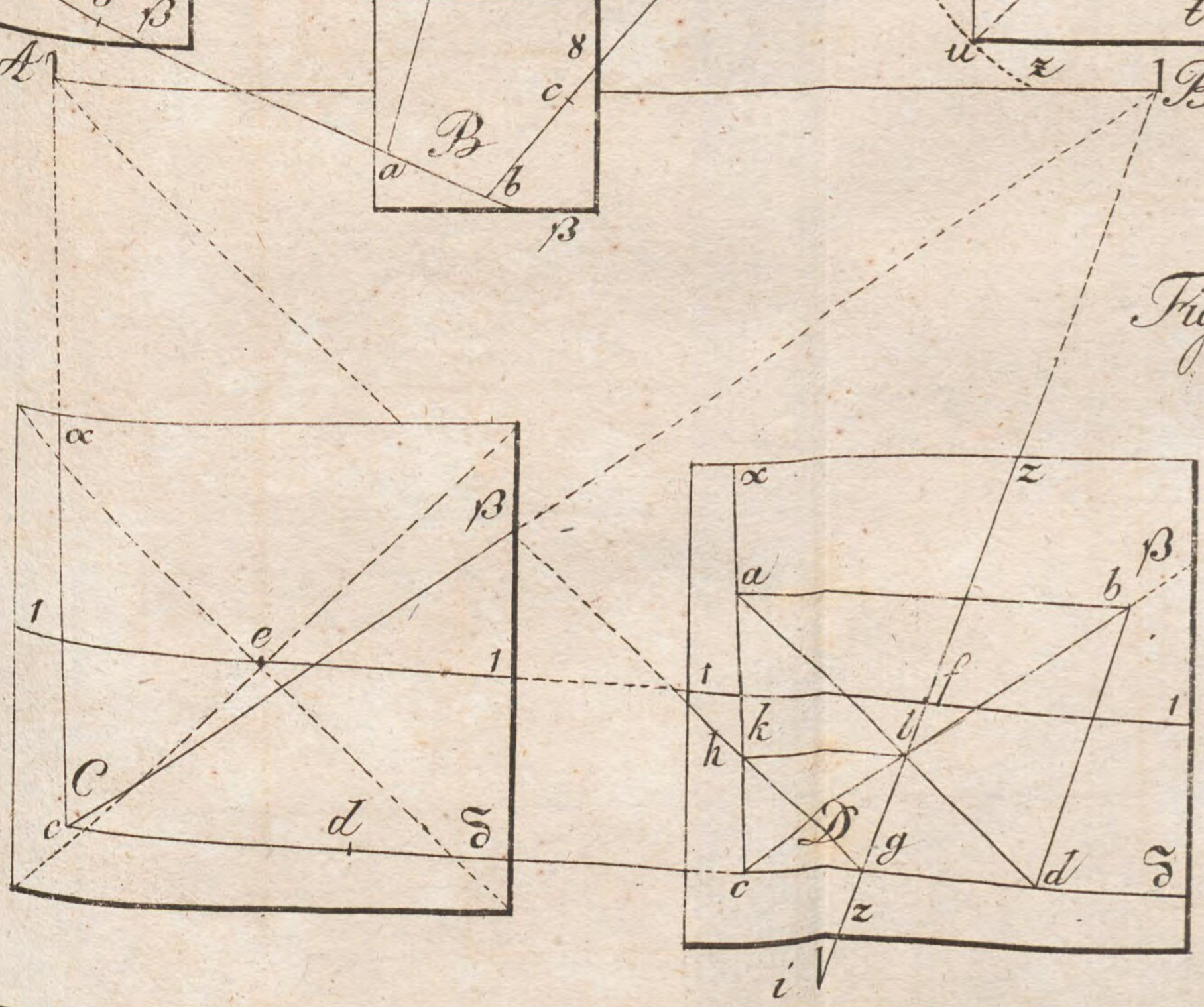


Fig. 8.



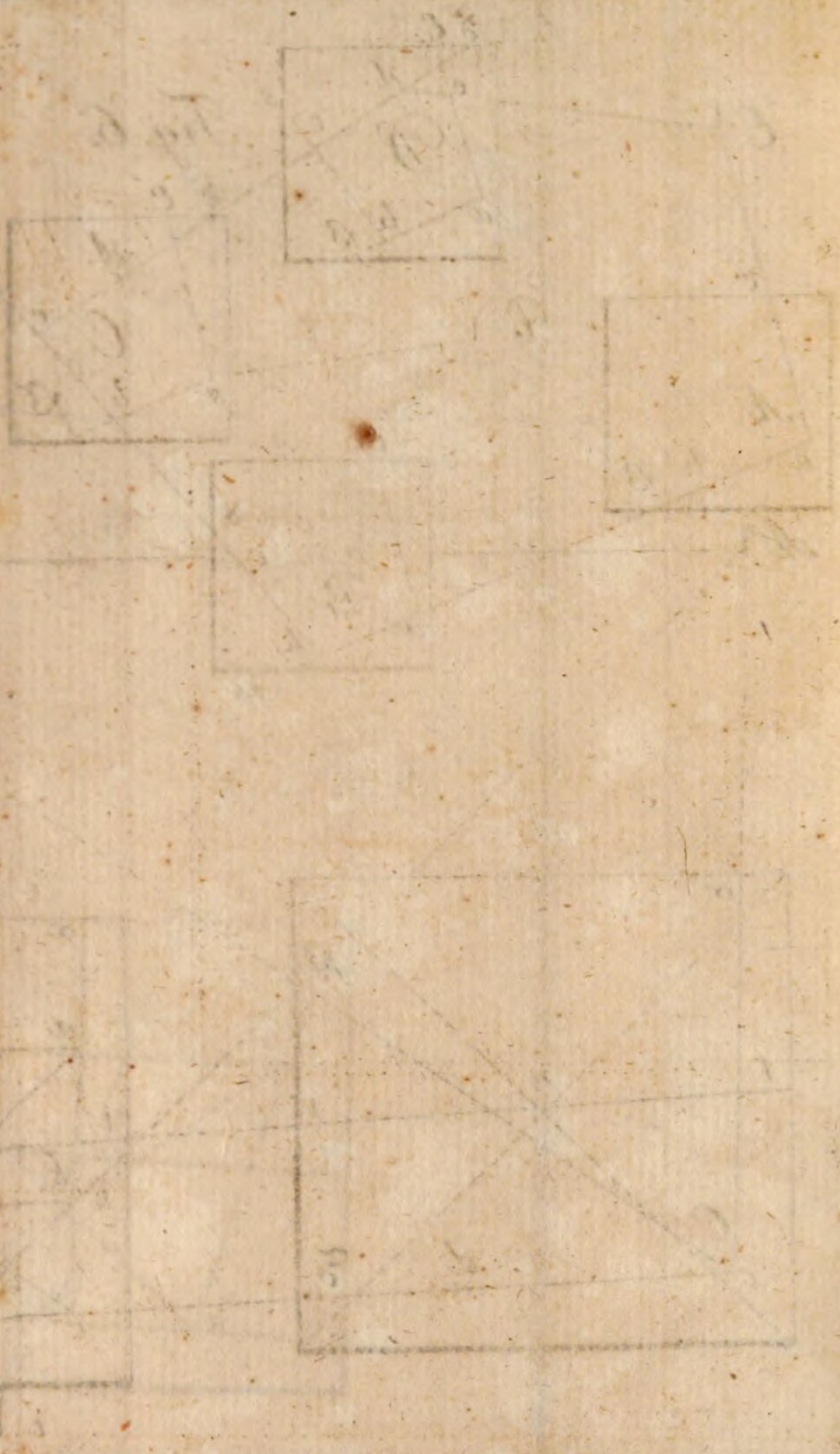


Fig. 9.

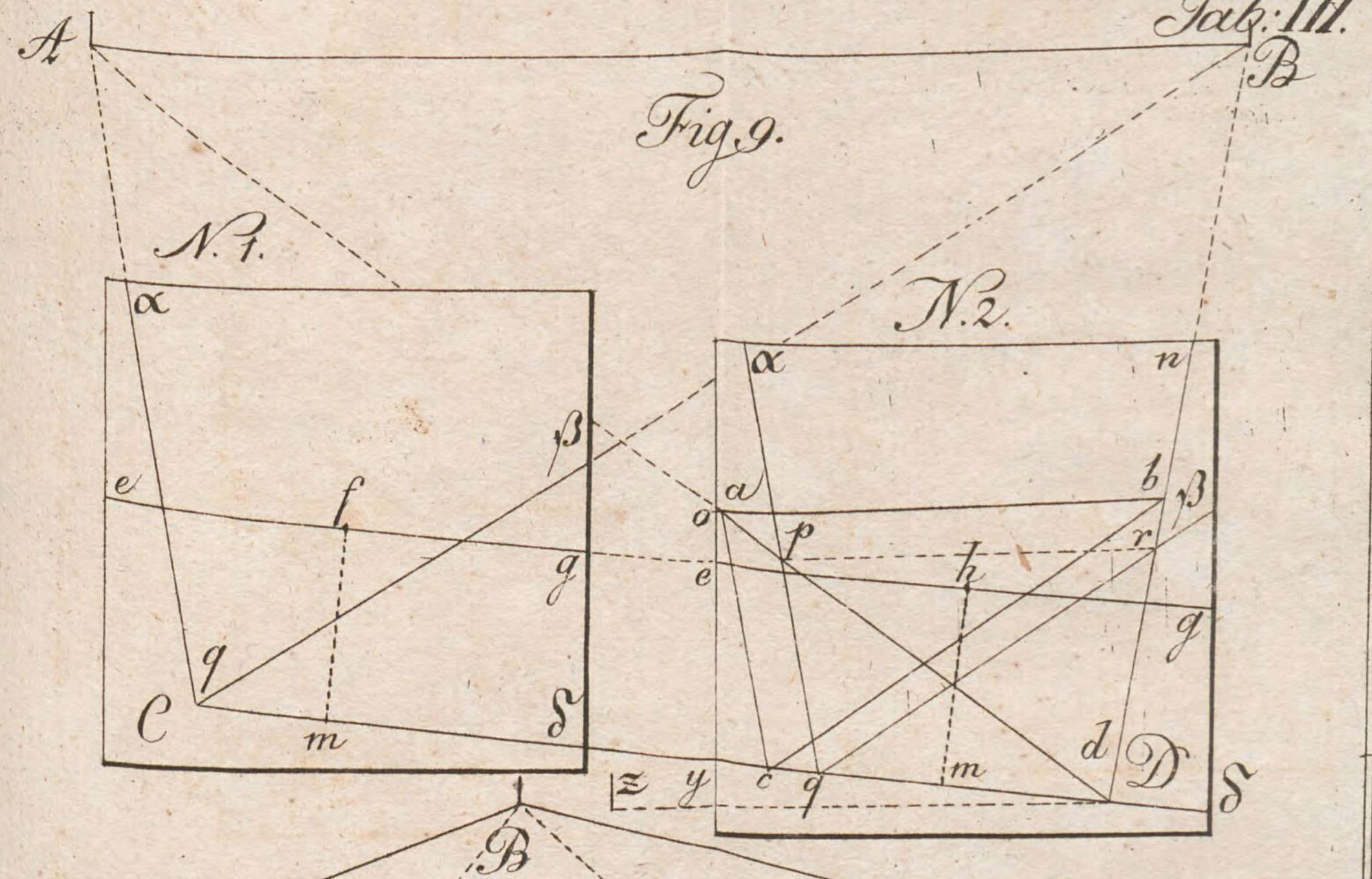
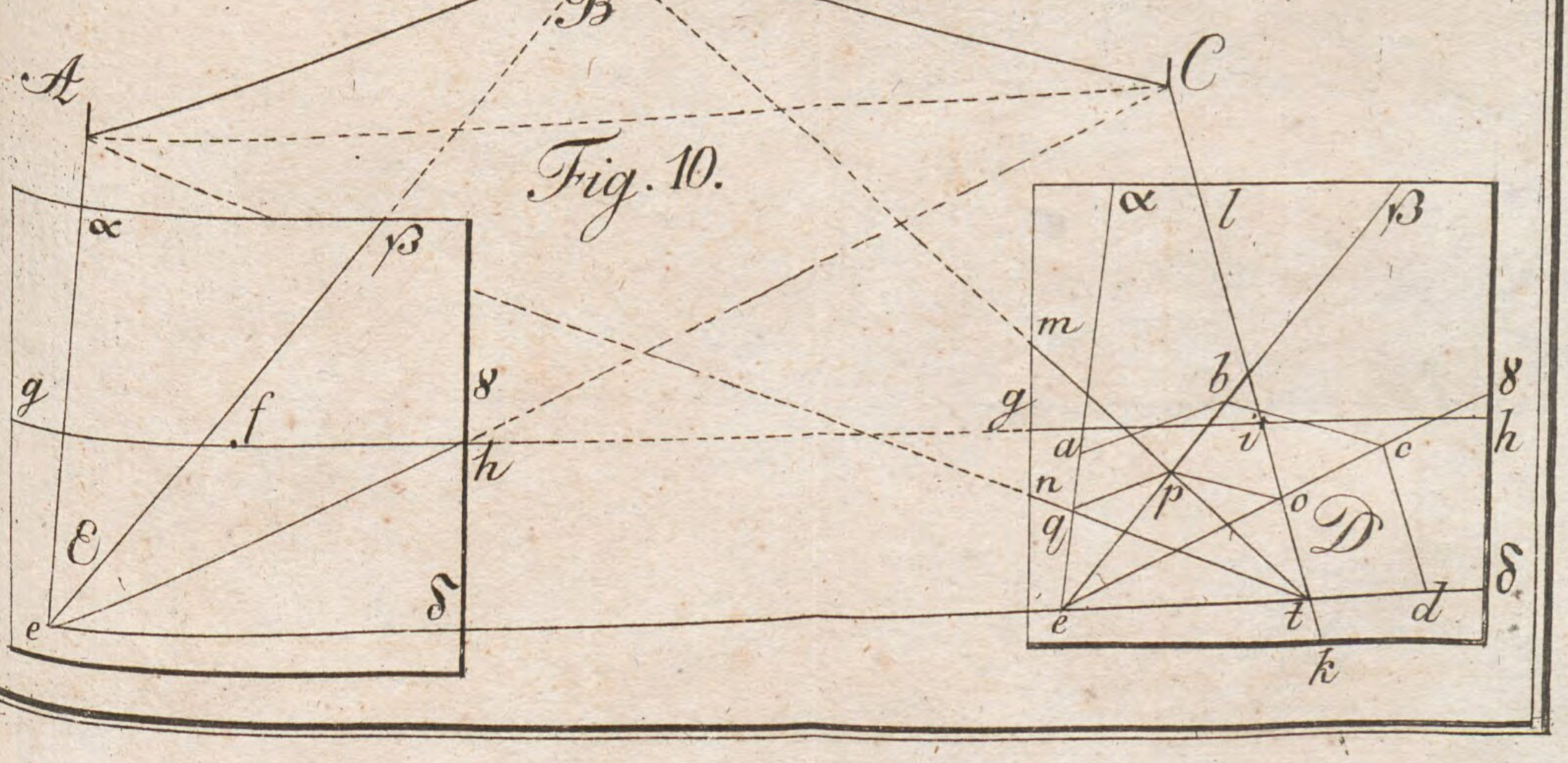
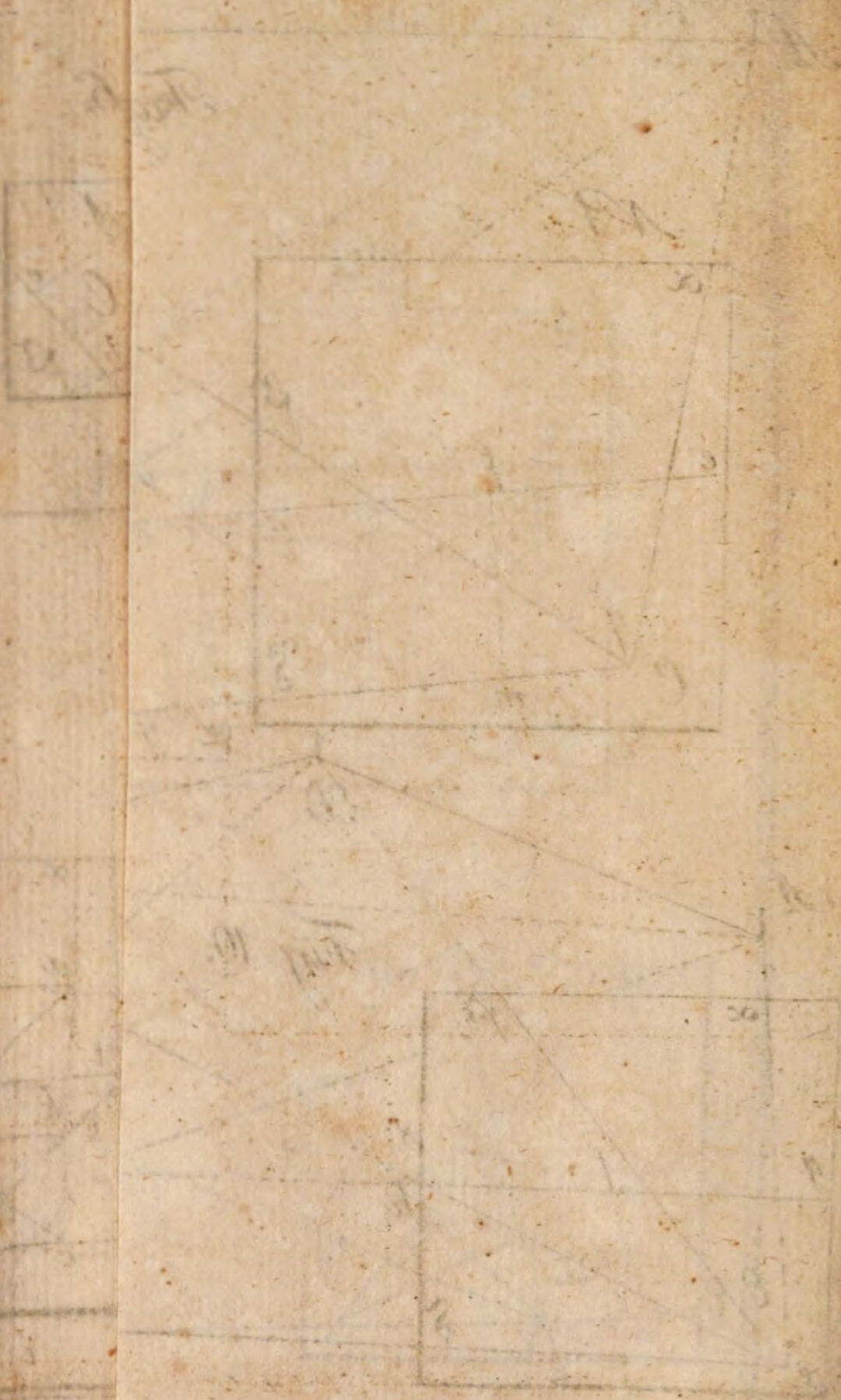

A
B
N. 1.
N. 2.
α
β
e
f
g
q
C
m
δ
a
b
o
p
r
h
n
z
y
c
d
D

Fig. 10.


A
B
C
α
β
g
f
δ
h
E
e
l
m
b
a
i
c
n
p
o
q
D
t
d
k



Tab. IV.

Fig. 11.

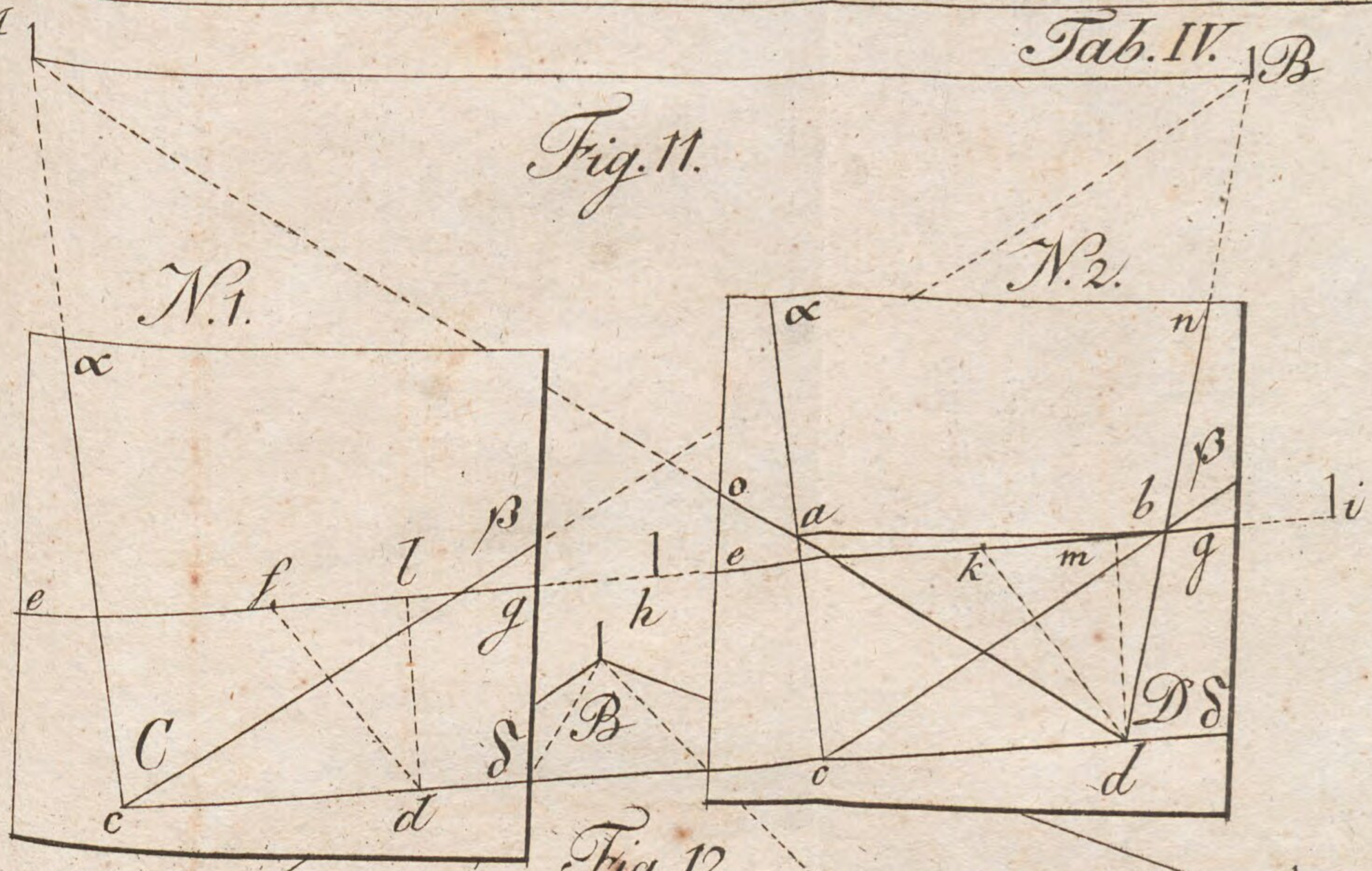
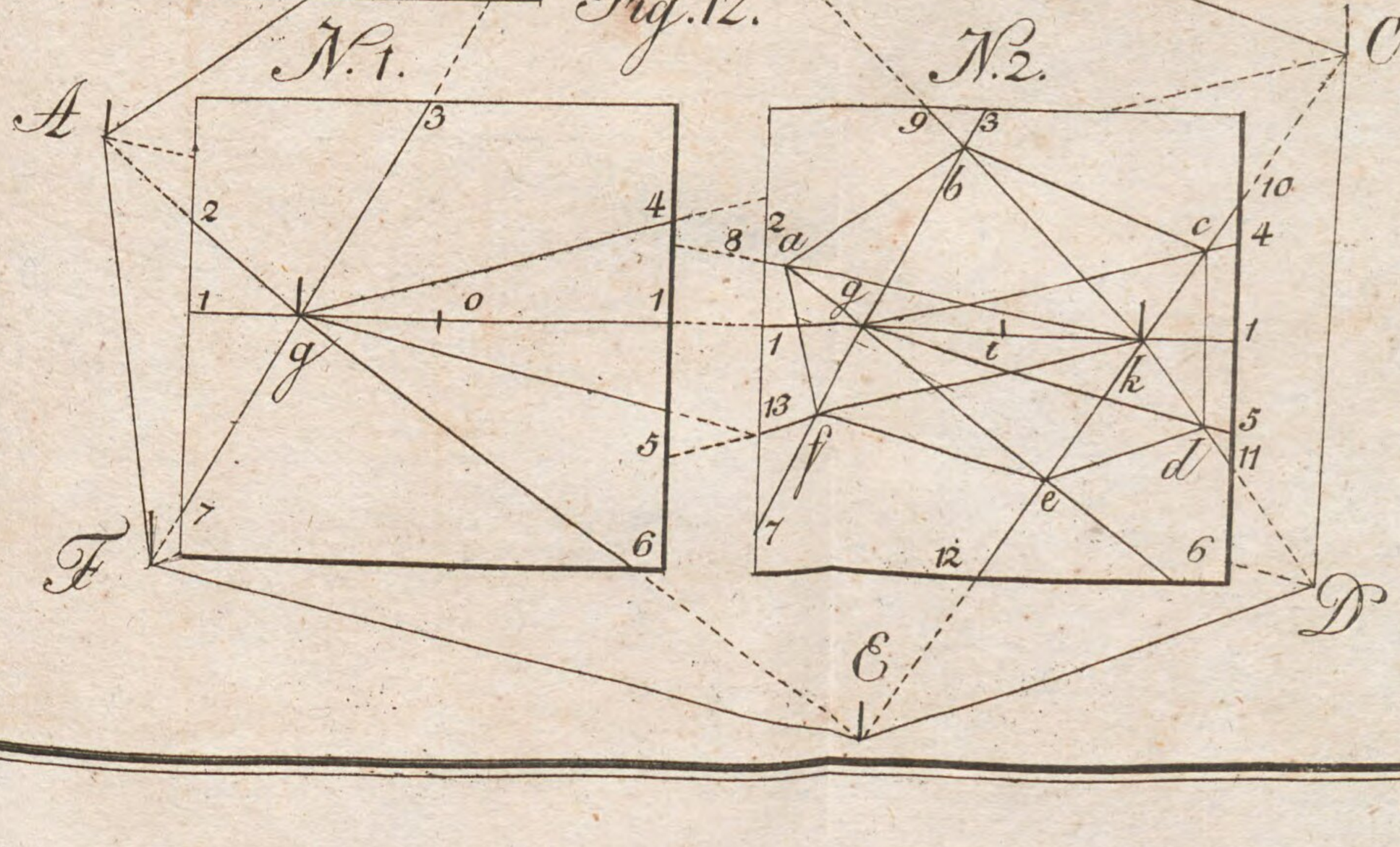
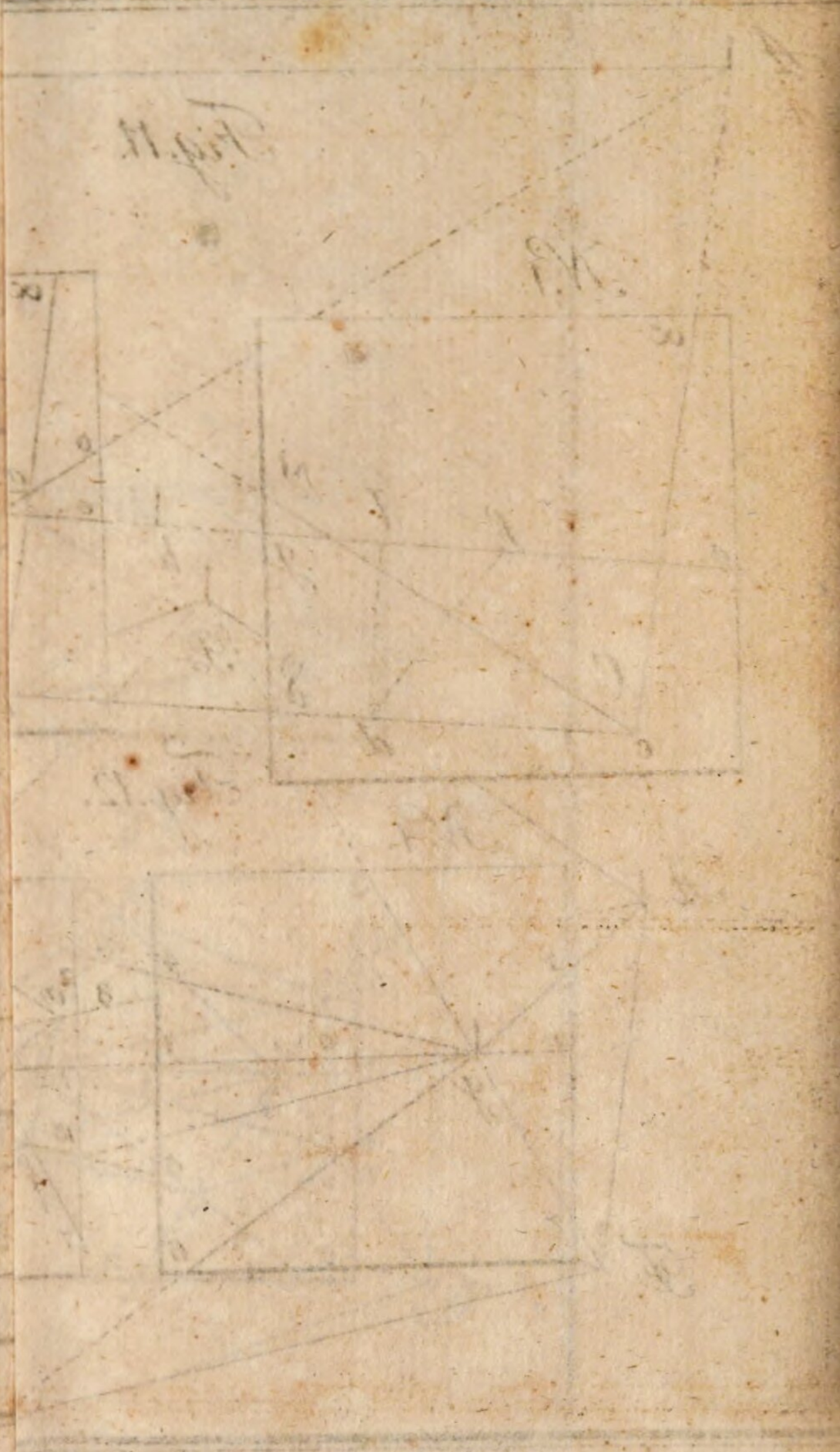


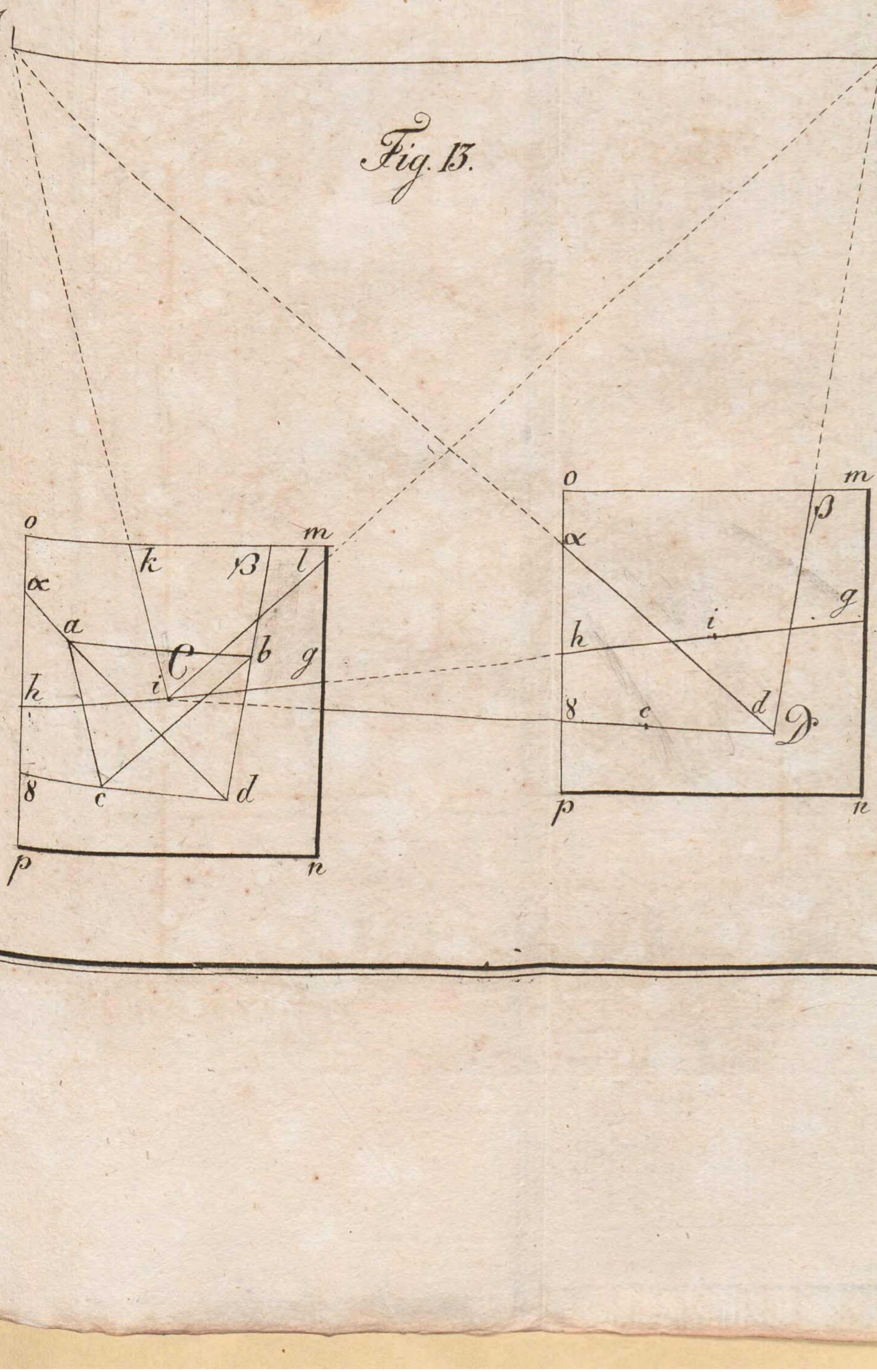
Fig. 12.





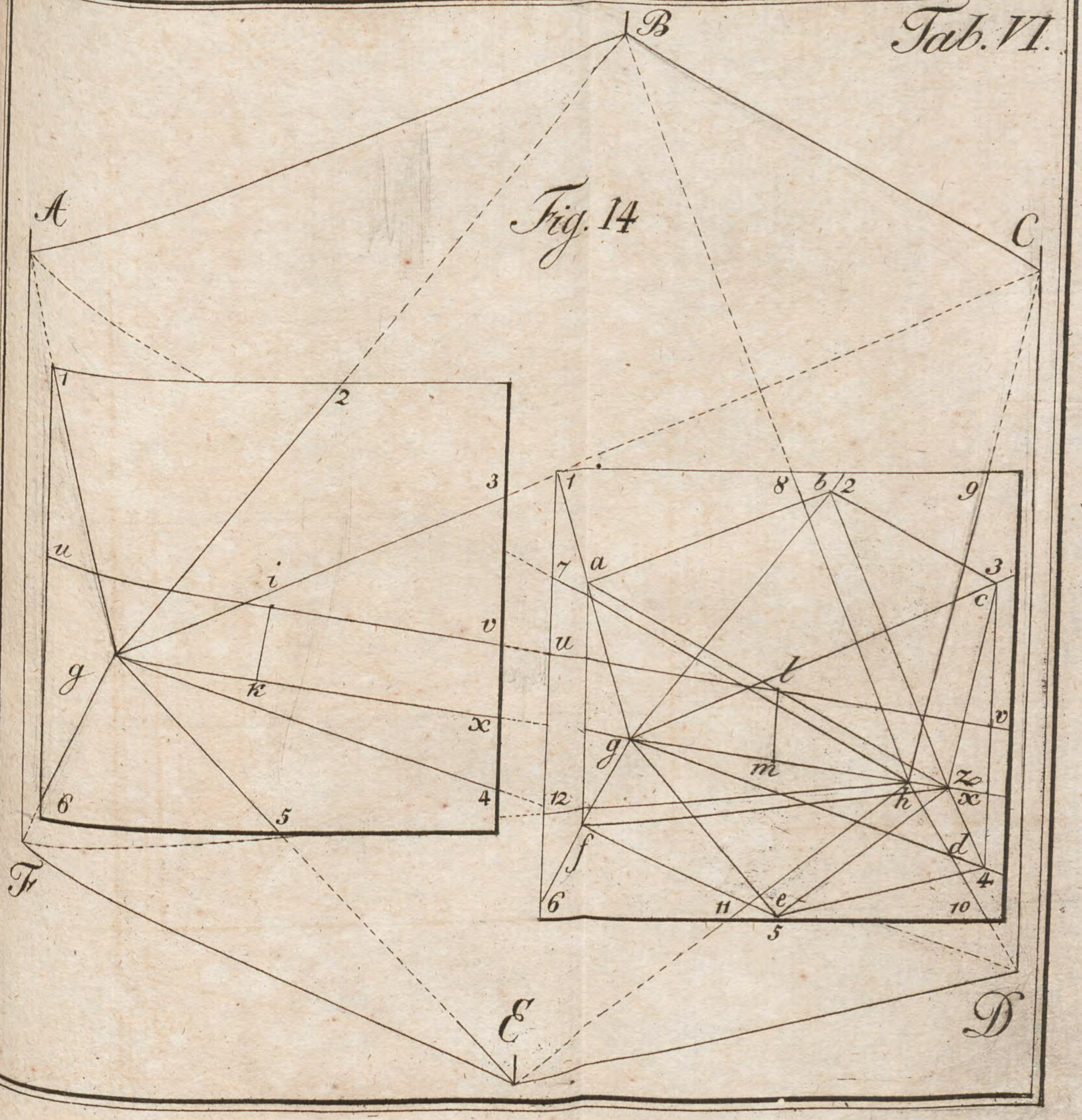
Tab. V.

Fig. 13.



Tab. VI.

Fig. 14



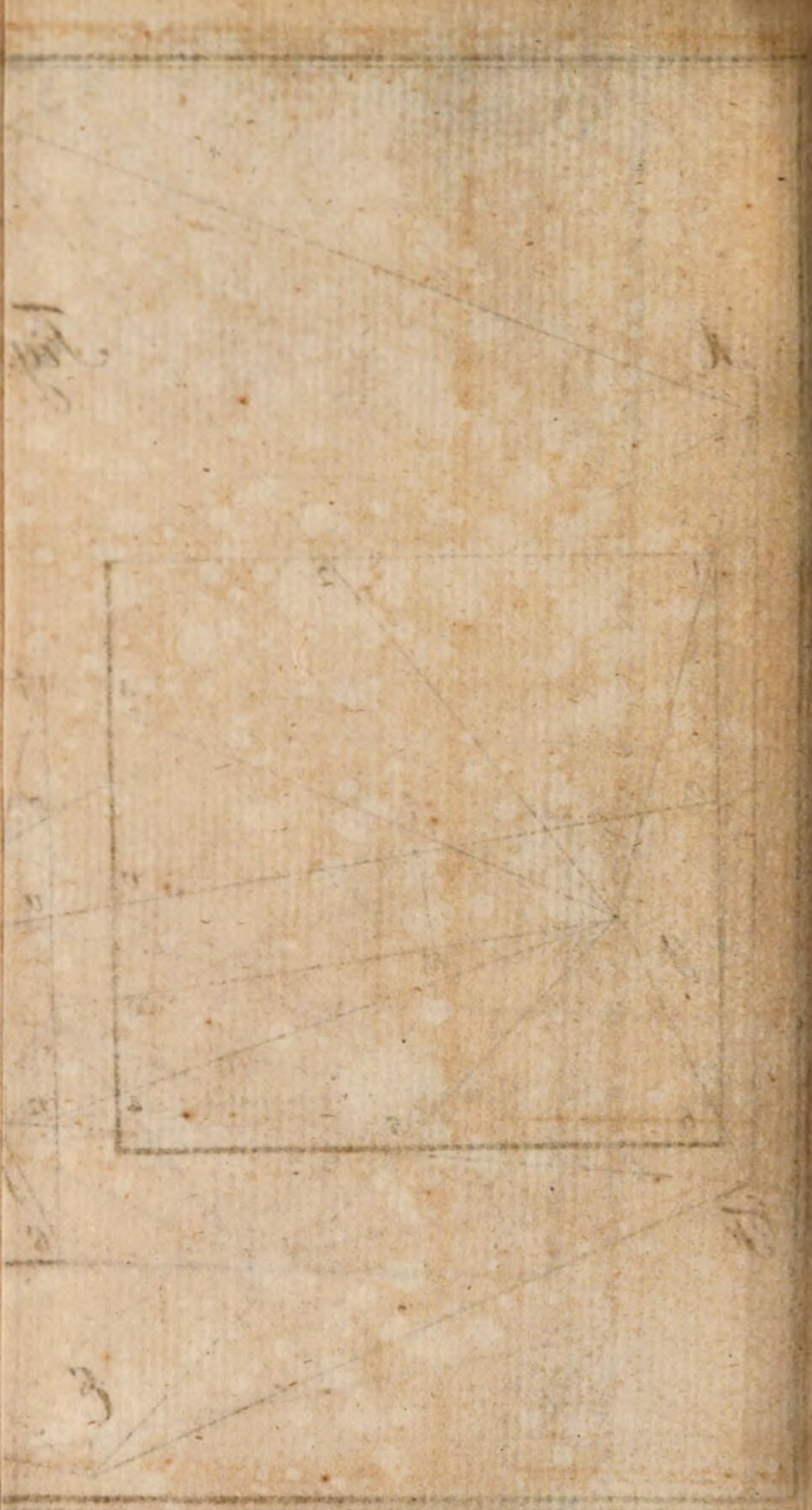
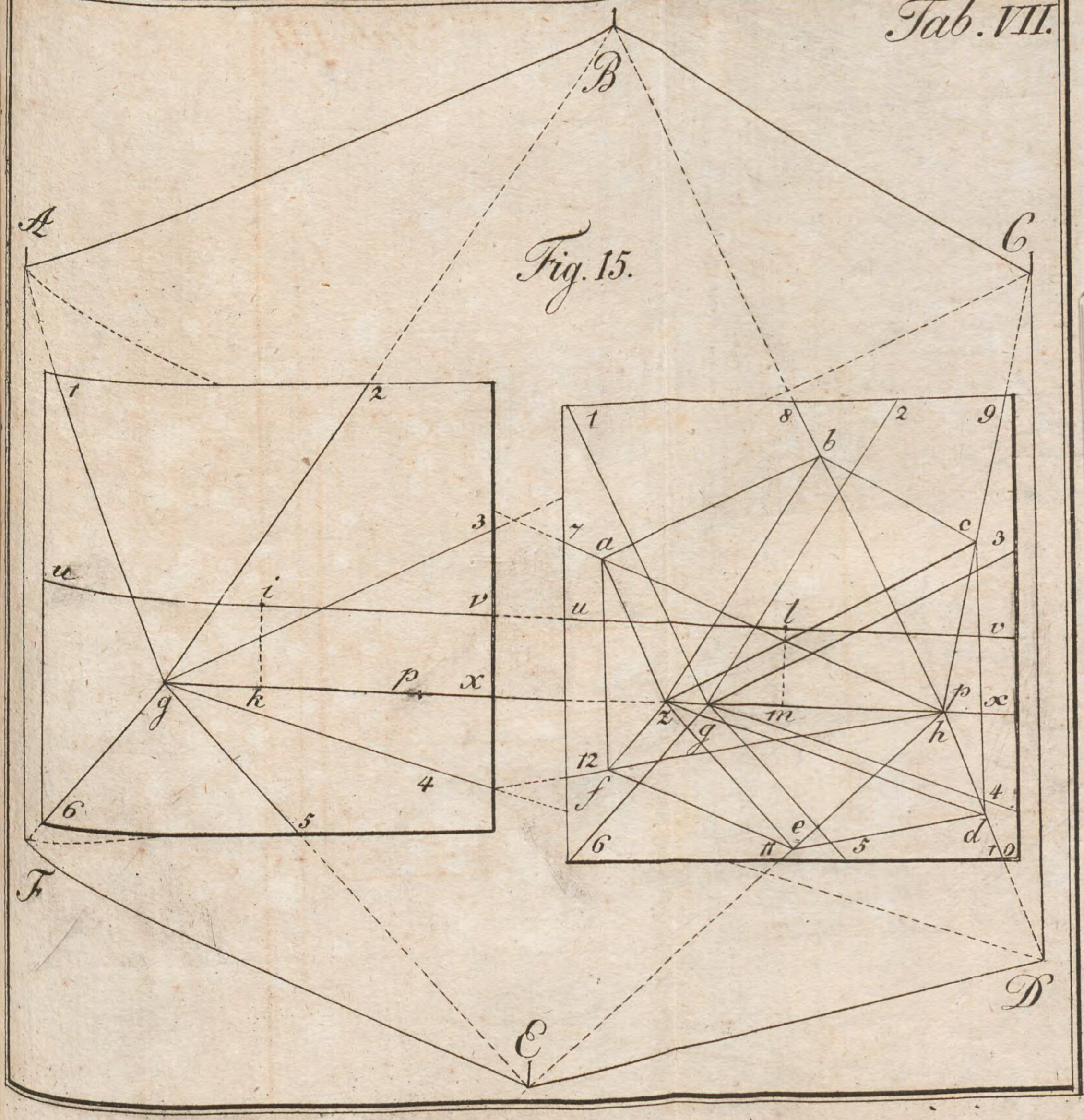
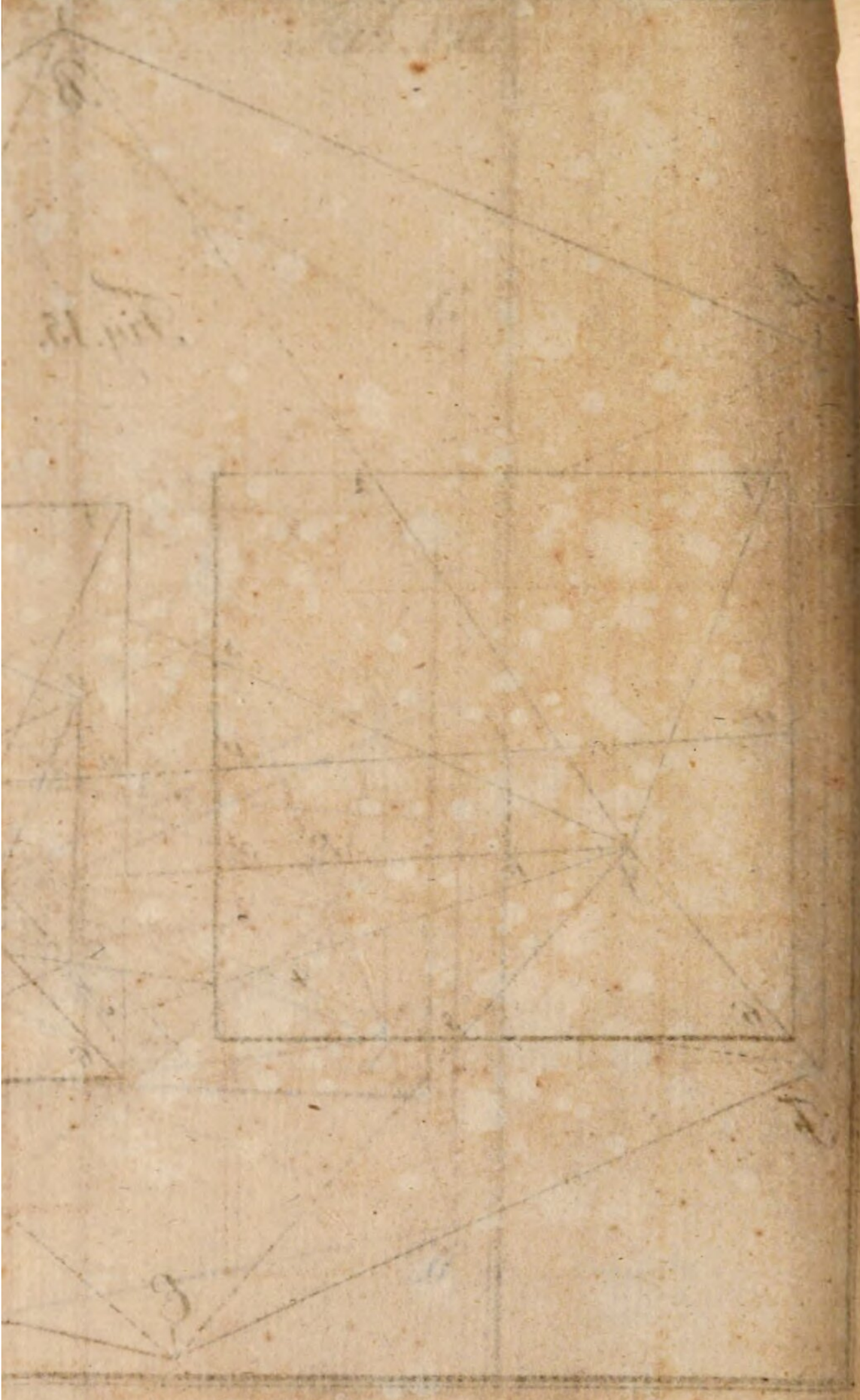


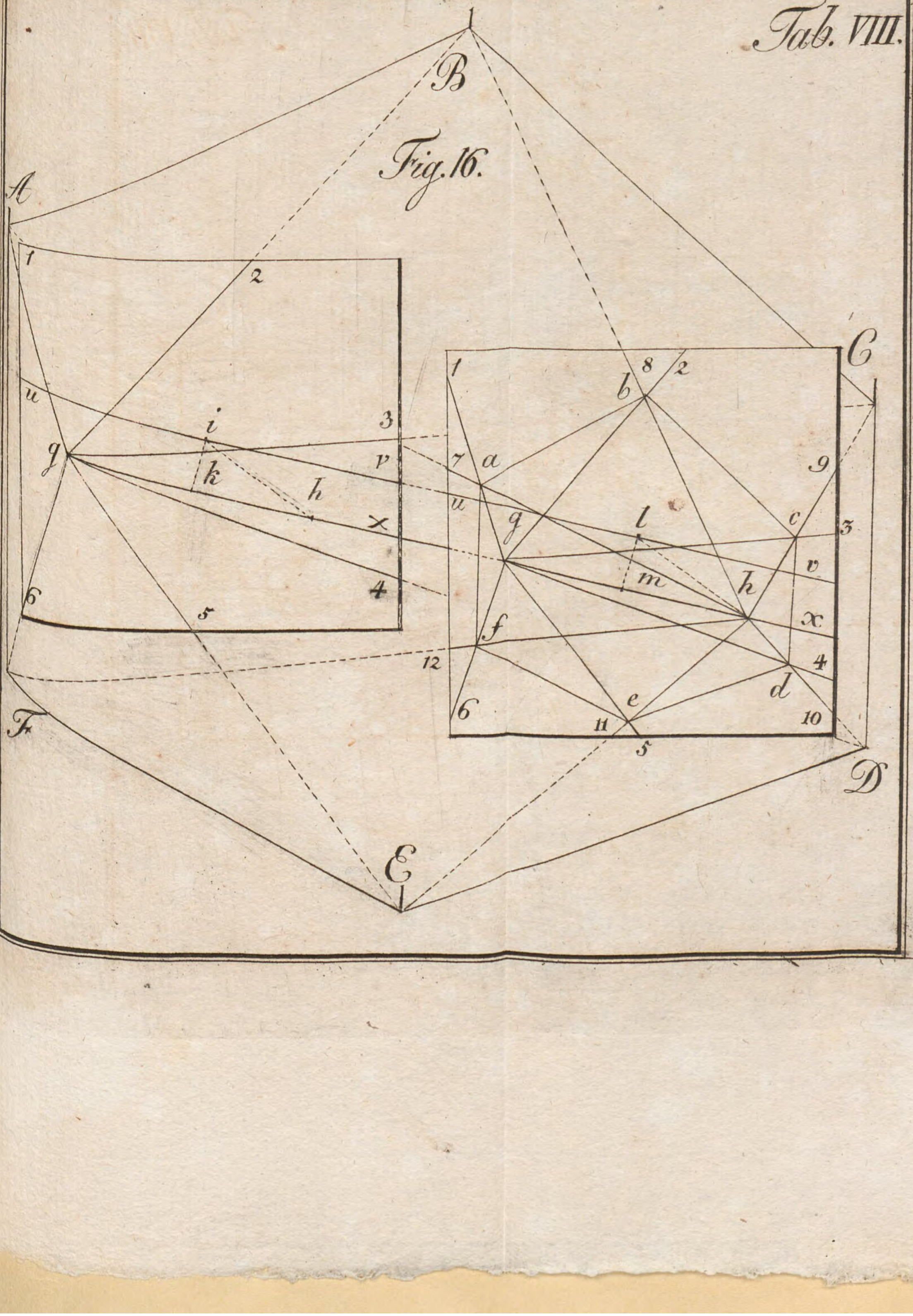
Fig. 15.

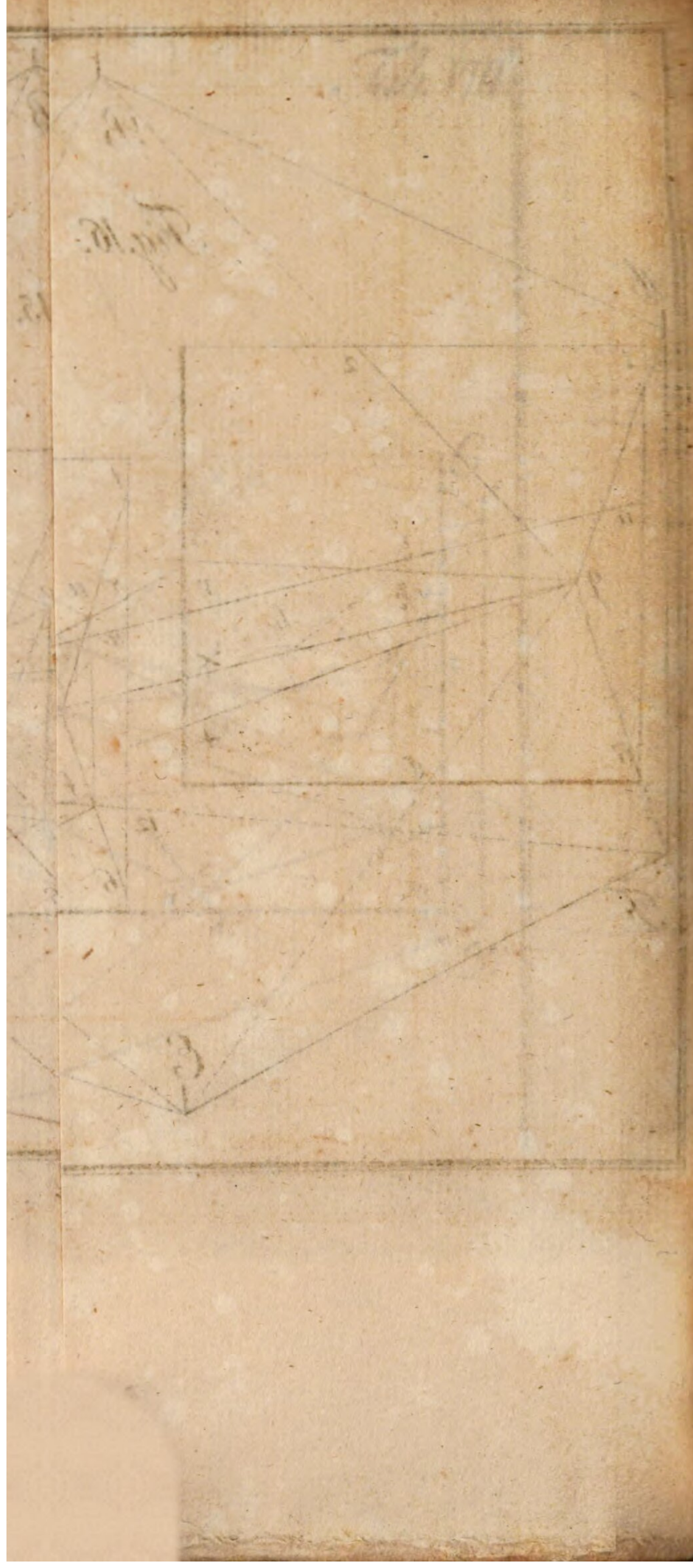


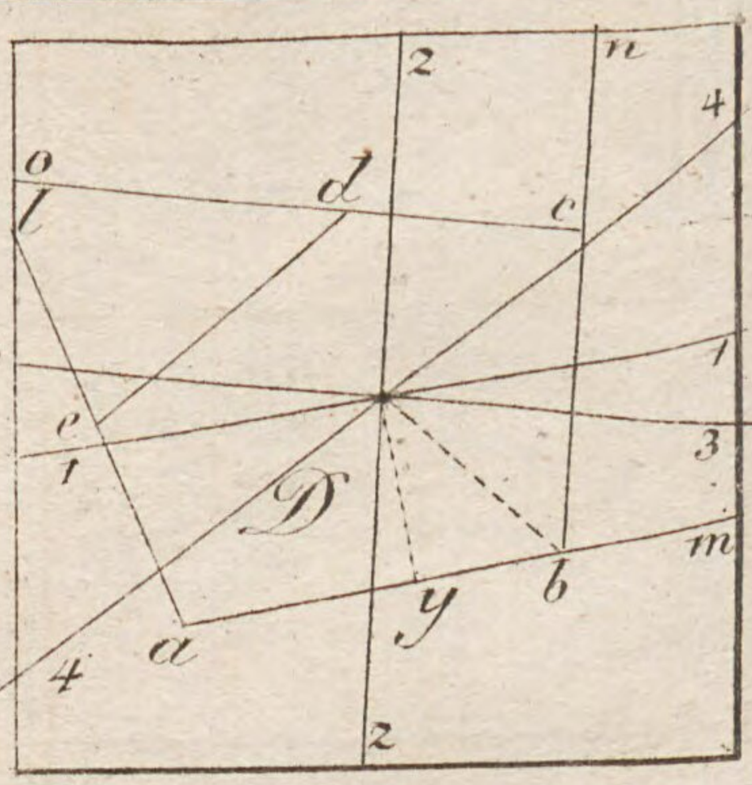


Tab. VIII.

Fig. 16.






o
d
c
l
n
2
4
3
1
e
f
D
m
y
b
a
z

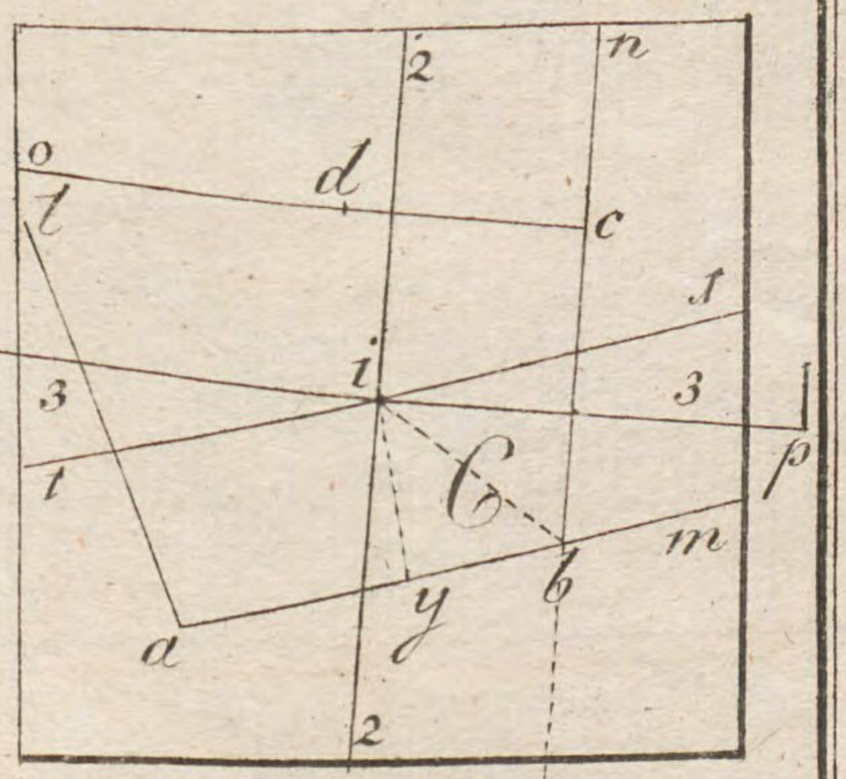
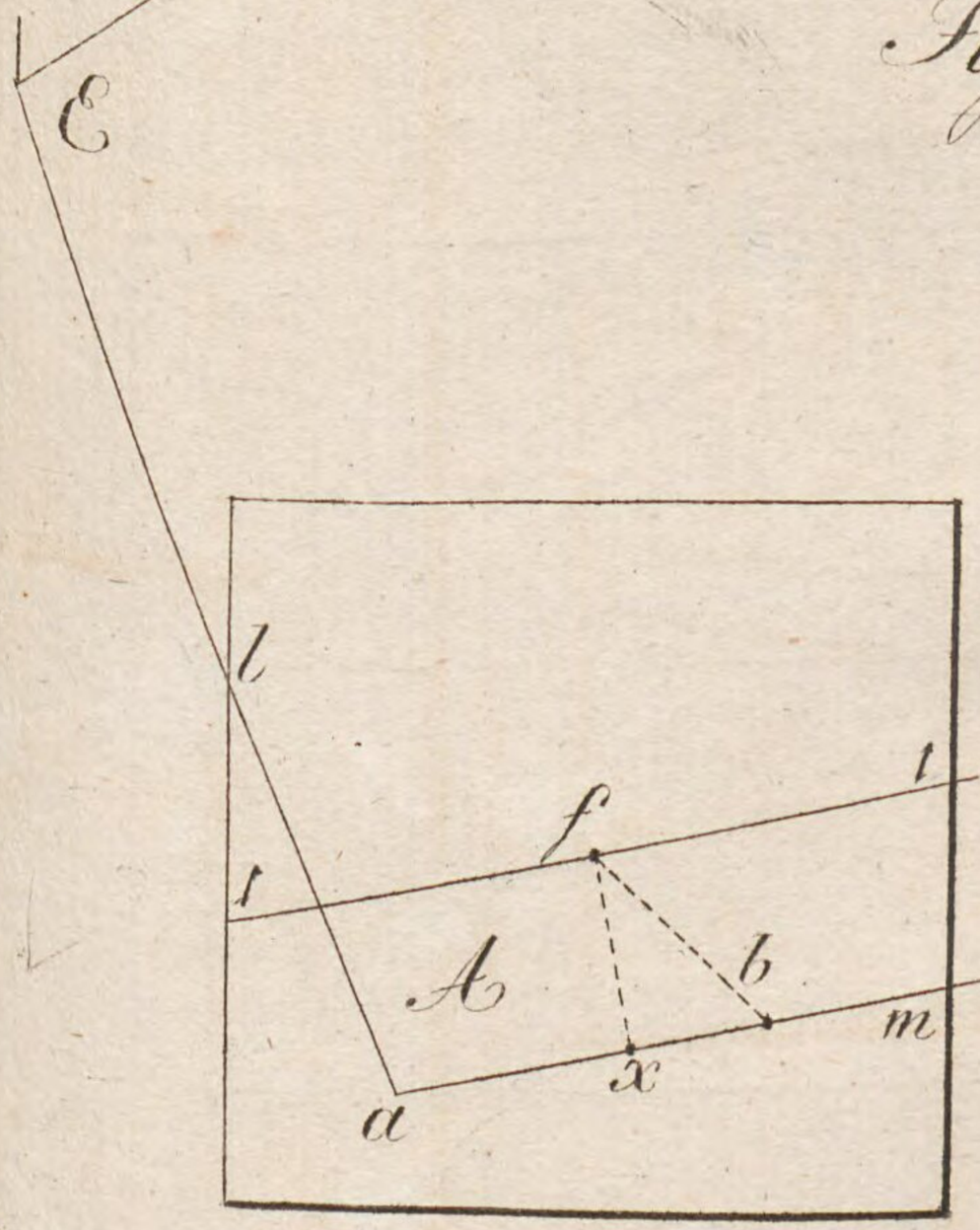
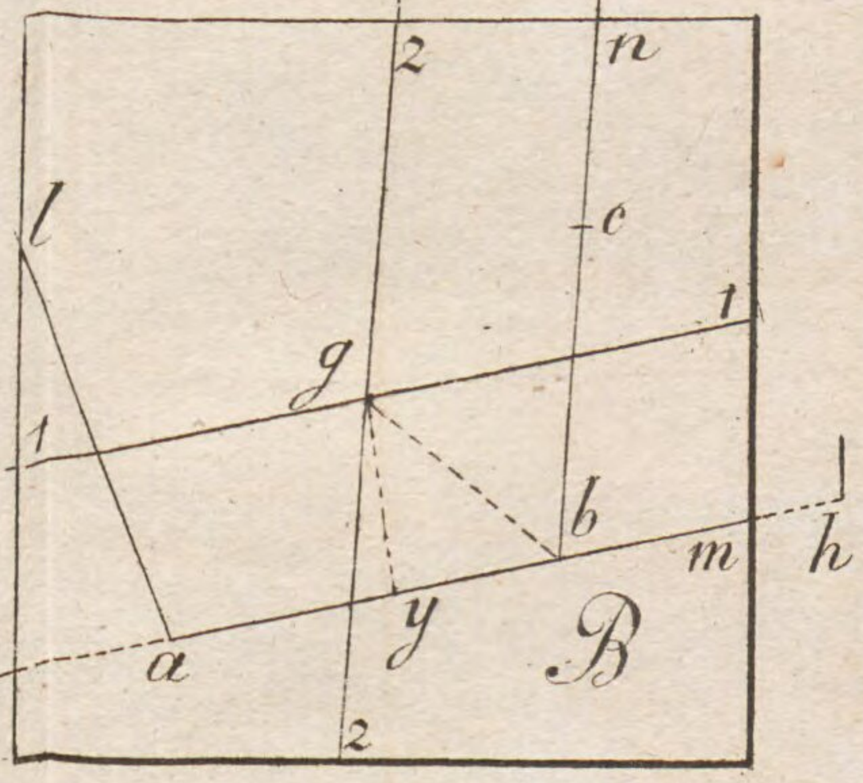
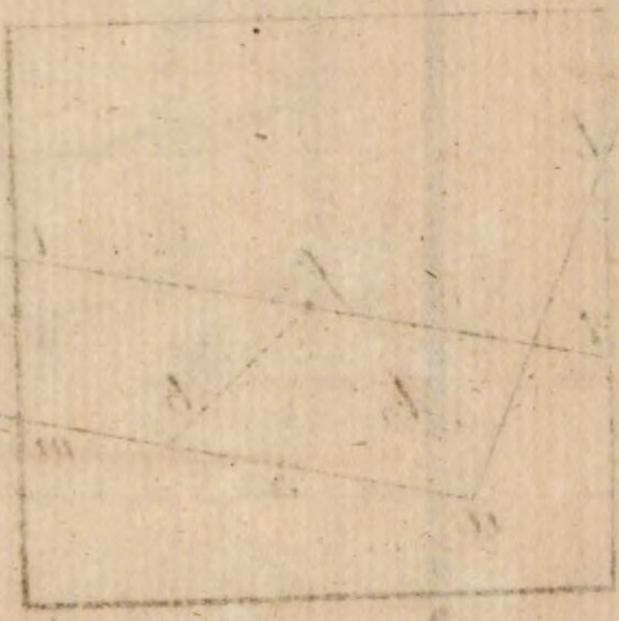

o
d
c
l
n
2
1
i
3
f
C
p
m
y
b
a
z

Fig. 17.


E
l
t
f
A
b
m
x
a


2
n
l
c
1
g
1
b
m
h
y
a
B
z



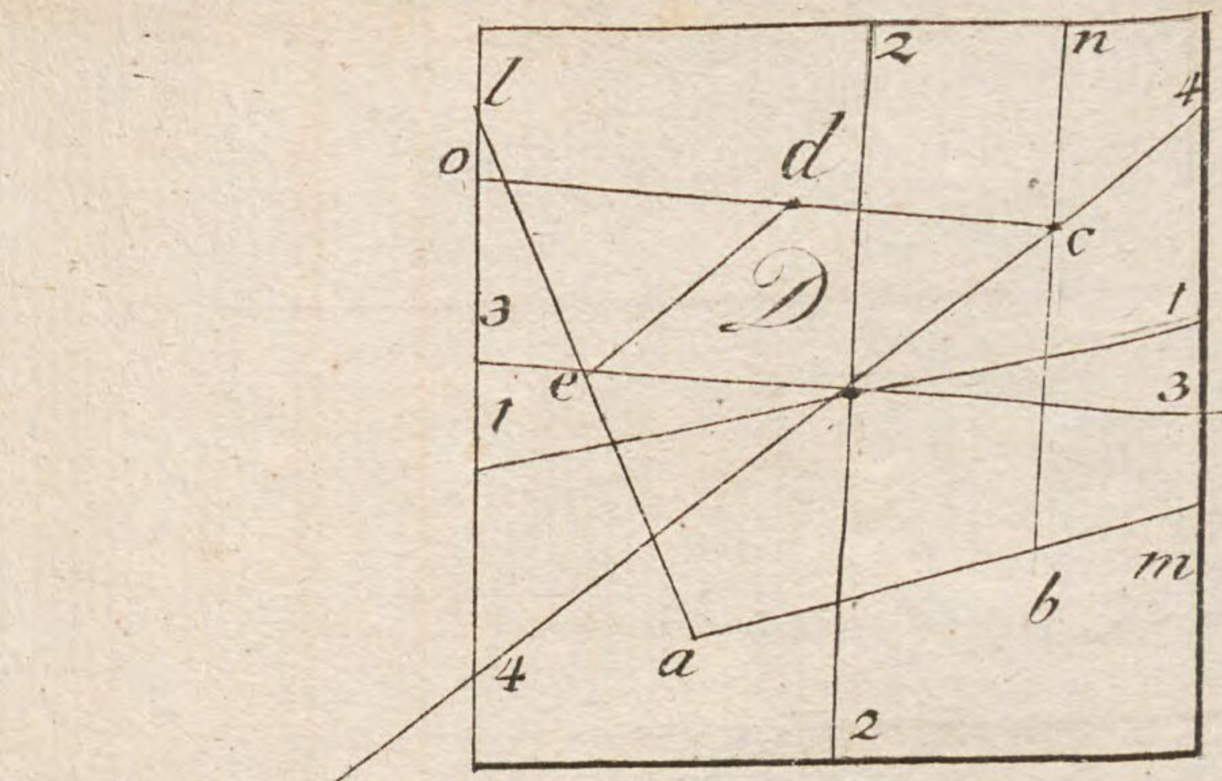
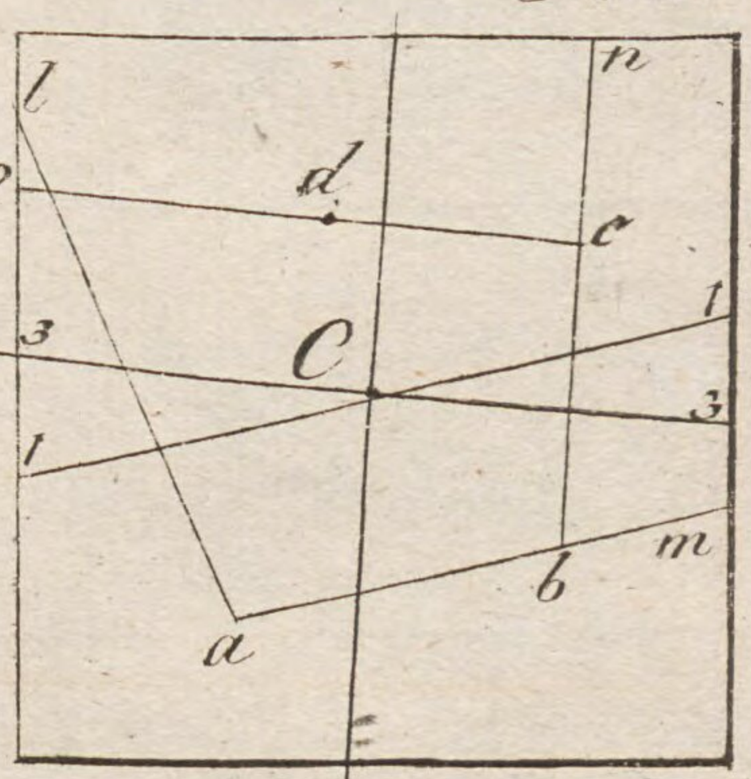
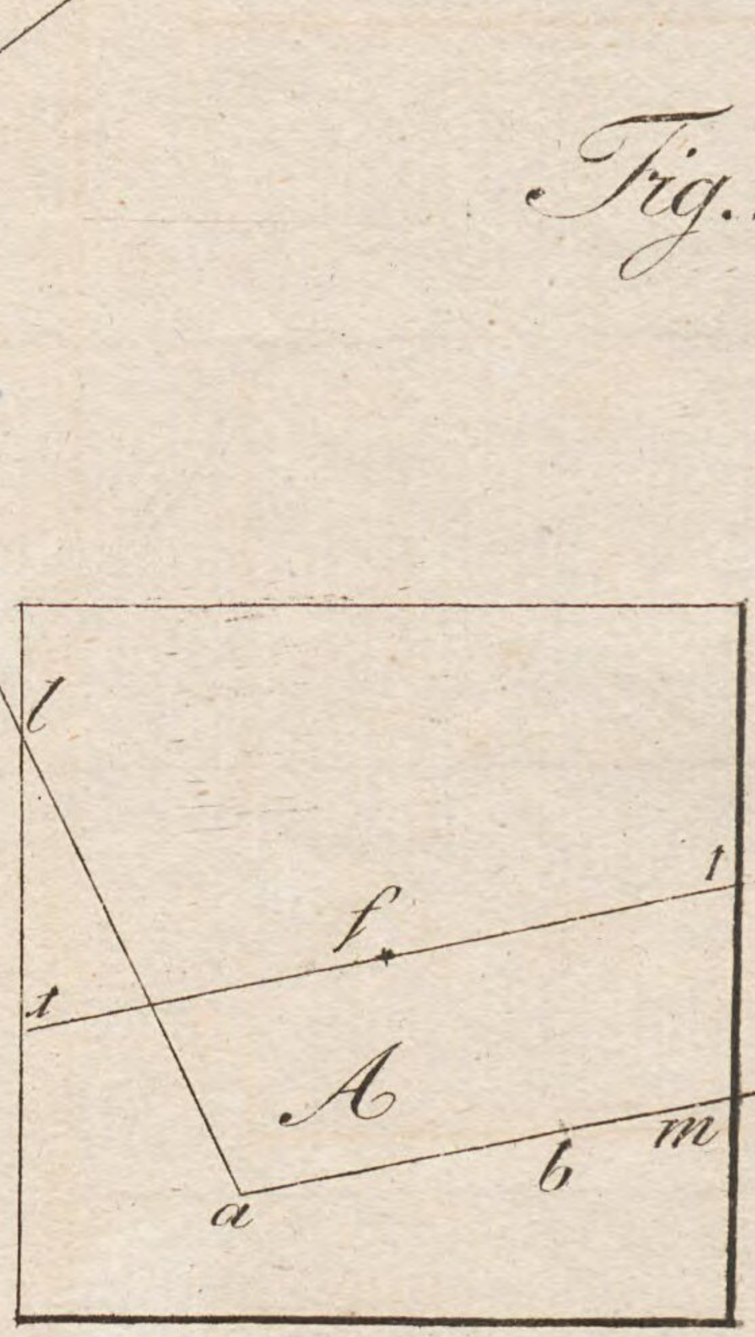
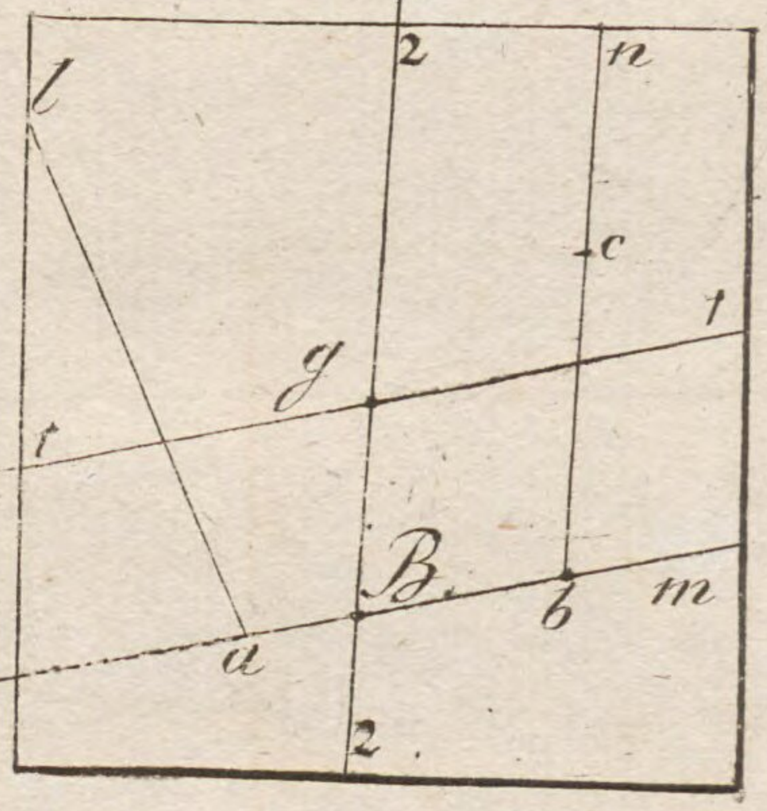
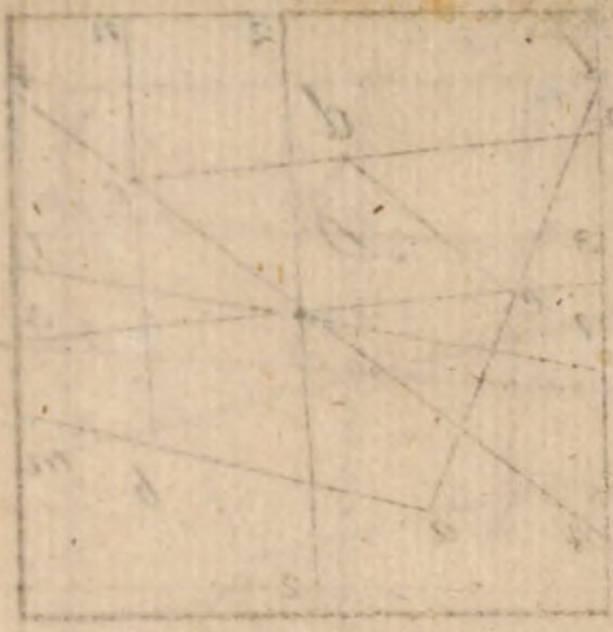

l
2
n
4
o
d
c
D
3
1
e
1
3
b
m
4
a
2
C

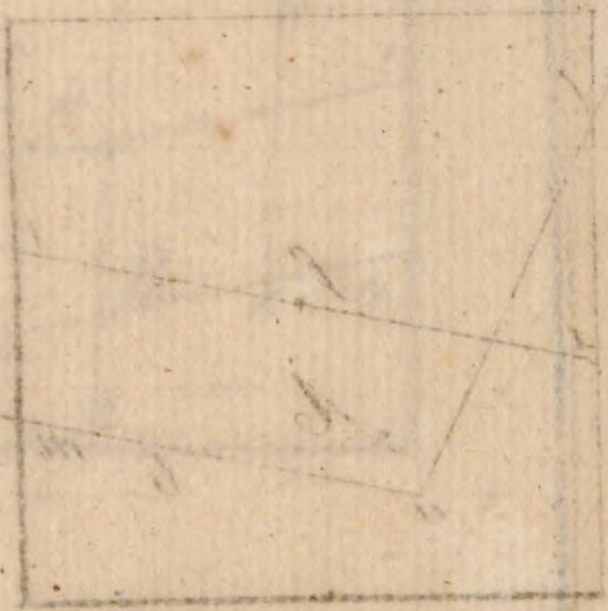
Fig. 18.


l
n
o
d
c
1
3
C
3
1
b
m
a


l
1
f
t
A
b
m
a


l
2
n
c
1
g
t
B
b
m
a
2





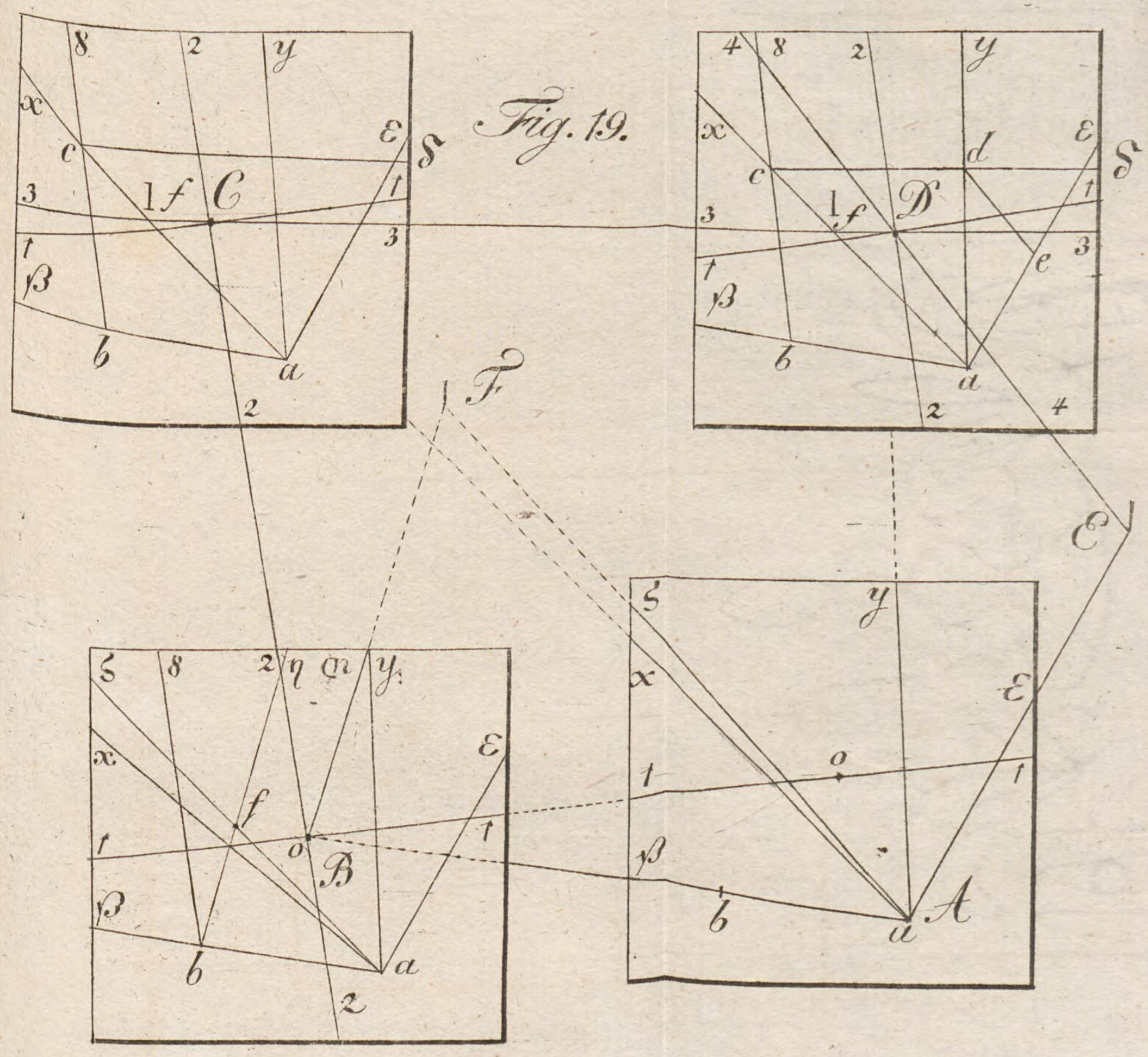
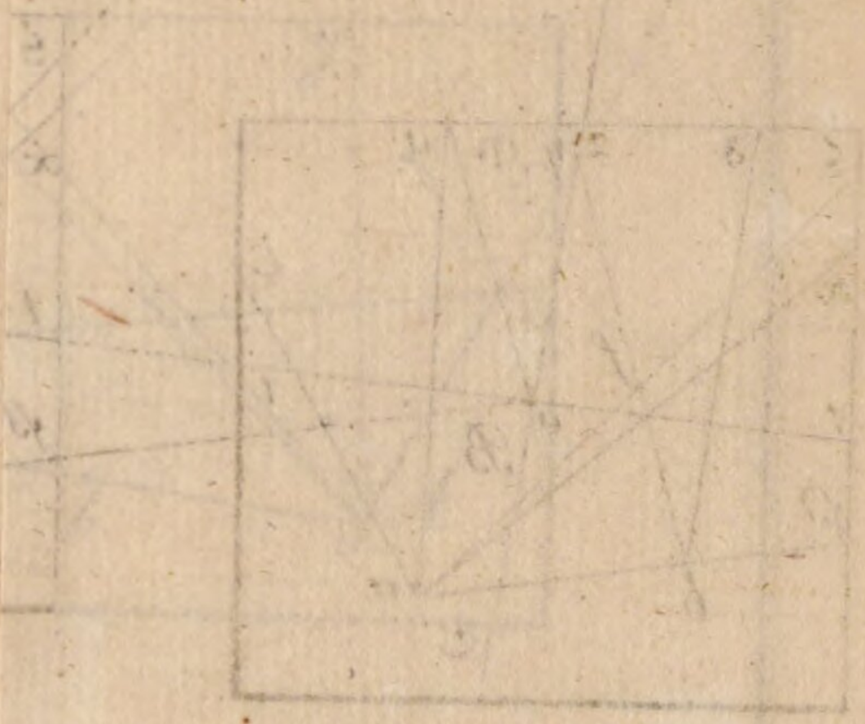

8
2
y
x
ε
δ
c
3
1f
C
1
3
1
β
b
a
2
F
ζ
8
2
η
α
y
x
ε
f
1
o
B
1
β
b
a
z
4
8
2
y
x
d
ε
δ
c
1f
D
1
3
3
1
β
b
a
z
4
E
ζ
y
x
ε
1
o
1
β
b
a
A

Fig. 19.



Tab. XII.

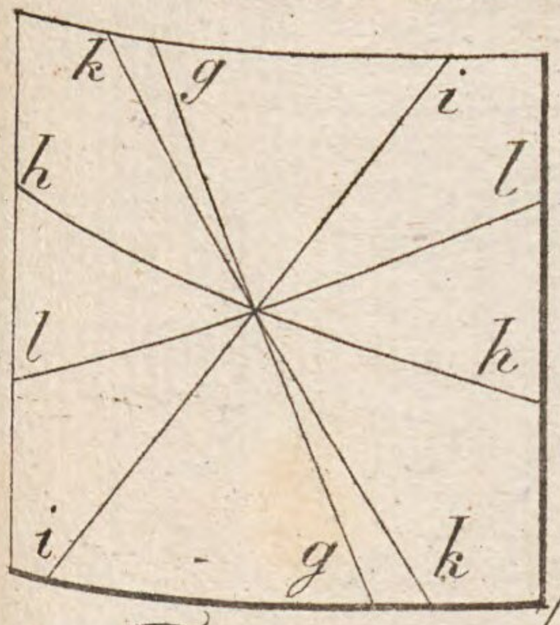


Fig. 22.

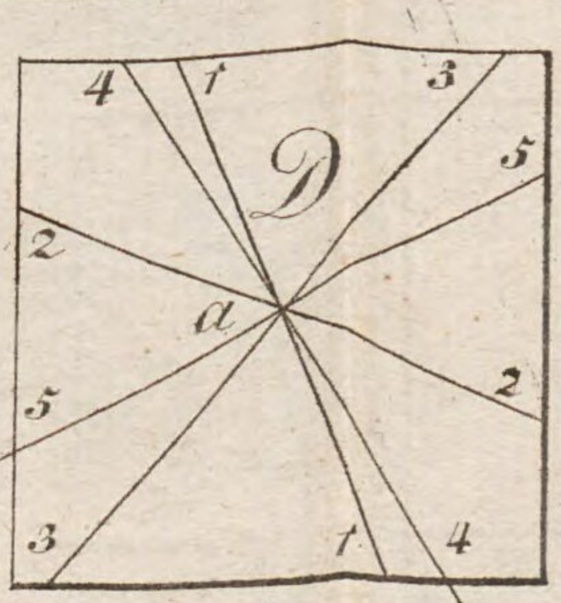
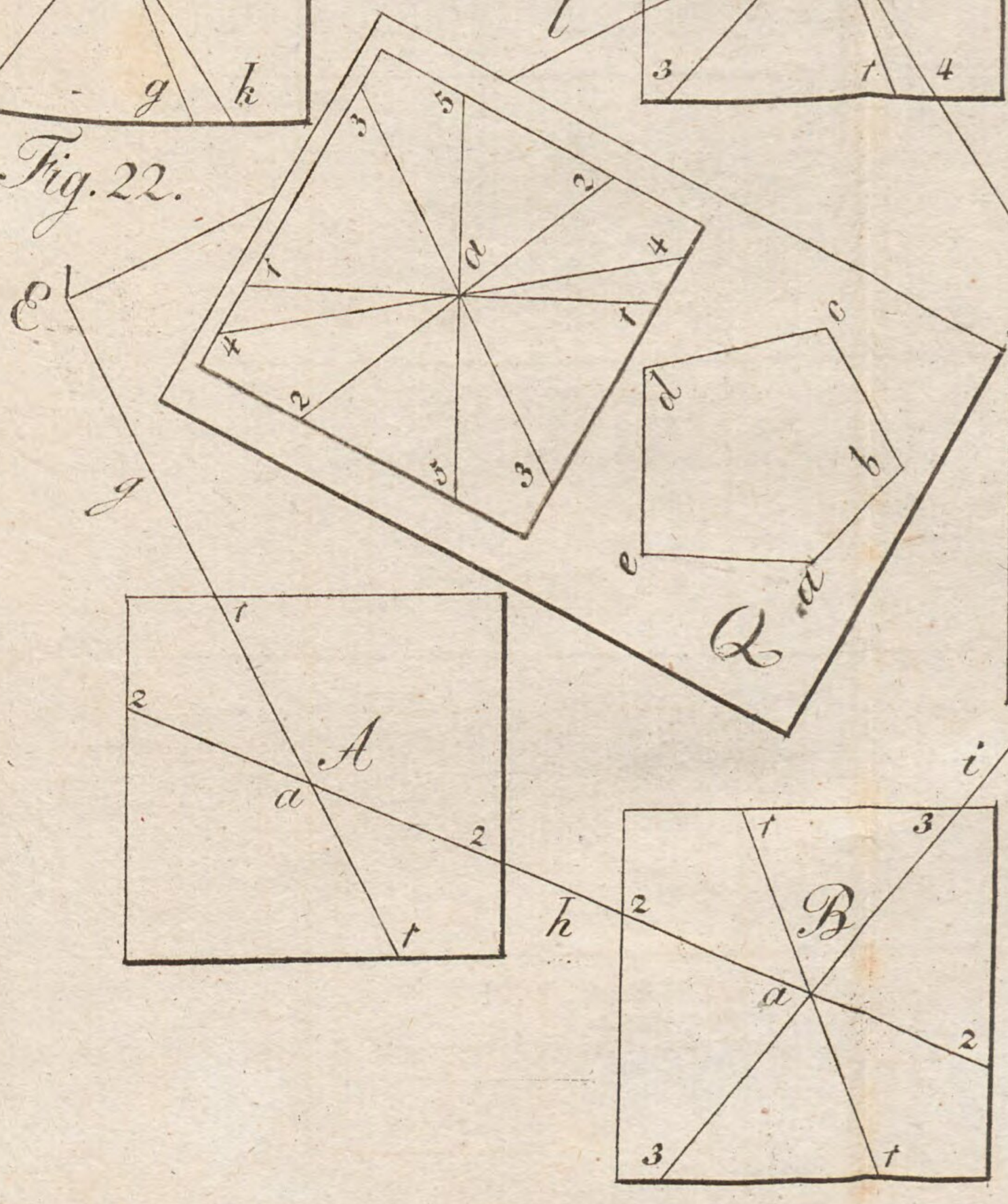
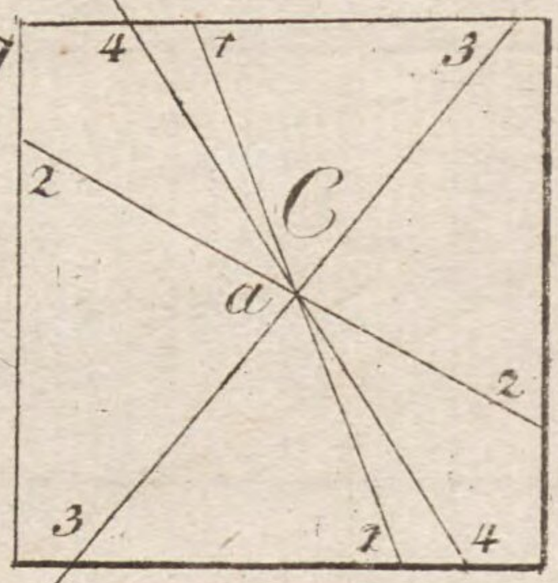


Fig. 20.





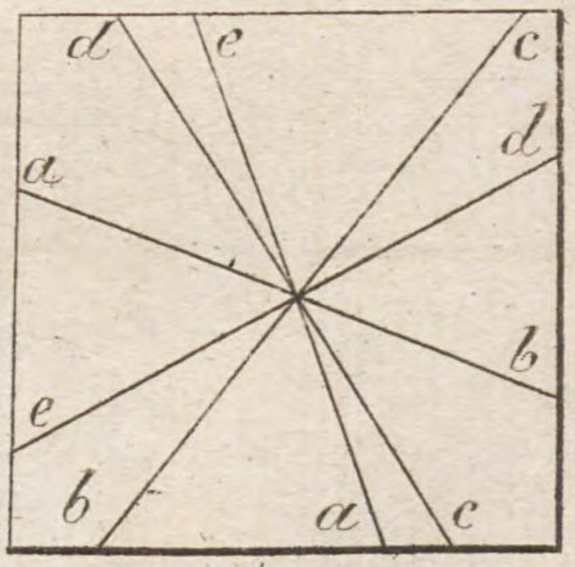
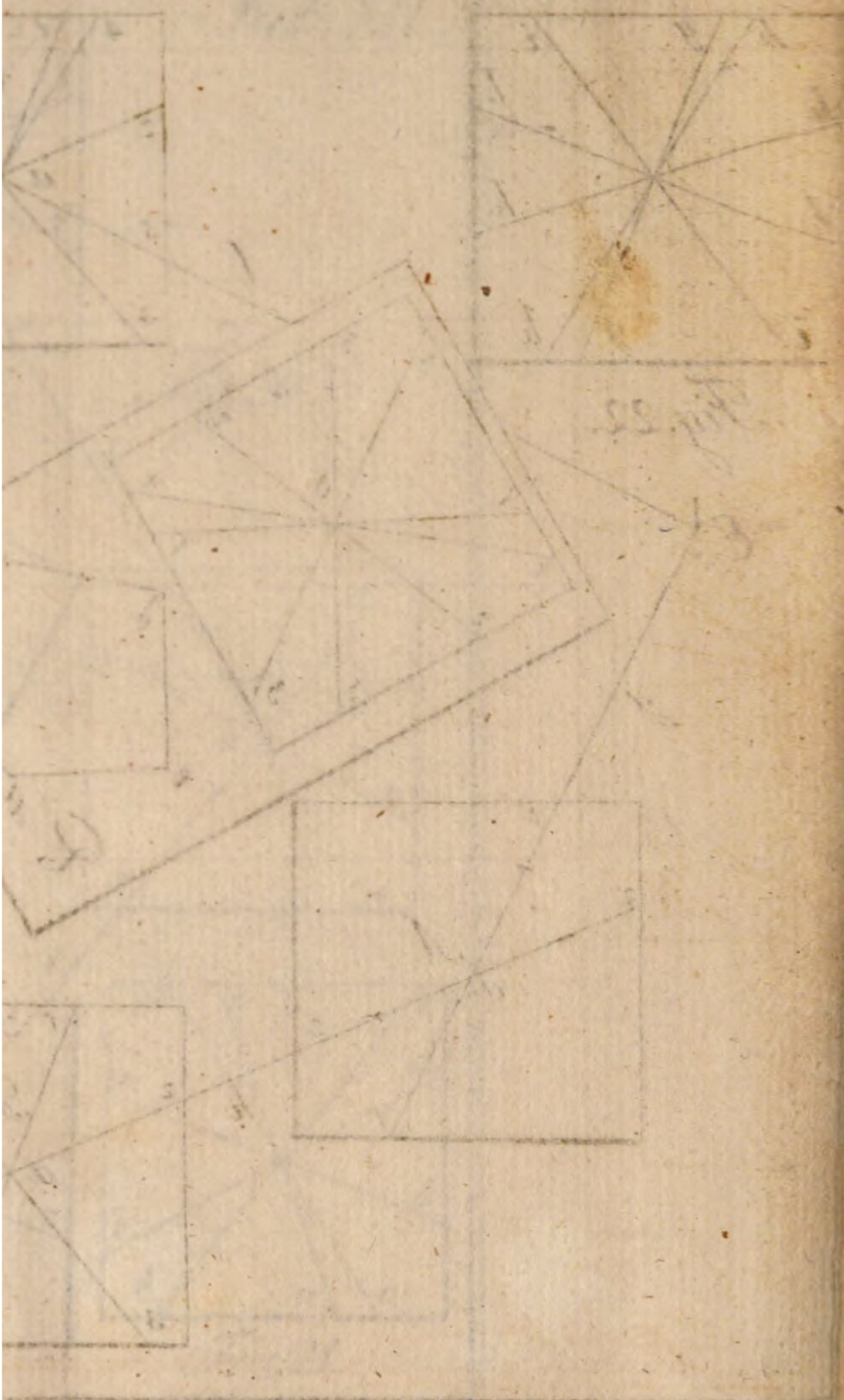


Fig. 21.



Tab. XIII.

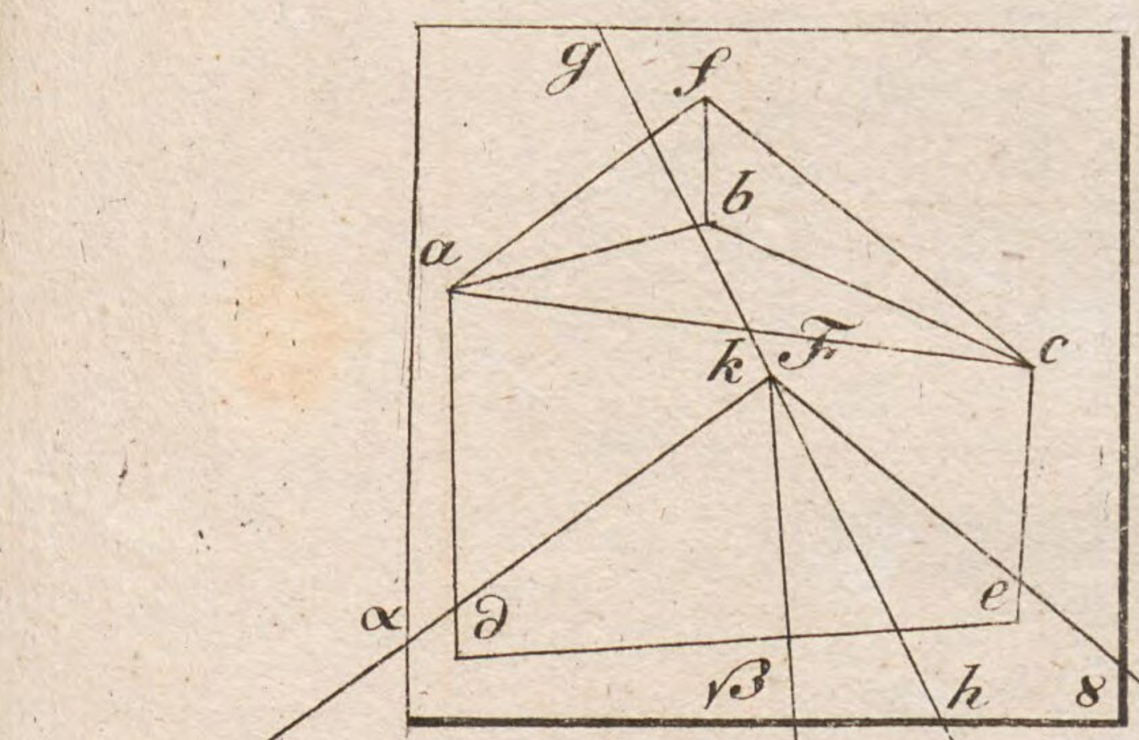


Fig. 23.

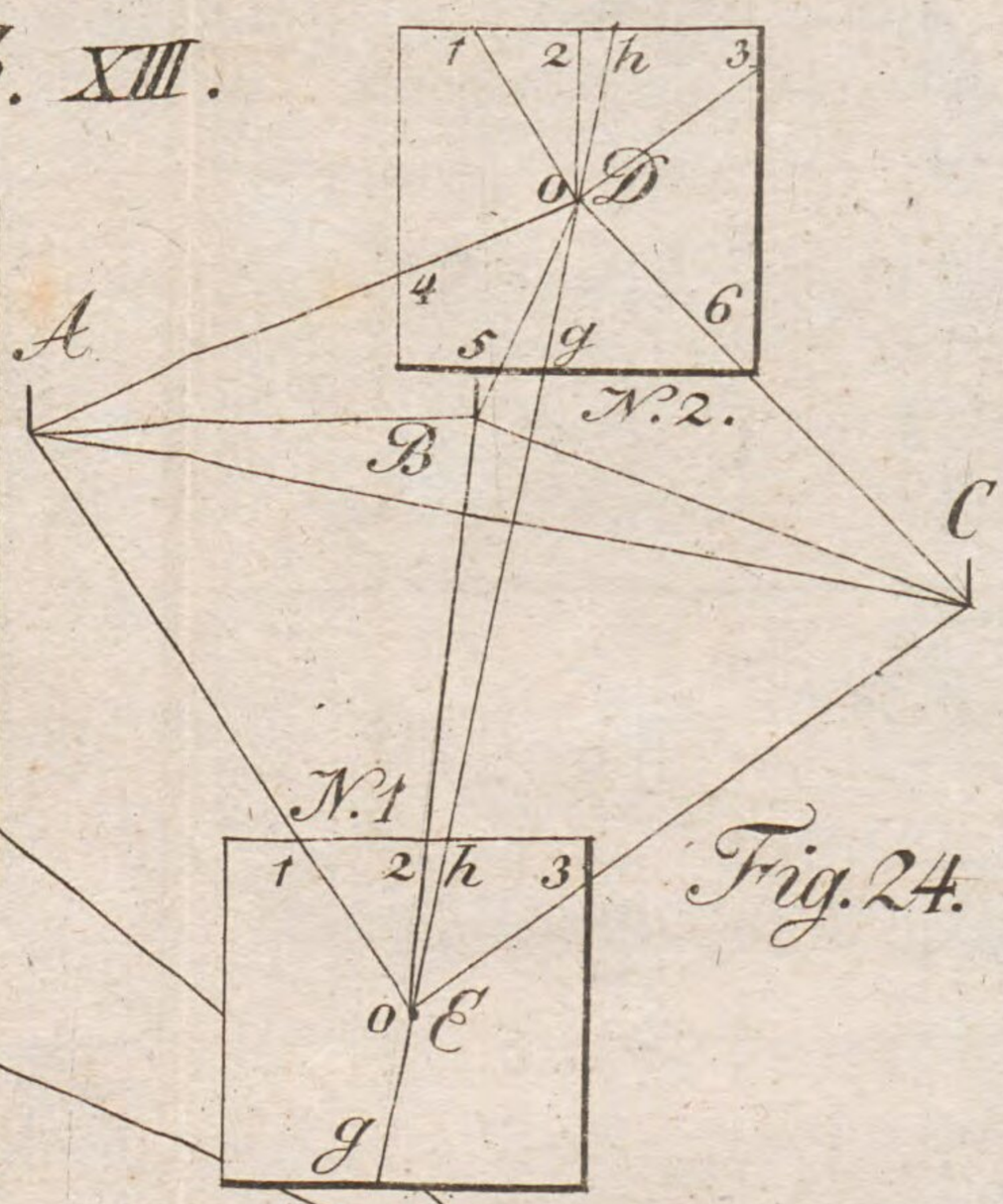
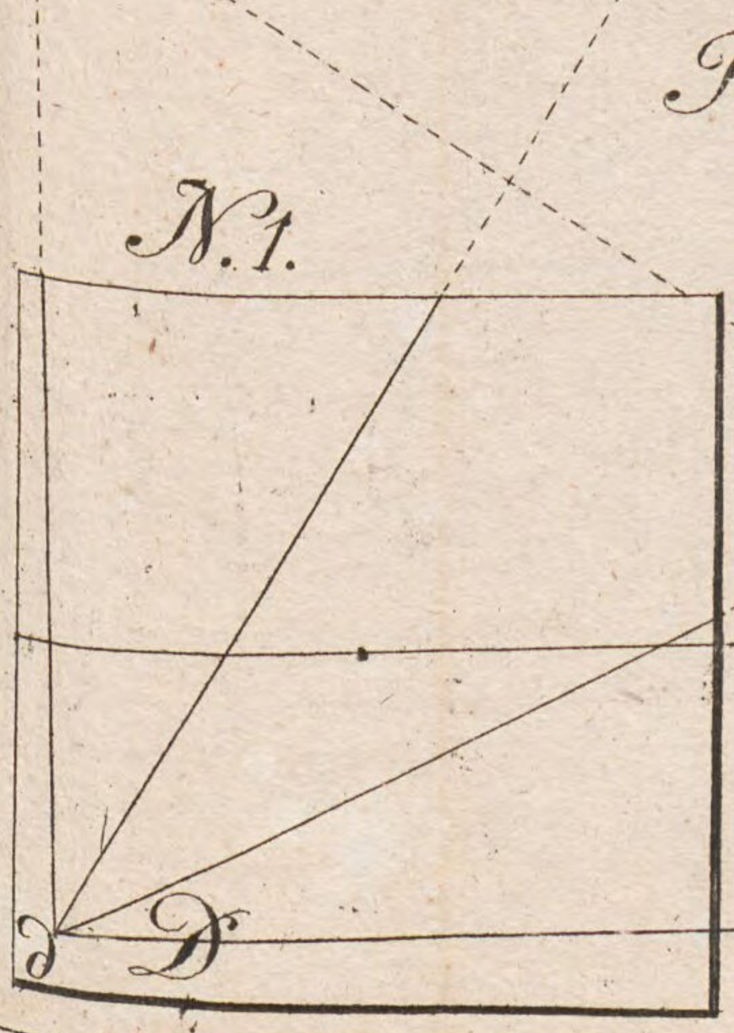
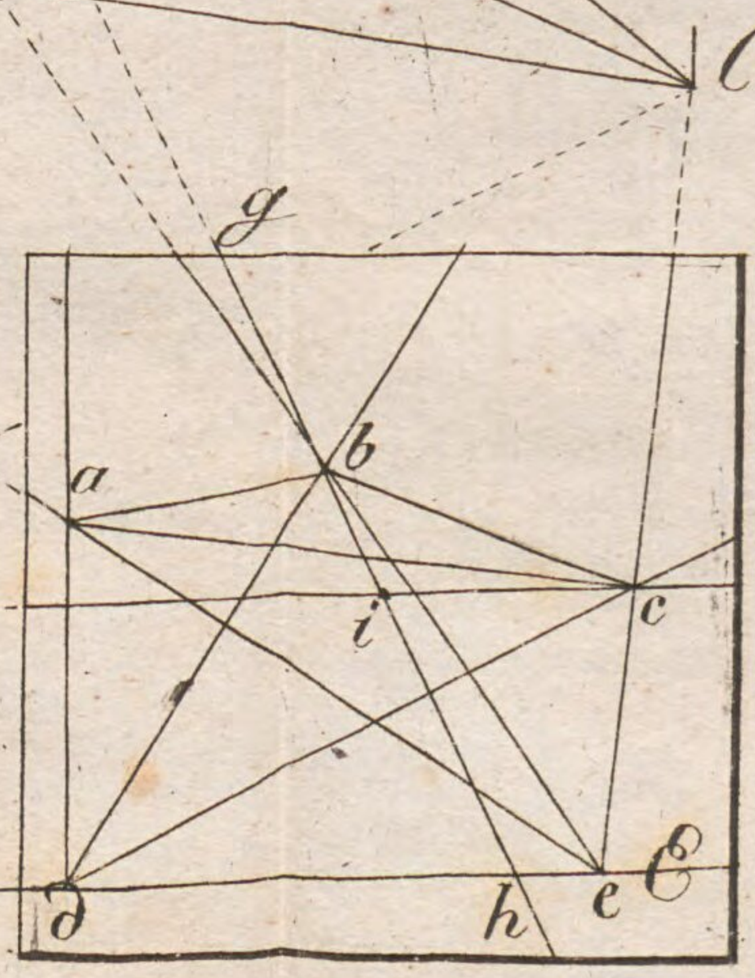


Fig. 24.





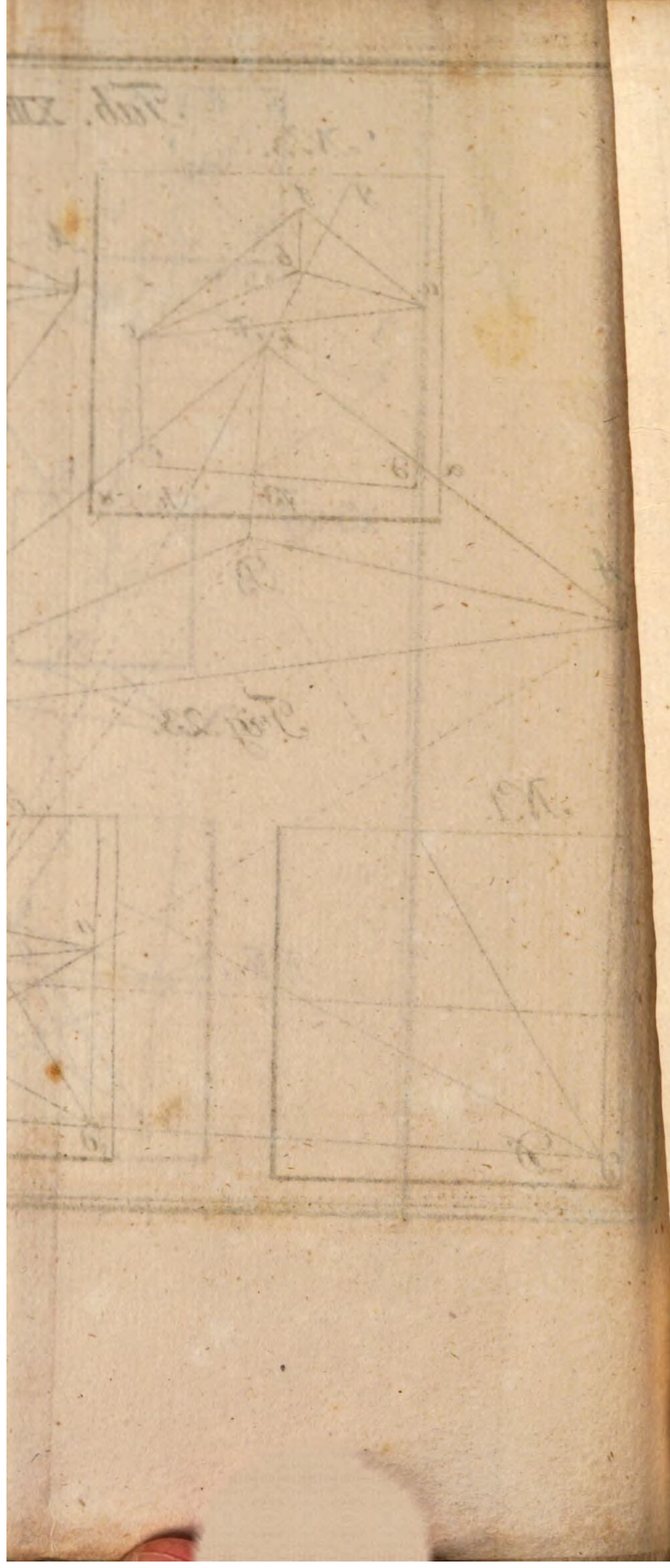
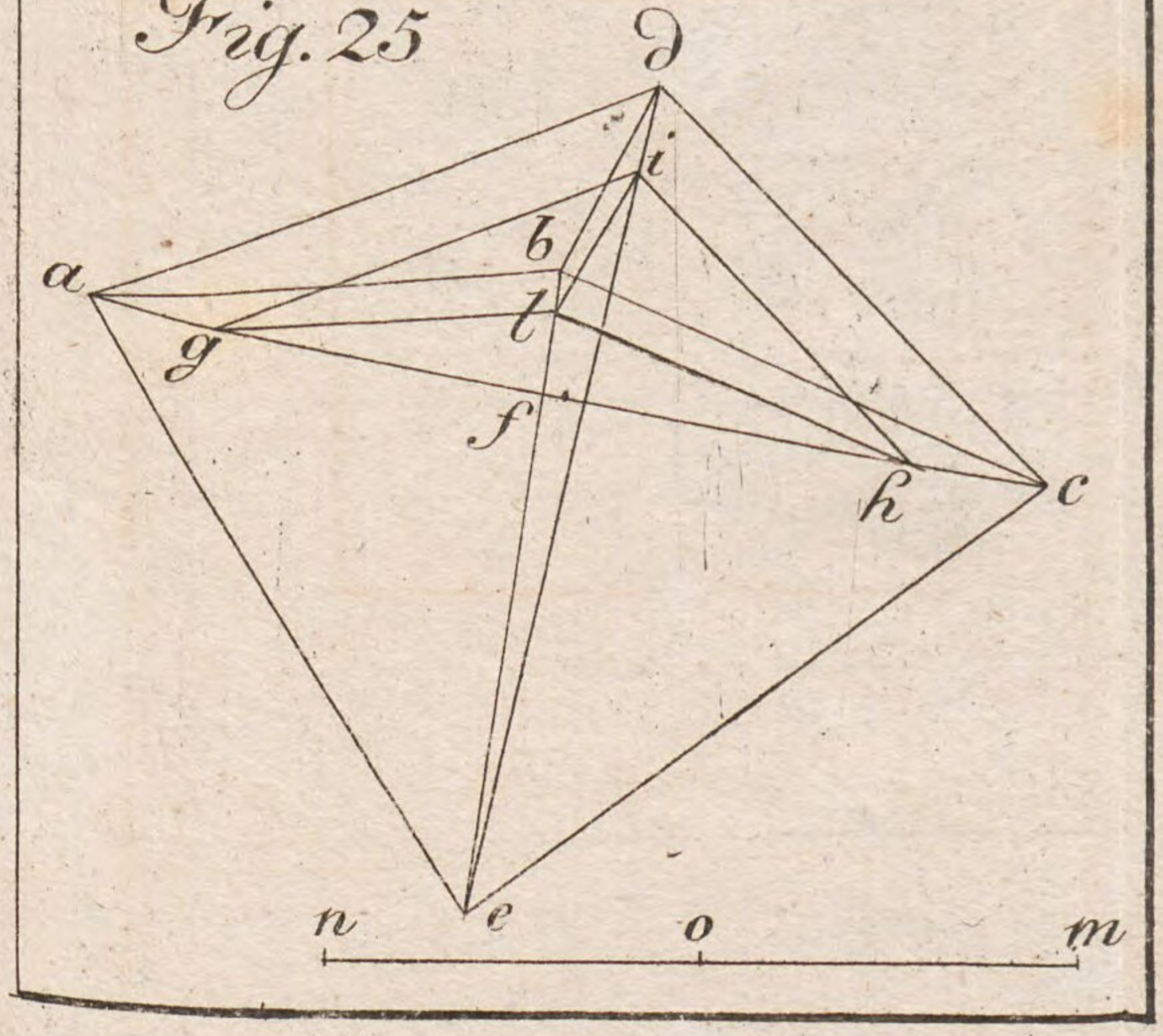


Fig. 25



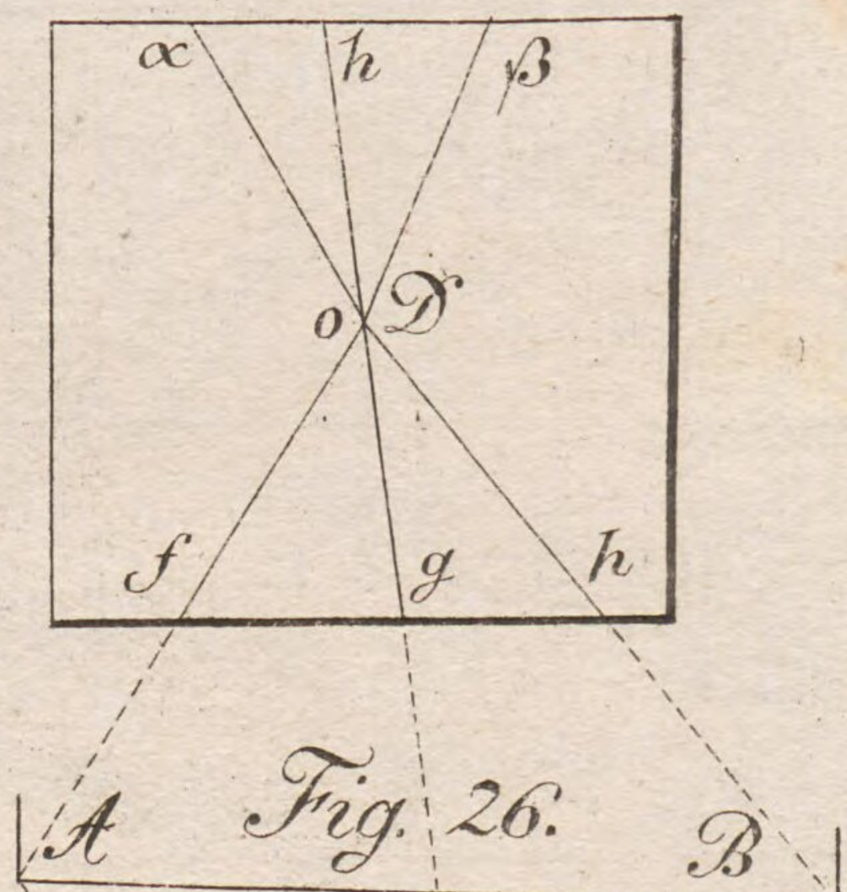
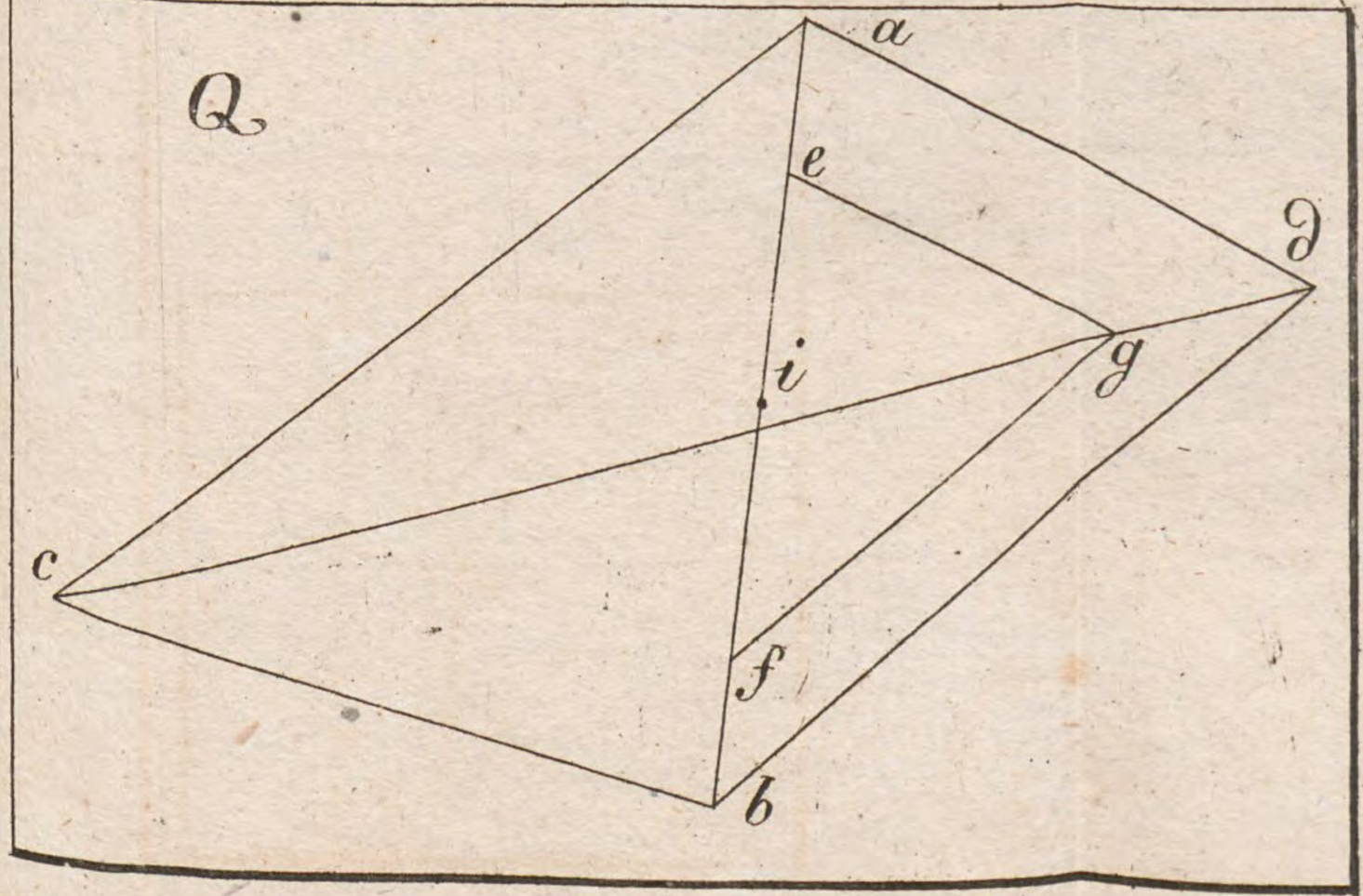
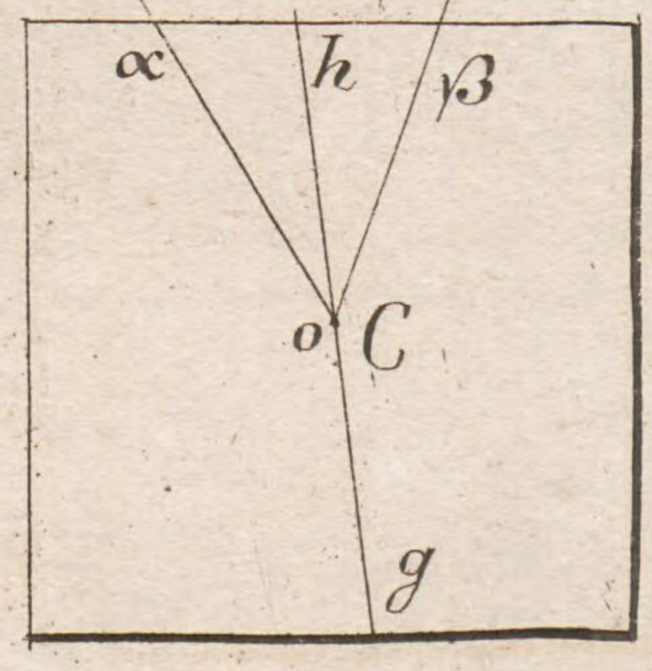
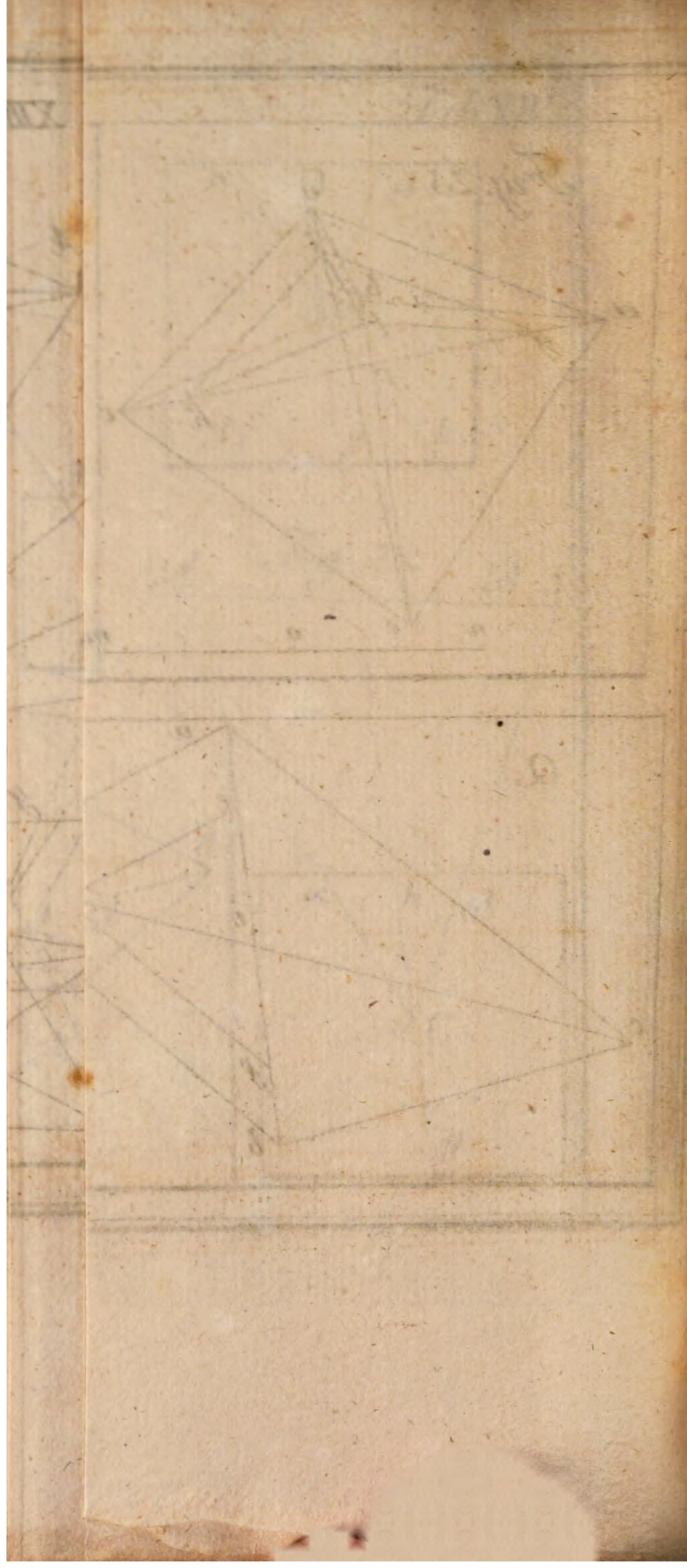


Fig. 26.







Tab. XV.

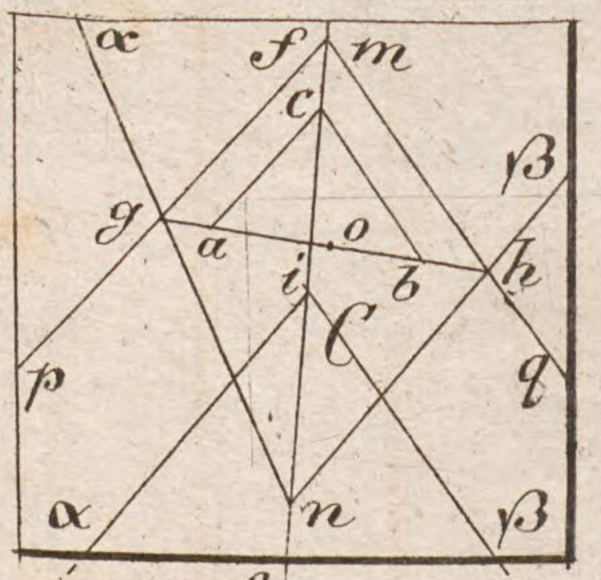
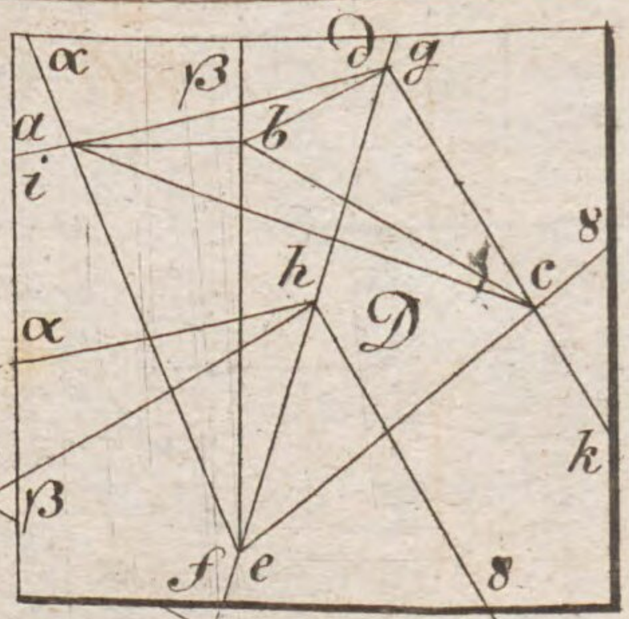
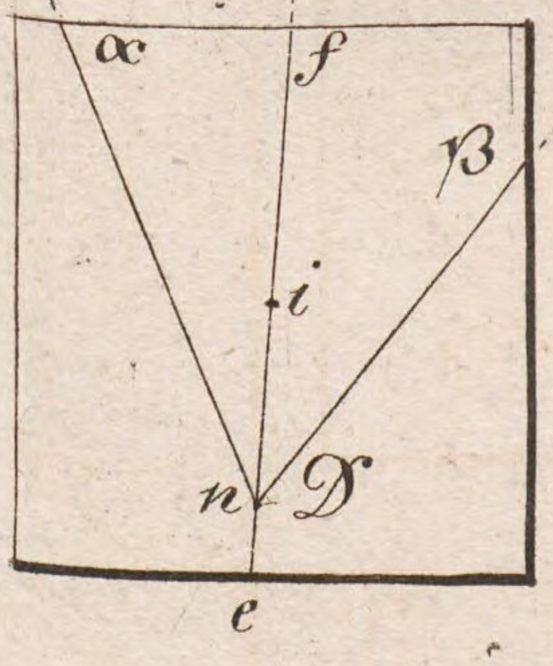
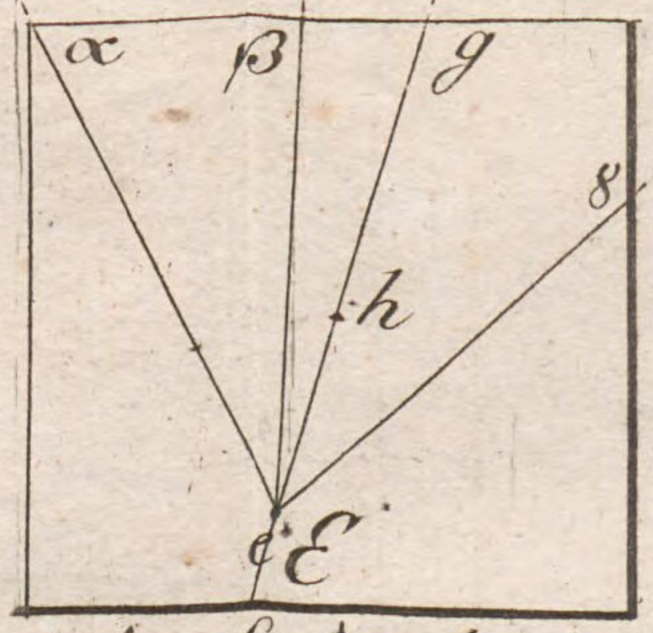


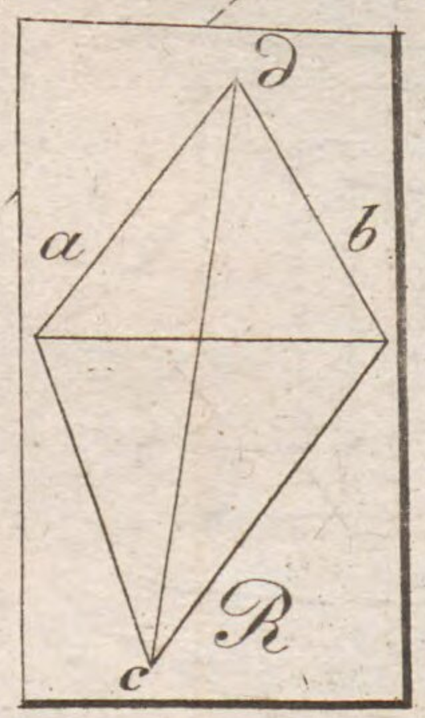
Fig. 28.

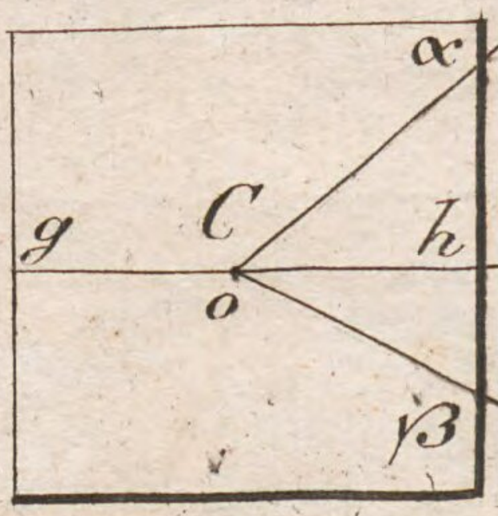
Fig. 27.











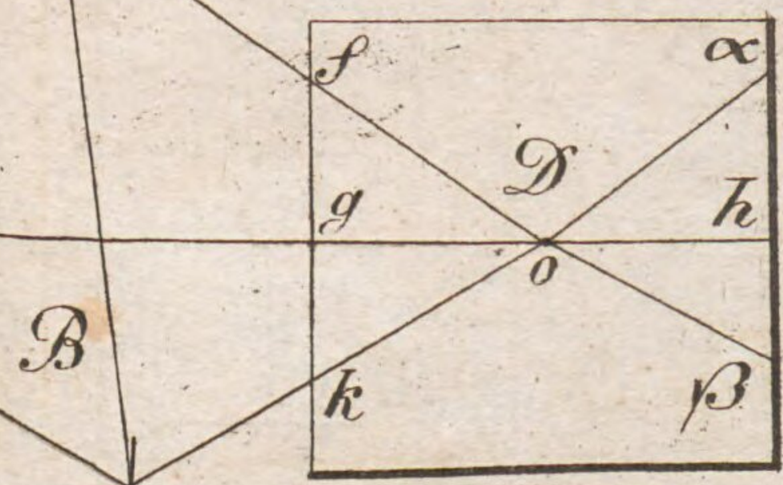
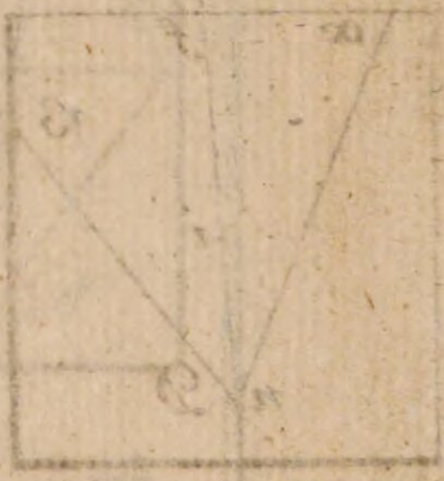


Fig. 29.



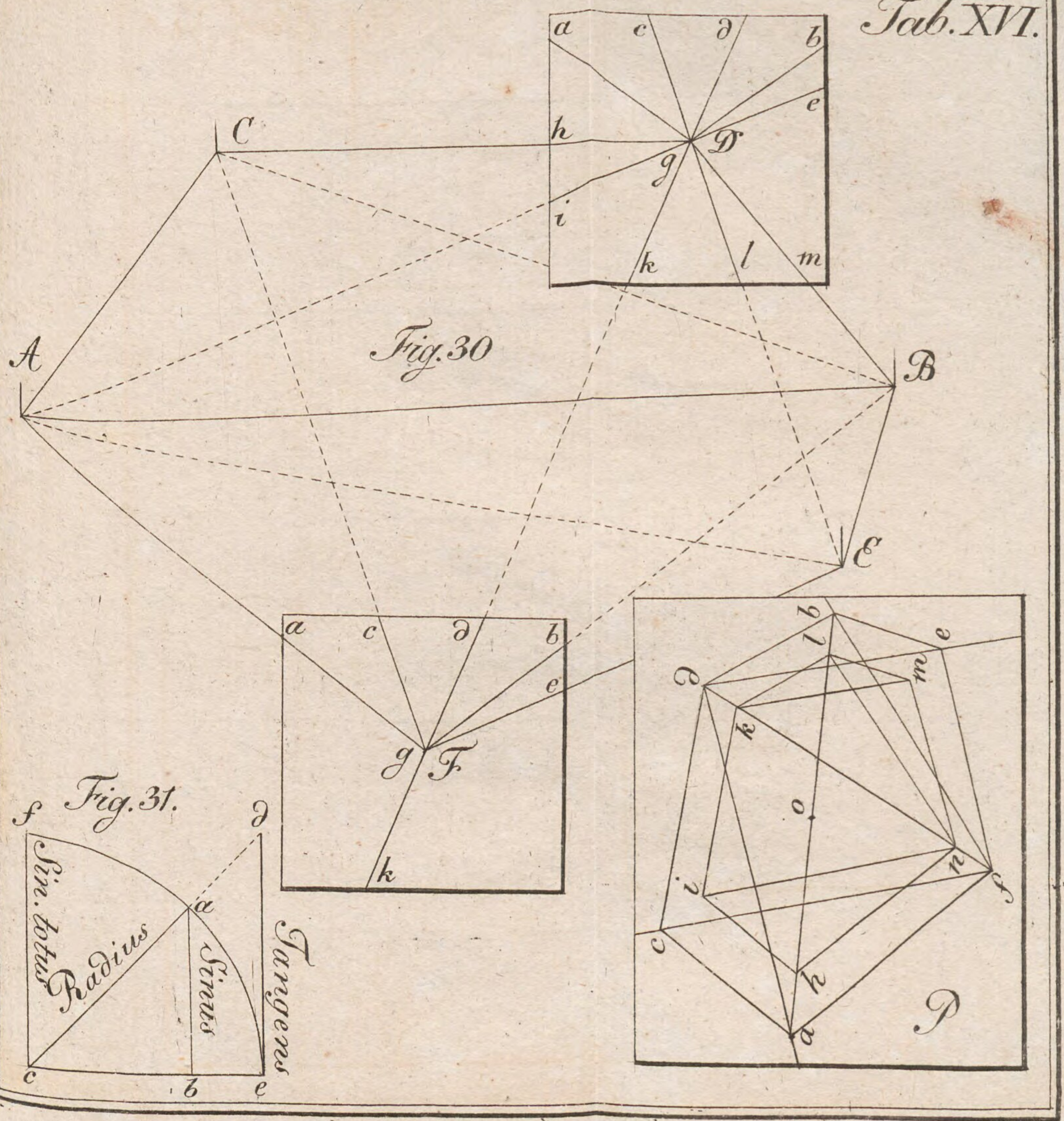

a
c
∂
b
e
h
D
g
i
k
l
m
C
A
B
E

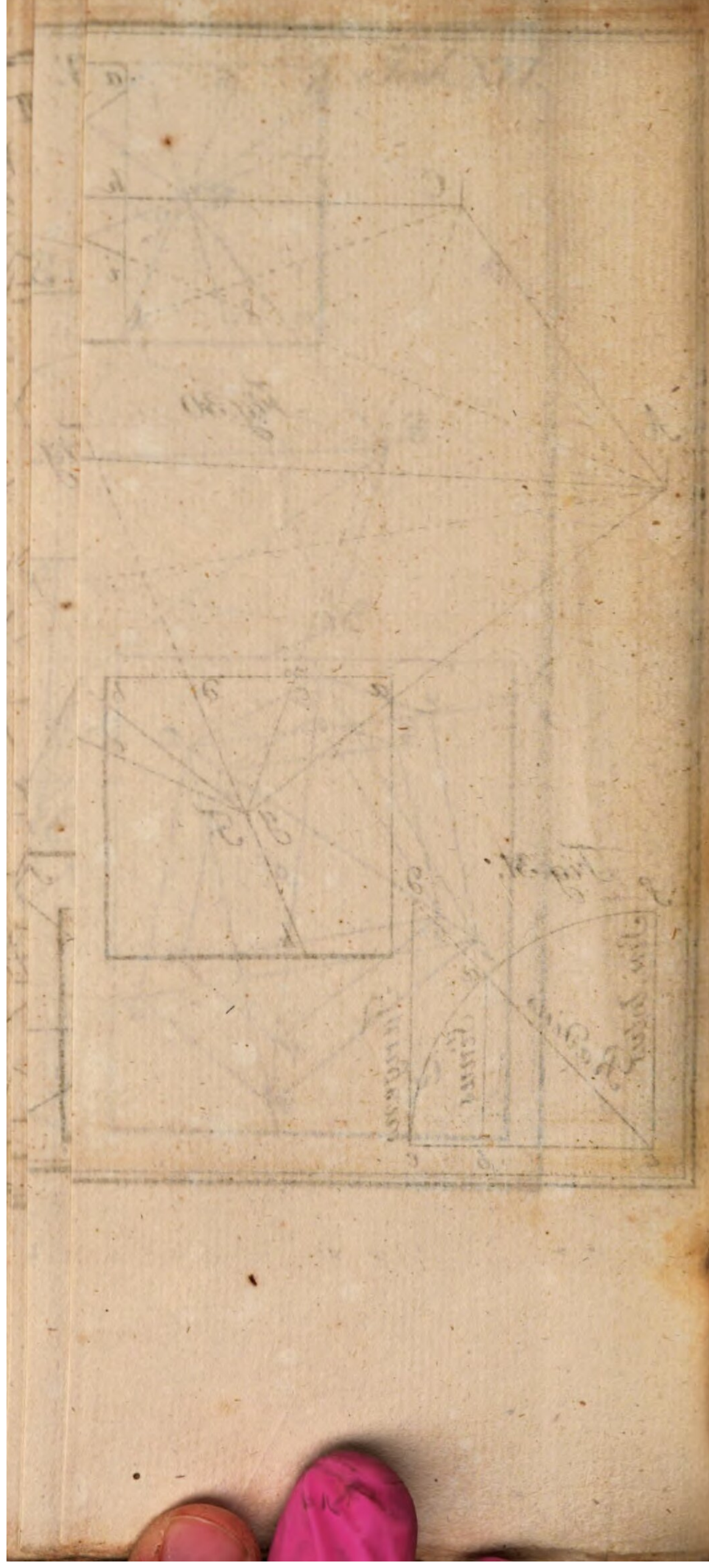
Fig. 30

a
c
∂
b
e
g
F
k

b
l
e
m
a
k
o
n
f
i
c
h
d
P

Fig. 31.

f
∂
Sin. totus
Radius
Sinus
Tangens
a
c
b
e



Tab. XVII.

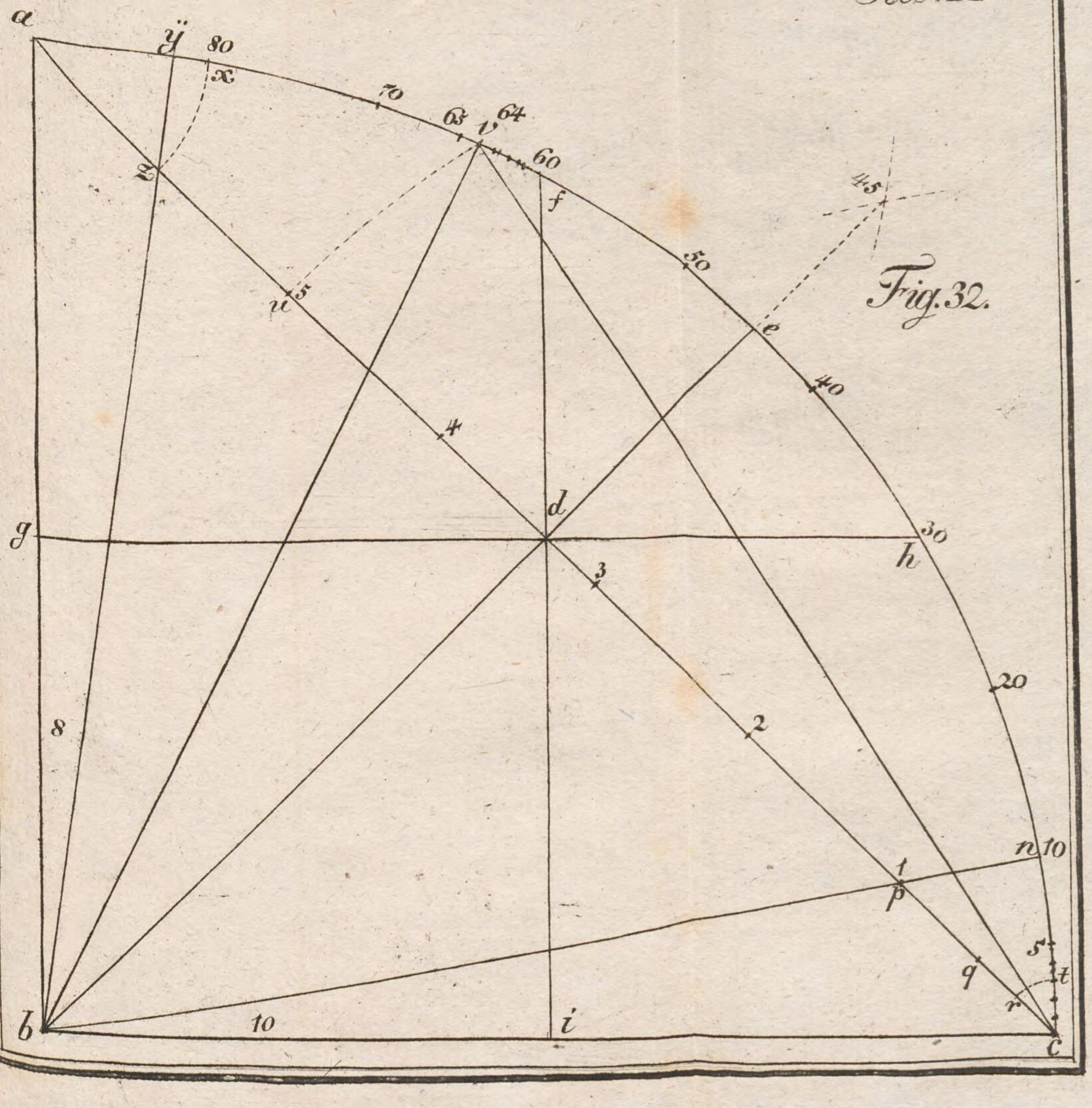


Fig. 32.

Tab. XVIII.

Fig. 34.

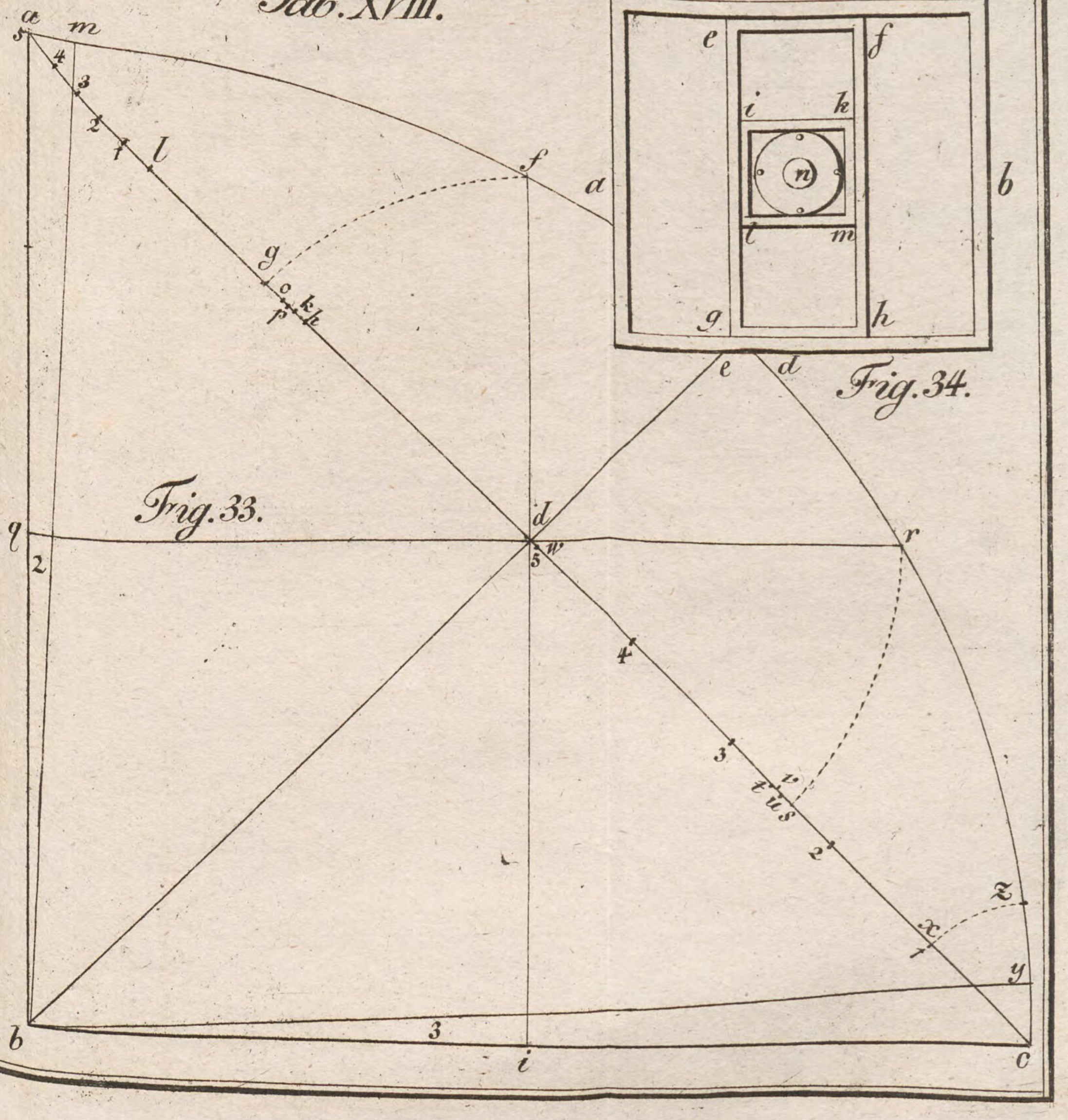
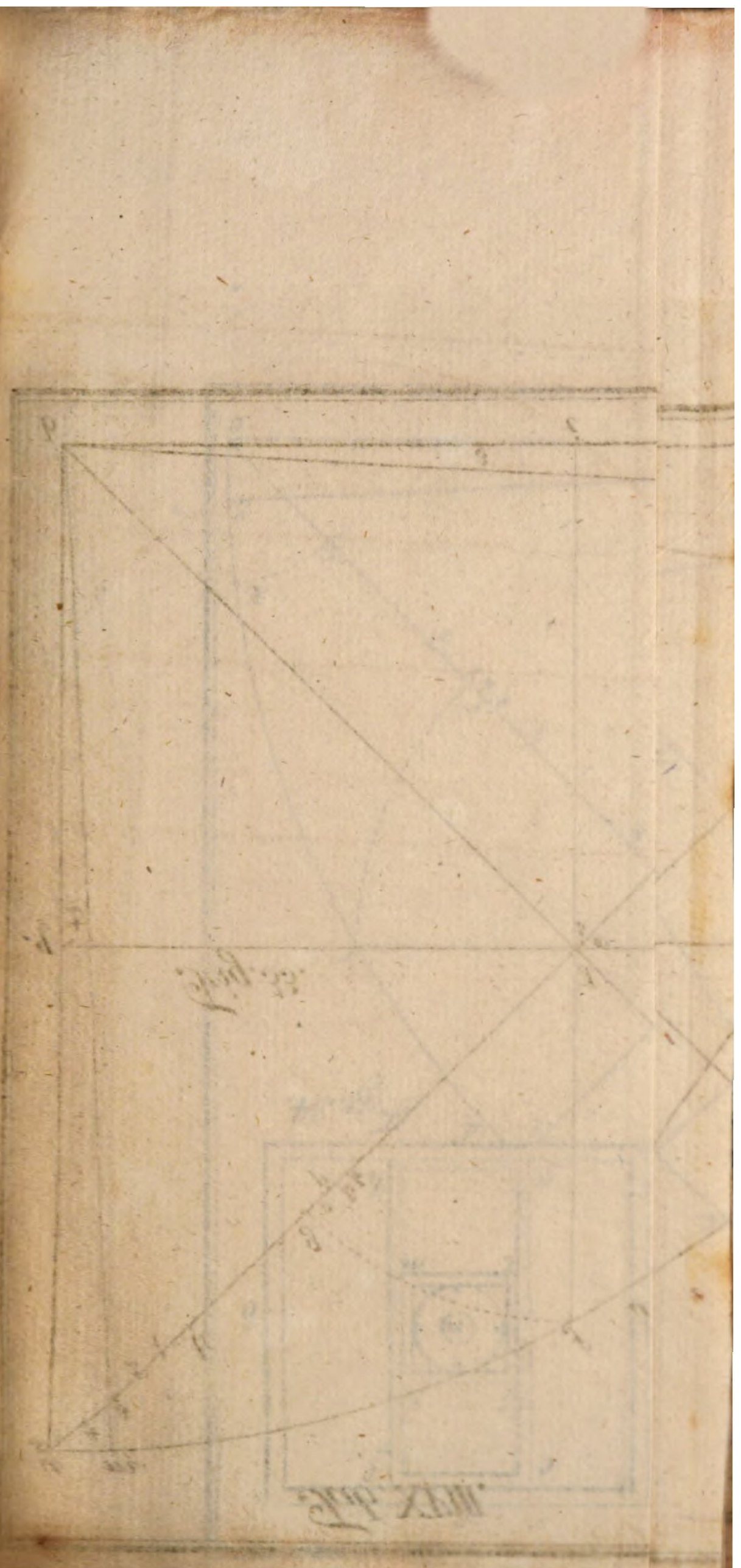


Fig. 33.



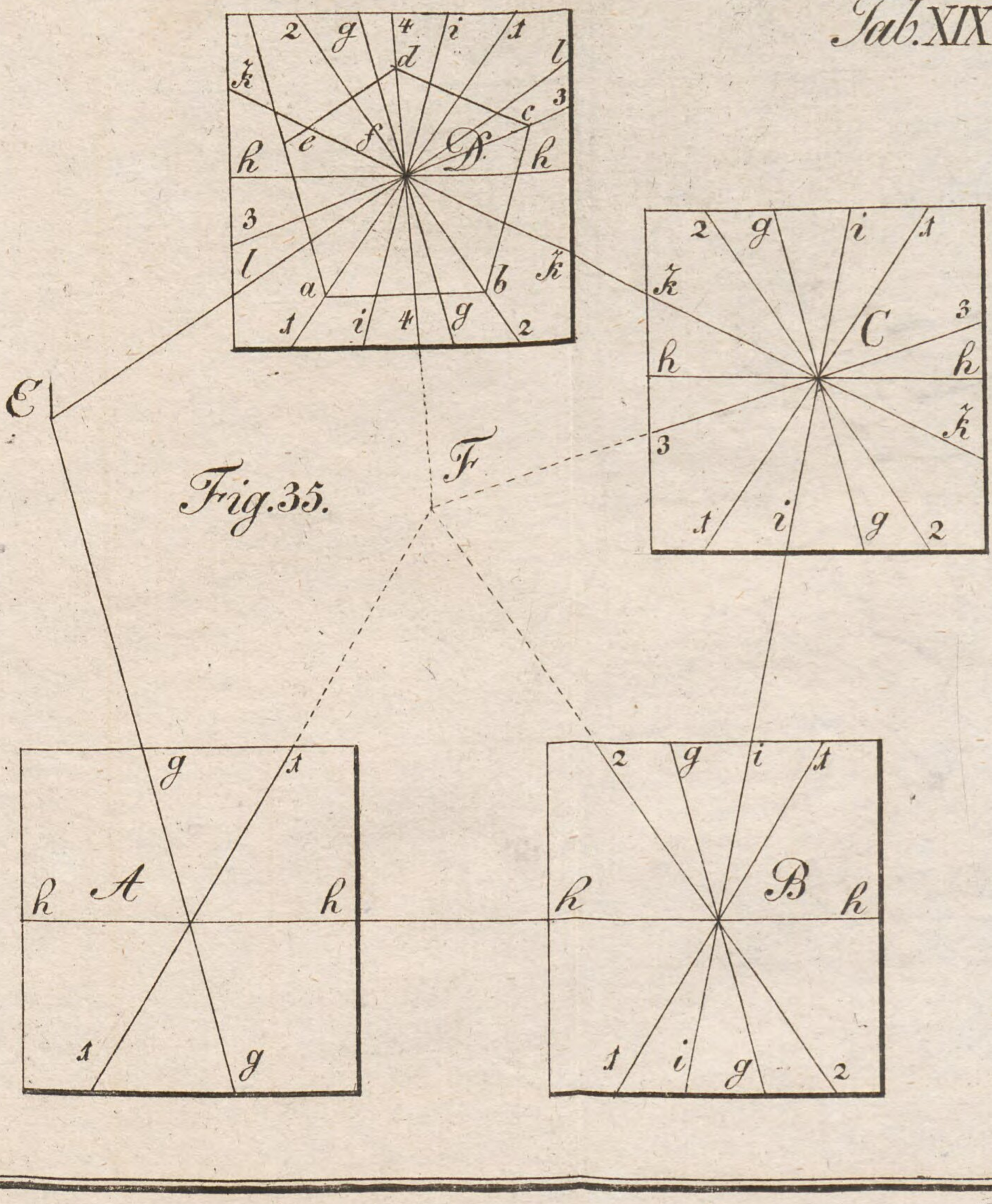

2
g
4
i
1
l
k
d
3
c
e
f
D
h
h
3
l
k
a
b
1
i
4
g
2
C
2
g
i
1
k
3
C
h
h
k
3
1
i
g
2
F
g
1
h
A
h
1
g
2
g
i
1
h
B
h
1
i
g
2

Fig. 35.

Fig. 36.

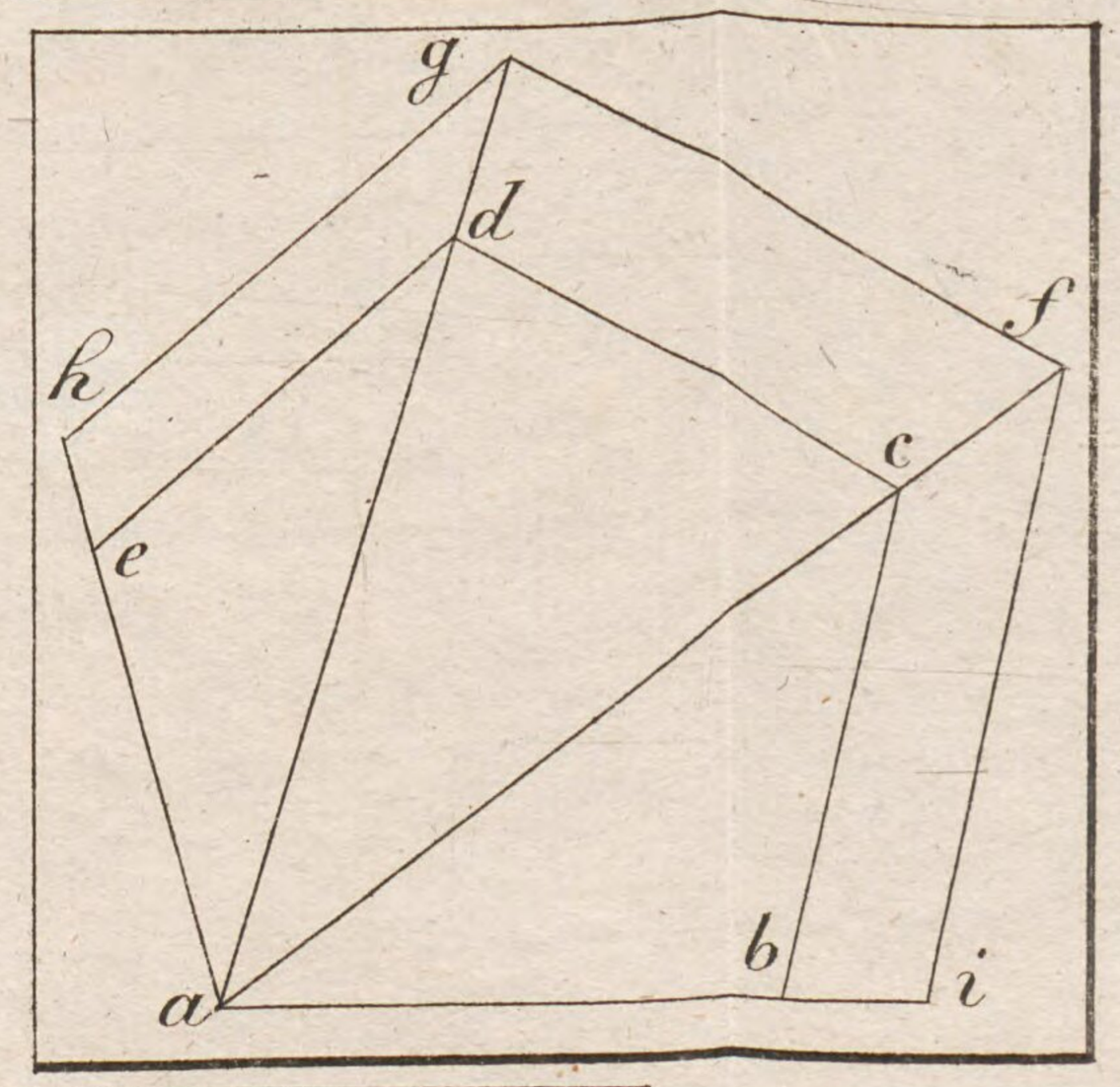


Fig. 37.

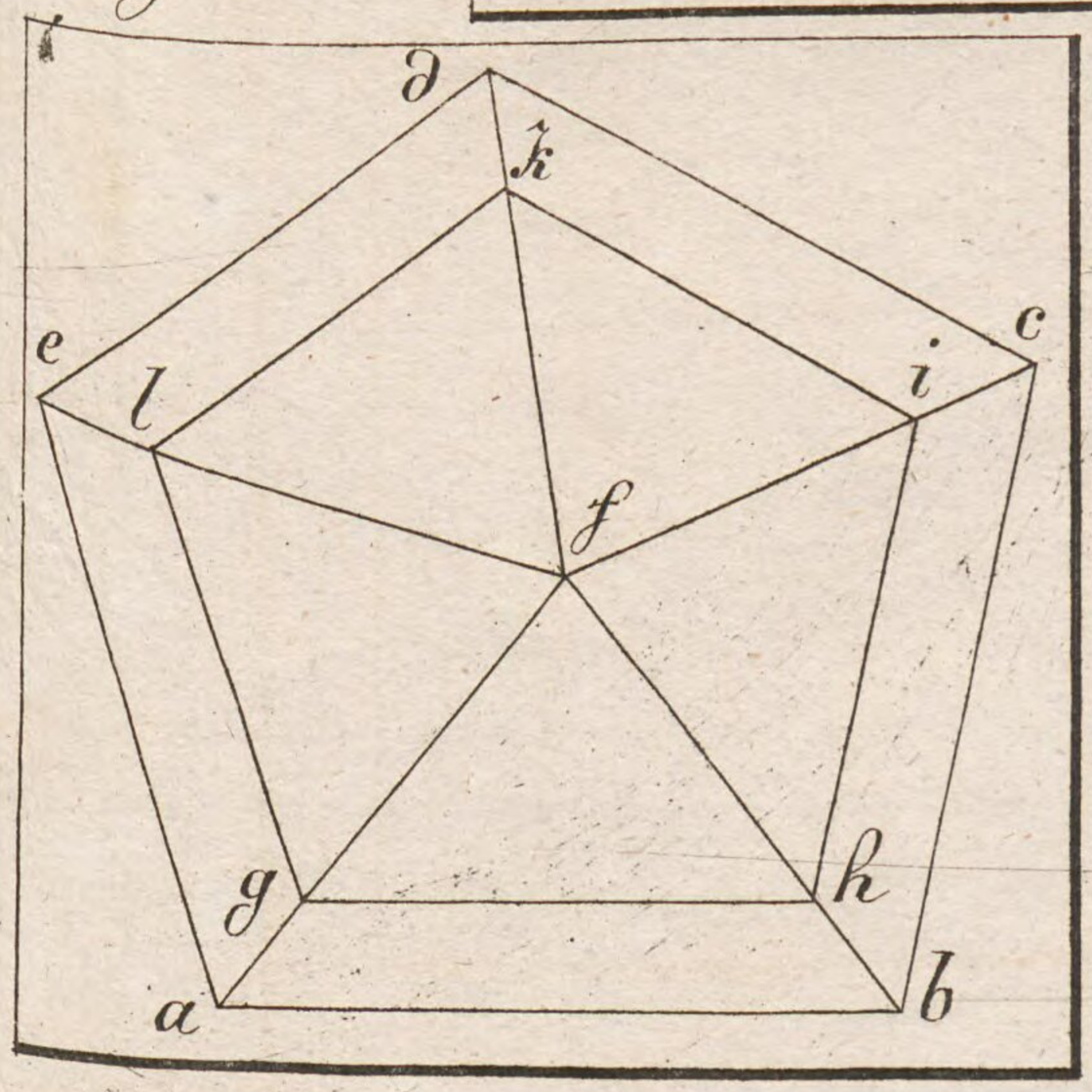
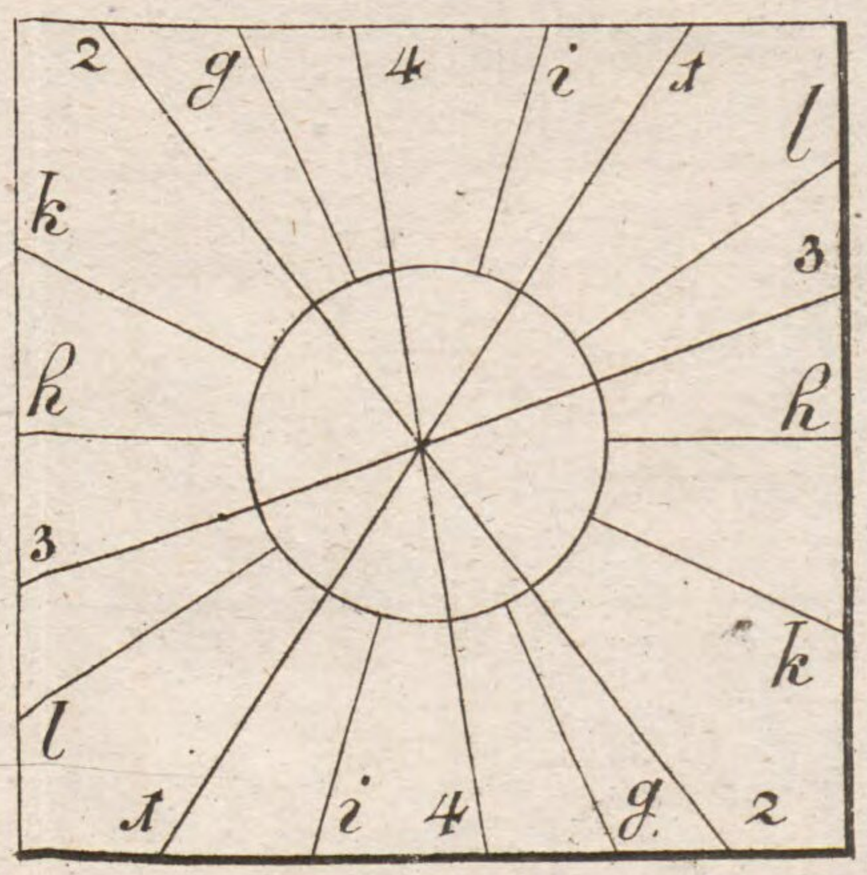


Fig. 38.



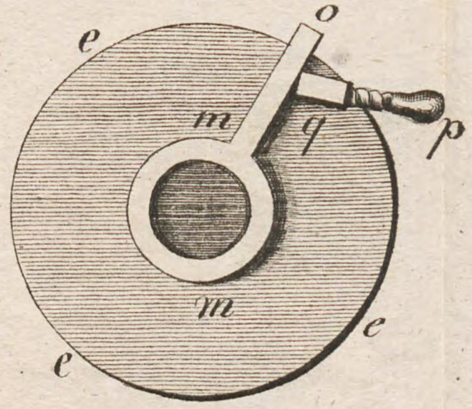


Fig. 42.

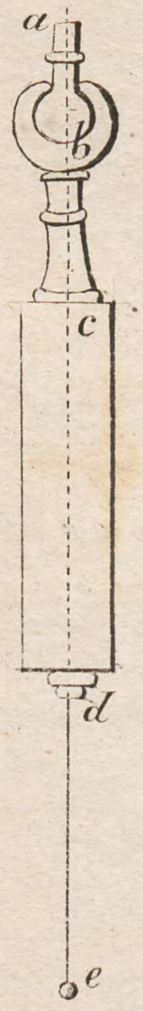


Fig. 39.

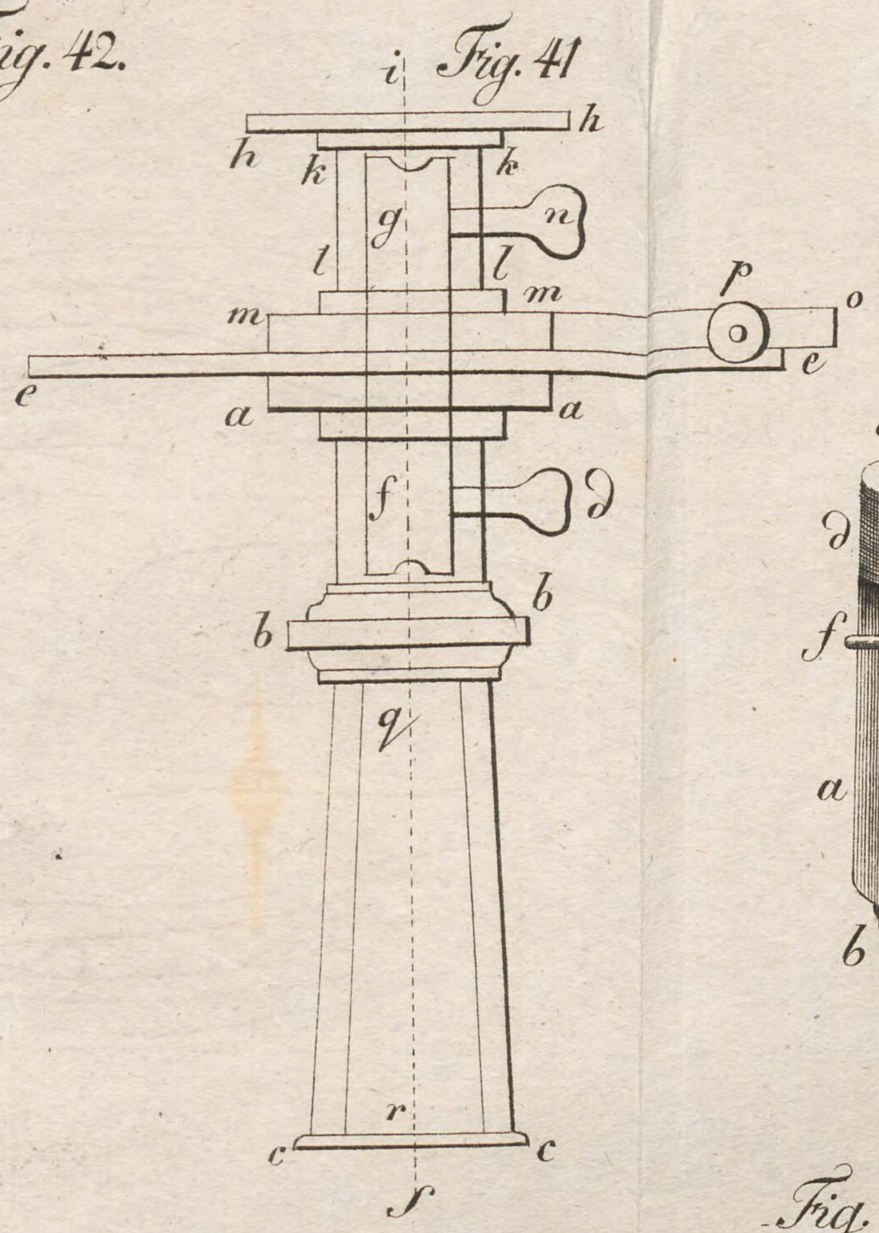


Fig. 41

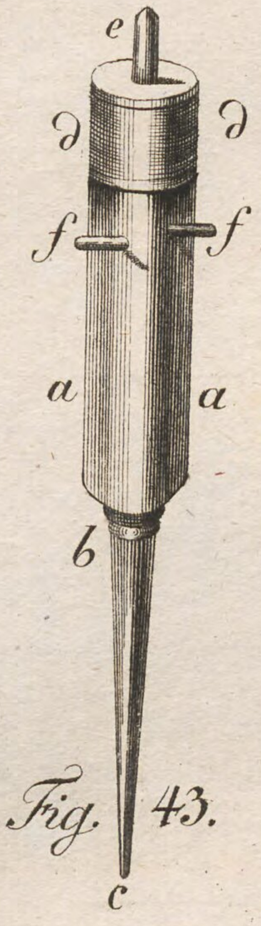


Fig. 43.

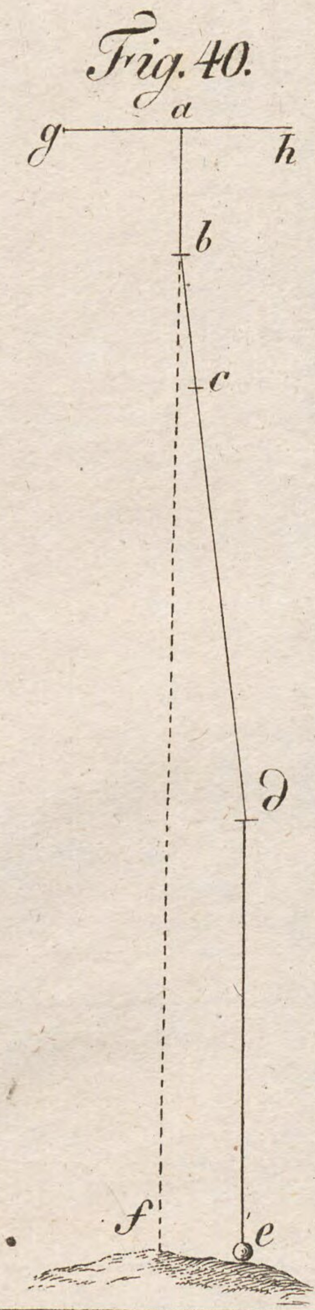


Fig. 40.

Tab. XXII.

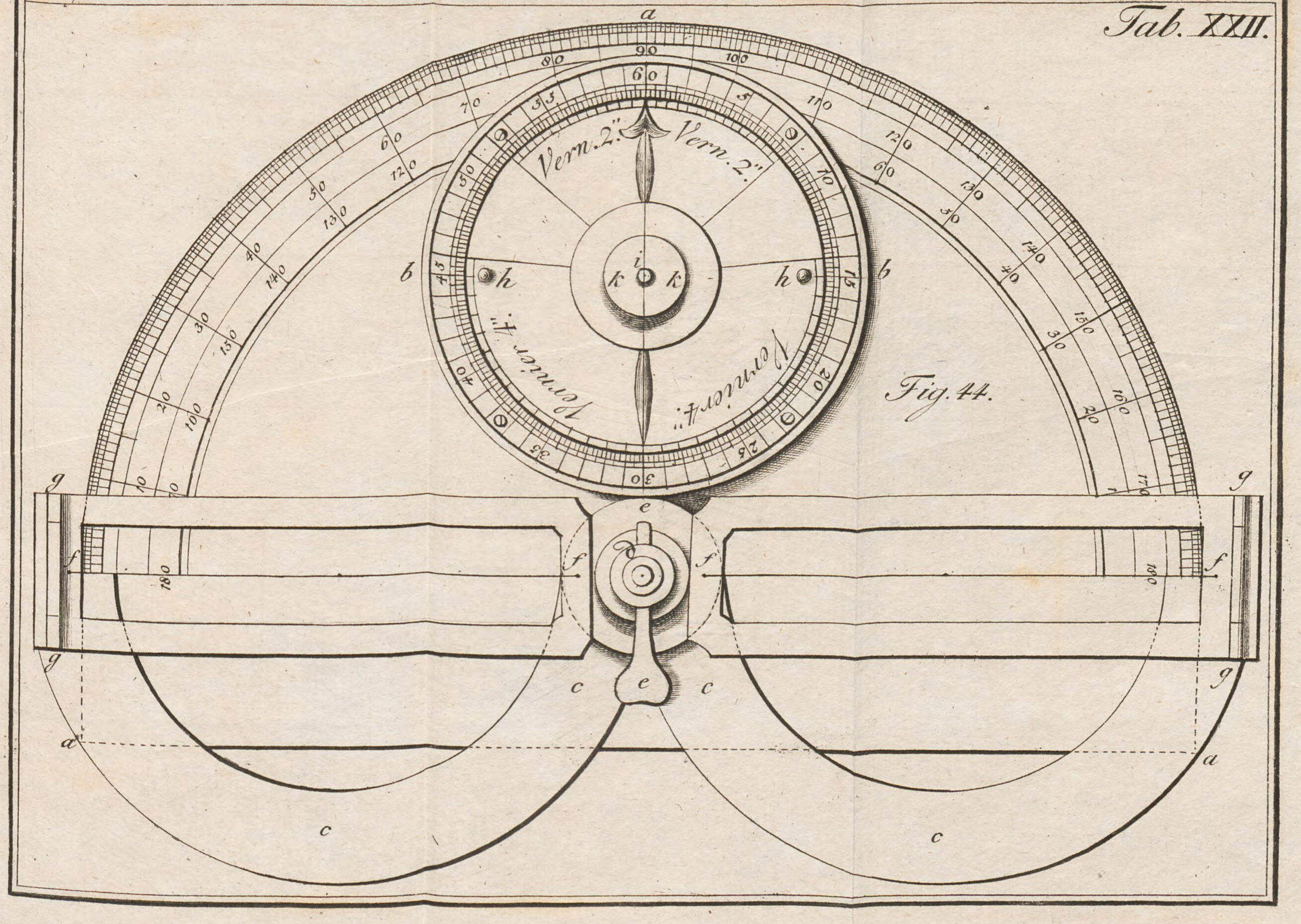


Fig. 44.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Voigt, Karl Christian.

Neueste Versuche zur Erleichterung der praktischen Geometrie

Leipzig 1792

Math.p. 621
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10137736-7
VD18 10271368-002